UN DISQUE TROUBLANT

Résumé :

« Un disque troublant » est un projet au cours duquel nous nous sommes intéressés au disque circulaire qui se forme dans un évier lorsqu'on ouvre le robinet d'eau. Notre but était alors de comprendre l'origine de ce disque, qui n'a rien d'intuitif : comment expliquer que d'un seul coup, le niveau de l'eau soit plus grand, au point de former un disque bien visible tel que celui représenté sur la page de garde ?

Pour répondre à nos questions, nous avons voulu savoir de quels paramètres le rayon du disque dépendait. Nous nous sommes ensuite naturellement intéressés à la hauteur d'eau dans le disque, ce qui s'est révélé particulièrement intéressant. Puis une rencontre avec Germain Rousseaux, chercheur à l'institut Pprime à Poitiers nous a fait basculer dans un autre monde.

Sommaire

Introduction

I – Mise en évidence et première description du phénomène

II – Premières études quantitatives du phénomène : Influence du débit et de la vitesse.

III – Mesure des vitesses et des hauteurs de l'eau dans le ressaut

IV – Recherche d'autres paramètres pouvant intervenir lors de la formation du ressaut hydraulique

V – Comment se comporte le ressaut soumis à une perturbation extérieure ?

Conclusion

Introduction

En début d'année nous nous sommes réunis avec la volonté de travailler sur un projet scientifique. Parmi les idées que nous avons, il y a en avait une qui était quotidiennement sous notre nez et c'est celle-là que nous avons retenue : étudier et comprendre les disques qui se forment dans un évier lorsqu'on ouvre le robinet. Nous avons appris, au cours de notre projet, que ce disque s'appelle un ressaut hydraulique. Nous avons alors imaginé tout ce qu'on pouvait faire pour décrire dans un premier temps ce phénomène de manière qualitative, puis de manière quantitative. Pour mieux comprendre le phénomène, nous avons alors changé des paramètres, afin de comprendre leurs éventuelles implications dans la formation du ressaut.

Nous voyions jusque-là ce ressaut comme un phénomène parmi d'autres, amusant à étudier. Et c'est par un pur hasard, lors d'une rencontre avec Germain Rousseaux, chercheur à l'Université Pprime de Poitiers, qui travaille de façon très sérieuse à propos des ressauts, que nous avons appris que ces ressauts avaient un intérêt plus grand que celui qu'on imaginait jusque-là.

I – Mise en évidence et première description du phénomène :

Voici l'objet de notre étude (figure 1). A gauche, il s'agit du premier ressaut hydraulique pris dans un de nos éviers. A droite, c'est un ressaut hydraulique réalisé au lycée.

Figure 1 : A gauche : ressaut hydraulique fait maison – A droite : présence de rides de très faibles longueurs d'onde en périphérie du disque créé par le ressaut hydraulique

Tout le monde peut le réaliser dans sa propre cuisine. En effet, il est assez facile d'en créer un. Nous verrons par contre que pour l'étudier en détail, cela nécessitera des dispositifs plus complexes.

On remarque un disque qui se forme au fond de l'évier, et deux épaisseurs d'eau bien distinctes. On peut voir également des ondes de surface sur l'eau à l'extérieur du cercle. Il semble aussi qu'au niveau de la couronne du cercle, il y ait une sorte de boursoufflement. En bordure du cercle, du côté intérieur, on remarque enfin des ondes de très faibles longueurs d'onde.

Il est aussi à noter que le ressaut hydraulique n'est visible que si on permet à l'eau de s'écouler dans l'évier. Si l'eau vient à stagner, par exemple parce que le débit de l'eau arrivant sur l'évier est plus grand que le débit avec lequel il se vide, alors le phénomène vient à disparaître.

On peut se douter, à ce stade de l'observation, que le fait que la hauteur d'eau soit faible dans l'évier lorsque l'eau du robinet y tombe dedans, permet à l'eau d'être chassée dans un plan perpendiculaire au jet, selon des directions radiales (comme l'indiquent les flèches sur la figure 1) dont le centre et le jet du robinet : la surface de l'évier contraint l'eau à suivre ces directions. Il est également compréhensible que si de l'eau stagne au fond de l'évier au-delà d'une certaine hauteur, l'évier ne pourra plus jouer ce rôle-là : l'eau du jet ne sera plus chassée sur la surface de l'évier et le ressaut viendra alors à disparaître.

Ces premières explications sont intuitives. Mais l'intuition ne suffit pas à expliquer la formation du disque observé, ni de quels paramètres les caractéristiques de ce disque peuvent dépendre. Et il n'est pas particulièrement intuitif de prévoir qu'au niveau du périmètre du disque, le niveau de l'eau puisse être maintenu à un niveau brutalement plus élevé, sans pour autant qu'il existe une barrière matérielle qui retienne cette eau. Pour comprendre ce phénomène, nous devons réaliser des mesures précises, et chercher les paramètres dont il dépend. Et pour cela, il nous a fallu dans un premier temps contrôler le jet responsable du ressaut, en confectionnant nous même le dispositif qui produit le jet.

II – Première étude quantitative du phénomène : Influence du débit et de la vitesse sur le rayon du ressaut hydraulique

1) Un dispositif expérimental : vase de Mariotte

a – Description du vase :

Le vase de Mariotte a été réalisé avec un bidon en plastique

Figure 2 : Schéma du vase de Mariotte

Principe du vase de Mariotte :

La vitesse de l'eau à la sortie du tube est égale à :

$$v = \sqrt{2gz}$$

Cette distance z étant constante au cours du temps, cette vitesse v restera également constante tant que le niveau de l'eau reste au-dessus de l'extrémité inférieure du tube plongeant dans le récipient.

Ainsi, pour une section donnée de la sortie du vase, le débit volumique sera constant.

Voulant profiter d'une durée assez longue pour procéder à nos expériences, nous avons choisi de positionner le tube relativement bas. Par la suite, il nous a été possible de modifier le débit en modifiant la section s de la sortie.

b - Vérification du bon fonctionnement du vase de Mariotte pour 4 embouts différents.

Au cours de notre projet, nous avons par moment souhaité travailler avec des débits différents. Pour cela, nous avons réalisé 5 embouts adaptables pour vidanger le vase (figure 3).

Embout	Tout petit (0)	Petit (1)	Moyen (2)	Gros (3)	Très gros (4)
Photo					
Rayon (mm)	0,72	1,0	1,9	3,1	3,5

Figure 3 : Rayons des 5 embouts de sortie du vase. On gardera pour la suite du mémoire cette numérotation des embouts

Dans un premier temps, nous avons mesuré, à différents instants de la vidange, la vitesse à laquelle le vase se vidait. Cela nous a permis de nous assurer que le débit était bien constant tant que le niveau d'eau restait au-dessus de l'extrémité du tube.

Figure 4 : étalonnage du vase de Mariotte

Dans un deuxième temps, nous avons étalonné le vase, pour connaître le débit en fonction de l'embout utilisé.

Pour étalonner le vase de Mariotte, nous avons observé le temps que mettait l'eau à remplir un certain volume, pour chaque embout. On filmait le dispositif et on l'analysait avec Media Player. Le tube a été placé de telle sorte que la hauteur z était égale à 14,6 cm

Voici les résultats obtenus :

Embout	0	1	2	3	4
Diamètre de l'embout (mm)	1,44 mm	2,0 mm	3,8 mm	6,2 mm	7,0 mm
Débit expérimental	2,42 mL/s	5,1 mL/s	18,5 mL/s	46,6 mL/s	61,0 mL/s
Débit théorique	2,60 mL/s	5,3 mL/s	19,2 mL/s	51,1 mL/s	65,1 mL/s

Nous avons calculé le débit théorique $Q = s \times v$ en utilisant la vitesse théorique de l'eau en sortie du vase, avec la relation $v = \sqrt{2gz}$

Compte tenu des incertitudes sur les mesures à la fois de z (car il était délicat de mesurer avec une grande précision la différence d'altitude entre l'extrémité inférieure du tube plongeant dans le vase, et la sortie du vase de Mariotte : une incertitude sur cette mesure pourrait bien être de l'ordre de 5mm), les résultats trouvés montrent que le vase de Mariotte fait bien son travail. Nous pouvons maintenant réaliser des ressauts hydrauliques en contrôlant les paramètres qui conduisent à sa formation, et en cherchant à les faire varier.

2) Influence du débit sur le rayon du ressaut, en modifiant la vitesse de l'eau et la section de la sortie

Comme précisé précédemment, nous avons pu modifier le débit de l'eau en faisant varier la section de l'embout de sortie du vase de mariotte. Et nous avons également pu faire varier la vitesse avec laquelle l'eau arrive sur la plaque en faisant varier la hauteur l entre le bas de l'embout et la plaque sur laquelle tombe le jet sorti du vase.

Pour déterminer la vitesse du jet au point d'impact, nous avons utilisé la loi de Bernoulli entre la sortie du vase (point A sur le schéma figure 5 ci-contre) et la plaque (point B), ce qui donne une vitesse

$$v_B = \sqrt{v_A^2 + 2gz}$$

Pour déterminer la vitesse au point A, nous avons divisé le débit mesuré expérimentalement, par la surface de la section de la sortie du vase de mariotte pour un embout donné.

Nous avons alors procédé aux mesures, en modifiant la section des embouts, et en faisant varier la hauteur l de 2 en 2 cm.

Figure 5 : précision sur les variables utilisées

Voici quelques exemples de photos réalisées : l'eau tombe sur une plaque transparente sous laquelle on a disposé une règle pour mesurer le rayon du cercle. Nous avons mesuré les rayons des disques obtenus en faisant une moyenne sur 5 photos pour une hauteur et un embout fixé.

figure 6 : Quelques ressauts pour les différents embouts utilisés.

Voici les résultats obtenus :

ℓ (cm)	Vitesse au point B (m/s)	Diamètres du cercle (cm)		
		embout 1	embout 2	embout 3
2	1,7	1,6	5,1	10,8
4	1,8	2,0	5,1	11,0
6	2,0	2,1	5,2	11,1
8	2,1	2,4	4,7	10,7
10	2,1	2,4	5,0	12,0
12	2,2	1,5	5,4	11,5

Commentaires :

- Nous nous attendions à trouver des diamètres d'autant plus grands que la vitesse de l'eau au point d'impact était grande, mais ce n'est pas le cas. Les diamètres, pour un embout donné, varient relativement peu, et cette variation semble plus relever de fluctuations statistiques qu'autre chose. On peut peut-être attribuer ces variations au fait que le jet d'eau issu du vase n'est pas parfaitement régulier.
- Comme les résultats montraient que la distance ℓ n'influence pas le rayon du cercle pour des mesures réalisées avec les embouts 1, 2 et 3, nous avons réalisé les mesures avec les embouts 0 et 4 pour une seule valeur de ℓ .
- Concernant le petit embout à une distance $\ell = 12 \text{ cm}$ de la plaque, le diamètre du cercle est par contre très différent des mesures réalisées à des hauteurs plus faibles car le jet qui arrivait alors sur la plaque était justement très turbulent. On observait alors bien un ressaut, mais difficilement mesurable, et très chaotique.

On retiendra donc de ces premiers résultats expérimentaux, que plus le débit est important, et plus le diamètre du cercle est grand.

On peut d'ailleurs tracer le rayon du cercle en fonction du débit avec les 5 mesures obtenues avec les 5 embouts : figure 8

Figure 8 : Evolution du rayon des disques en fonction du débit volumique modifié à l'aide des 5 embouts. Modélisation par une fonction exponentielle à gauche, et par une fonction puissance à droite

La modélisation des mesures par une fonction exponentielle ou une fonction puissance est possible, sans qu'il y en ait une qui paraisse meilleure que l'autre. Par contre, les conséquences de l'une ou l'autre des modélisations sont bien différentes. En effet, alors que la modélisation par une puissance laisse présager que le rayon du disque sera infiniment grand pour un débit infiniment grand, la modélisation par une exponentielle montre que le rayon du disque doit atteindre une limite. En effet, si le rayon suit l'évolution exponentielle (issue de la modélisation) suivante :

$$r = 9 \left(1 - e^{-\frac{Q}{\tau}} \right) \quad \text{Avec } \tau = 51,5 \text{ mL/s}$$

alors cela signifierait qu'il existe un rayon limite d'environ 9 cm, que l'on atteindrait pour un débit environ égal à $5\tau = 250 \text{ mL/s}$, donc avec un embout de rayon environ égal à 7 mm si on utilise toujours le même vase de Mariotte que lors des mesures précédentes. Cela dit, dans l'hypothèse que cette limite existe, elle ne pourrait être possible que si on permet à l'eau de s'écouler de la plaque sur laquelle elle tombe, de la même manière qu'elle s'écoule de la plaque lors des expériences menées avec les différents embouts.

Cette notion de limite est tout de même difficile à concevoir. Alors nous avons ouvert un robinet du lycée, et nous avons observé le ressaut hydraulique formé, tout en augmentant le débit du robinet jusqu'à sa valeur maximale. Et il semble que le rayon atteigne une limite. Ceci pourrait être dû au fait que plus le débit est grand, plus la quantité d'eau à l'extérieur du disque est grande, même si celle-ci s'évacue sans stagner au fond de l'évier, ce qui opposerait une force d'autant plus grande dans le sens contraire à la direction de l'eau chassée radialement dans le disque. Mais cette vérification réalisée dans notre évier ne se passe pas dans les mêmes conditions expérimentales que nos mesures précédentes pour lesquelles le diamètre de l'embout variait, contrairement à celui du robinet. En augmentant le diamètre de l'embout, il nous paraît en réalité plus réaliste que la modélisation suive une loi en puissance.

Bref, quelle que soit la modélisation utilisée, le fait que le rayon dépende du débit induit que la vitesse de l'eau est liée à la hauteur d'eau dans le disque. En effet, en appliquant la conservation du débit volumique, on peut écrire que (figure 9) :

$$Q = 2\pi r h \times v$$

Le fait alors que r dépende de Q montre que v dépend de h .

Figure 9 : exploitation du débit volumique pour trouver la vitesse de l'eau dans le disque

Cette remarque nous a alors naturellement conduit à chercher à mesurer les hauteurs d'eau.

III – Mesure des hauteurs et des vitesses de l'eau dans le ressaut

1) Dispositif expérimental :

Pour mesurer les hauteurs d'eau, nous avons pensé à utiliser des ultrasons que nous pourrions émettre verticalement, vers la surface de l'eau, et mesurer alors la durée de l'aller-retour de l'impulsion ultrasonore après sa réflexion sur la surface de l'eau. Mais nos instruments ultrasonores ne sont pas assez précis pour réaliser des mesures d'une telle précision.

En cherchant dans les différentes armoires du lycée, nous avons trouvé une platine, qui ressemble à une platine de microscope, capable de se déplacer selon trois directions au dixième de millimètre près, verticalement, et latéralement selon deux directions perpendiculaires (figure 10).

Figure 10 : dispositif expérimental permettant la mesure de la hauteur de l'eau au dixième de mm.

Nous avons alors eu l'idée d'accrocher une tige à cette platine. Nous avons usiné l'extrémité de la tige de sorte qu'elle soit pointue, et nous avons accroché à cette tige métallique, une pince crocodile reliée à un fil électrique, que nous avons relié à un générateur.

Par ailleurs, nous avons disposé une plaque métallique sous le vase de Mariotte, de sorte que le jet tombe dessus. Nous avons alors relié cette plaque métallique à une borne d'un ampèremètre, l'autre borne étant reliée à la deuxième borne du générateur via une résistance. Ainsi, lorsque la tige touche la plaque métallique, l'ampèremètre indique une intensité correspondant à l'intensité aux bornes du générateur.

Lorsque l'eau tombe sur la plaque, l'ampèremètre indique une intensité dès lors que la pointe métallique entre en contact avec l'eau (figure 11).

Pour mesurer la hauteur de l'eau, il suffit alors dans un premier temps de repérer la hauteur de la plaque métallique en descendant la tige grâce à la crémaillère graduée au dixième de millimètre près, de noter la valeur, de relever la tige, puis de la redescendre une fois le jet d'eau projeté sur la plaque, jusqu'à ce que l'ampèremètre affiche à nouveau une intensité différente de 0. On note alors la différence de hauteur de la tige.

Figure 11 : pointe métallique entrant en contact avec l'eau, permettant la mesure de la hauteur d'eau

2) Résultats

Nous avons pu ainsi mesurer les hauteurs d'eau à l'intérieur du disque (h), et à l'extérieur (H). Nous avons réalisé ces mesures pour les embouts 1, 2 et 3. Voici les résultats obtenus :

	ℓ (Hauteur)(m)	Vitesse d'impact(m/s)	h (cercle intérieur)(cm)	H (cercle extérieur) (cm)	R rayon cercle (cm)
Petit embout	0,11	2,1	0,01	0,38	1
Moyen embout	0,11	2,1	0,01	0,35	2,5
Gros embout	0,11	2,1	0,01	0,34	5

Ces résultats sont intéressants, car ils montrent que quel que soit le débit, et donc le rayon du cercle, les hauteurs d'eau à l'intérieur du cercle et à l'extérieur du cercle sont pratiquement identiques. Il est possible toutefois que des différences de hauteur existent, en particulier à l'intérieur du cercle, étant donné que notre appareil de mesure est précis au dixième de millimètre près, et nous mesurons justement des hauteurs de 0,1 mm.

Quoi qu'il en soit, on peut dire que la hauteur d'eau ne varie pas de façon notable, et ce n'est donc pas la hauteur d'eau qui va expliquer les différences de diamètre des différents ressauts hydrauliques. Finalement, le paramètre physique qui évolue de façon beaucoup plus évidente au sein même du disque est la vitesse de l'eau à l'intérieur du disque. Il est alors fort probable que ce soit ce paramètre qui impose au ressaut son diamètre. En gros, **est-ce que la vitesse de l'eau sera toujours égale à la même valeur au niveau de la périphérie du disque, quel que soit le diamètre du disque ?**

C'est ce que nous allons tenter de savoir maintenant.

Connaissant la hauteur d'eau dans le disque, nous pouvons reprendre la relation établie dans le paragraphe 1 – 2) et tracer l'évolution de la vitesse en fonction de la distance « d » par rapport au centre, en supposant comme nous l'ont montré nos mesures, que la hauteur d'eau est 0,1 mm :

$$Q = 2\pi dh \times v \rightarrow v = \frac{Q}{2\pi dh}$$

On a alors tracé les évolutions des vitesses dans les disques, en fonction de r, pour les embouts 1, 2 et 3.

Figure 12 : Vitesses de l'eau en périphérie des disques pour les embouts 1, 2 et 3

Rappelons que le disque pour l'embout 1 a un rayon d'environ 1 cm, le disque pour l'embout 2, un rayon d'environ 2,5 cm, et le disque pour l'embout 3, un rayon d'environ 5 cm.

On a alors représenté sur le graphique les vitesses de l'eau pour les disques 1 (vitesse \$v_1\$), 2 (vitesse \$v_2\$) et 3 (vitesse \$v_3\$) au niveau de la périphérie de chaque disque.

On trouve alors que la vitesse minimale en périphérie

- du disque 1 vaut environ 0,8 m/s
- du disque 2 vaut environ 1,2 m/s
- du disque 3 vaut environ 1,5 m/s

Les valeurs de ces vitesses ne sont pas égales, ce qui ne confirme pas l'hypothèse que nous avons formulée précédemment. Nous pouvons toutefois modérer nos propos, car les trois vitesses obtenues en périphérie des disques pour les trois embouts ne sont tout de même pas si éloignées que ça les unes des autres. Alors compte tenu du fait que les rayons des disques peuvent varier pour un même embout de quelques millimètres au cours du temps, nous pensons que la vitesse joue tout de même un rôle dans l'apparition du disque, mais que ce n'est peut-être pas le seul paramètre à prendre en compte dans ce phénomène étudié.

Et en effet, en réalité, nous avons peut-être négligé quelque chose jusque-là, et nous nous en sommes rendu compte lors d'un échange que nous avons eu par pur hasard, lorsque nous nous sommes rendus à l'institut de recherche Pprime de l'Université de Poitiers.

Nous y allons pour mener des expériences qui n'avaient rien à voir avec le ressaut hydraulique, et nous avons eu la chance de rencontrer Monsieur Germain Rousseaux, qui travaille justement sur les ressauts hydrauliques, pour des raisons que nous expliquerons après.

Il est ressorti en particulier de notre échange que le niveau de l'eau n'est pas constant au sein même du disque. Et c'est vrai que jusque-là, nous mesurons la hauteur d'eau dans le disque à des endroits situés en général à mi-rayon du disque.

D'autre part, nous avons discuté du fait que dans certaines conditions, l'angle du sillage laissé par la pointe dans l'eau permet de remonter à la vitesse de l'eau.

Nous avons alors décidé de mesurer à nouveau les hauteurs d'eau au sein du disque, en fonction de la distance « d » à laquelle on se trouve du centre de l'écoulement du jet sur la plaque, afin de redessiner le profil des vitesses. Et parallèlement à cela, nous avons mesuré l'angle du sillage laissé par la pointe dans l'eau pour calculer la vitesse d'une autre façon.

3) Mesure précise de la hauteur d'eau au sein du disque

Nous avons commencé par faire la mesure de la hauteur d'eau en fonction de la distance par rapport au centre du disque, avec l'embout 2.

Comme nous voulions être plus précis que lors de nos autres expériences, nous avons accroché une pointe beaucoup plus fine à l'extrémité de la tige (figure 13) . D'autre part, comme nous allions mesurer la hauteur d'eau à différents endroits de la plaque, il nous a fallu, avant de faire couler de l'eau dessus, mesurer les niveaux de la plaque en différents points.

Figure 13 : pointe fine pour une meilleure précision

Nous avons constaté un dénivelé de la plaque, de 0,1 mm sur une distance de 3 cm, dont nous avons alors tenu compte dans l'exploitation de nos mesures. Nous avons alors versé l'eau sur la plaque, depuis le vase de Mariotte, et nous avons mesuré le niveau de l'eau. Mais en réalité, le fait de travailler durant une durée limitée (qui correspond à la durée durant laquelle le vase de Mariotte se vidange à débit constant), nous faisait travailler dans la précipitation au détriment de la précision.

Nous avons alors complété notre dispositif expérimental en installant une pompe qui permettait de prélever l'eau écoulée du bac pour la verser dans le vase de Mariotte afin de maintenir le niveau d'eau constant dans ce vase, qui au passage, n'était alors plus un vase de Mariotte. Cela nous laissait alors tout le temps nécessaire pour procéder à nos mesures (figure 14).

Figure 14 : dispositif avec pompe pour maintenir le niveau d'eau constant

Voici alors les résultats que nous avons trouvés :

Commençons par la hauteur de l'eau au sein du disque, pour l'embout moyen N°2 (figure 15).

Distances entre pointe & centre du jet (en m)	Hauteur d'eau (en m)
0,006	0,0003
0,007	0,0002
0,01	0,0001
0,0125	0,0001
0,015	0,0001
0,015	0,0001
0,02	0,0002
0,021	0,00025

Figure 15 : hauteur d'eau à l'intérieur du disque, en fonction de la distance « d » par rapport au centre du disque

Maintenant que nous avons le profil de la hauteur d'eau au sein du disque, nous pouvons en déduire le profil des vitesses.

4) Mesure de la vitesse de l'eau en fonction de la distance par rapport au centre du disque

a – Méthode utilisant la conservation du débit volumique

Avec de telles hauteurs, la vitesse de l'eau doit évoluer de la façon suivante, en fonction de la distance « d » à laquelle se trouve du centre du disque :

Figure 16 : Evolution de la vitesse de l'eau au sein du disque, en fonction de la distance par rapport au centre

Nous voyons donc une autre vitesse au niveau de la périphérie du disque, pour l'embout N°2. Il faudrait que nous fassions la même étude avec les autres embouts, pour voir si la vitesse en périphérie des disques est toujours la même. Nous avons essayé avec l'embout 1, mais le rayon du disque est trop faible pour pouvoir faire des mesures précises. Et nous n'avons pas encore eu le temps de le faire avec l'embout N°3 à l'heure où on rédige ce mémoire.

Lors de notre échange avec Germain Rousseaux, nous avons discuté du fait que cette vitesse peut être comparée à la vitesse de phase des ondes à la surface de l'eau.

En cherchant comment calculer cette vitesse de phase, nous avons vu qu'il existe une relation :

$$v_{phase} = \sqrt{gh}$$

où g est l'intensité de la pesanteur, et h la hauteur d'eau.

En comparant alors la vitesse de l'eau, et la vitesse de phase, nous voyons dans le tableau suivant, que la vitesse de l'eau est toujours supérieure à la vitesse de phase, quel que soit l'endroit où on se trouve dans le disque.

d Distances entre pointe & du centre du jet (en m)	Vitesse de phase (m/s)	Vitesse de l'eau (m/s)
0,006	0,054	1,7
0,007	0,044	2,2
0,010	0,031	3,1
0,013	0,031	2,445
0,015	0,031	2,0
0,020	0,044	0,76
0,021	0,050	0,58

Ceci n'est pas sans conséquence, car on assiste alors à un phénomène assez connu en physique, une onde de choc. On le connaît en particulier dans le domaine aérien : lorsqu'un avion se déplace plus vite que la vitesse de phase des ondes acoustiques, cela crée une onde de choc conduisant au bang supersonique. Et bien là, c'est l'équivalent, dans le domaine hydraulique : comme l'eau se déplace plus vite que les ondes qui se propagent à la surface de l'eau, on assiste à une onde de choc. Mais cette onde de choc doit cesser lorsque la vitesse de l'eau a suffisamment diminué pour être égale à la vitesse de phase. C'est alors là que se situe le ressaut, c'est-à-dire qu'on atteint la périphérie du disque.

Mais du coup, il y a un problème, car en analysant nos résultats, on peut se poser la question de savoir si en périphérie du disque, on a bien $v_{eau} = v_{phase}$, tant la différence entre ces 2 vitesses est grande alors qu'on est à seulement 4 mm de la périphérie du disque. Est-ce que nos mesures de vitesses de l'eau sont correctes ? Nous avons alors voulu vérifier la vitesse de l'eau en utilisant une deuxième méthode, en passant par la mesure de l'angle du sillage.

b – Méthode utilisant la détermination du nombre de Froude

Le principe de la méthode est simple : un système en mouvement, animé d'une vitesse v , crée une perturbation à la surface de l'eau. La perturbation se propage alors avec une vitesse de phase c . Lorsque la vitesse de la source de la perturbation est plus grande que la vitesse de phase, la distance parcourue par la source de la perturbation sera plus grande que la distance parcourue par la perturbation durant le même laps de temps.

On peut alors représenter cela par le schéma suivant : imaginons qu'un système se déplace de façon rectiligne uniforme au-dessus de l'eau et qu'il perturbe ponctuellement la surface de l'eau à intervalle de temps régulier. La distance entre 2 points de perturbation sera alors plus grande que la distance parcourue par la perturbation à la surface de l'eau durant le temps entre 2 perturbations.

Il en résulte que le front d'onde dessine un sillage en V, dont l'angle est directement relié aux vitesses de l'onde et à celle de la source de la perturbation.

Si on regarde cela plus en détail, on peut représenter le schéma suivant (« c » est la vitesse de phase, et v la vitesse de la perturbation) :

Le demi angle au sommet du sillage, noté δ , peut se déduire du triangle rectangle

$$\sin \delta = \frac{c \Delta t}{v \Delta t} = \frac{c}{v}$$

Donc, en connaissant c grâce à la relation précédente :

$c = v_{\text{phase}} = \sqrt{gh}$, et en mesurant l'angle du sillage, on doit pouvoir déterminer la vitesse de l'eau.

Nous avons alors descendu minutieusement la pointe très fine à la surface de l'eau, toujours à l'aide de la platine utilisée précédemment, de sorte que la pointe ne fasse qu'effleurer la surface de l'eau. La pointe est donc la source de la perturbation. Nous voyons alors un sillage. A noter ici que ce n'est pas la source de la perturbation qui se déplace, mais c'est l'eau qui se déplace par rapport à la pointe (c'est-à-dire la source de la perturbation), ce qui revient au même.

Voici quelques clichés de nos mesures (figure 19), réalisées avec l'embout moyen N°2, pour un disque de 2,5 cm de rayon.

Figure 19 – Sillage lorsque la pointe effleure la surface de l'eau

Voici alors le résultat de nos mesures : figure 20

Figure 20 : vitesse de l'eau en fonction de d, mesurée grâce à l'angle du sillage

Là, on peut dire que l'on obtient des résultats qui ne sont pas cohérents avec le fait que la formation du disque nécessite que la vitesse de l'eau soit égale à la vitesse de phase, puisqu'on voit que la vitesse de l'eau augmente à l'approche de la périphérie du disque.

Finalement, lorsqu'on observe les résultats obtenus avec les deux méthodes, on s'aperçoit que les deux méthodes ont fait appel au calcul de la vitesse de phase en utilisant la relation

$$c = v_{phase} = \sqrt{gh}$$

Il est possible alors que cette relation ne soit pas valable dans la situation de l'expérience. En effet, en voulant vérifier ce que l'on faisait, nos lectures nous ont appris que cette relation est valable pour des ondes dont la longueur d'onde est faible comparé à la hauteur d'eau. Typiquement, si la longueur d'onde des ondes est inférieure à la longueur d'onde capillaire (environ 1,7 cm pour l'eau), on observe des rides capillaires dont les effets peuvent être dominants pour des faibles longueurs d'onde. Dans ce cas-là, en eau peu profonde avec prise en compte des effets de tension superficielle, la célérité des ondes devient :

$$c = \sqrt{gh} \sqrt{1 + \frac{\gamma}{\rho g} \frac{4\pi^2}{\lambda^2}}$$

Cela peut donc expliquer les résultats obtenus avec les 2 méthodes, ce qui ne nous arrange pas particulièrement.

Mais nous pouvons alors peut-être exploiter la mesure de l'angle du sillage d'une autre façon : en effet, comme nous l'avons écrit plus haut,

$$\sin\delta = \frac{c}{v}$$

Le rapport c/v est appelé nombre de FROUDE. Si ce rapport est égal à 1, cela signifie que la vitesse de l'eau est égale à la vitesse de phase. Si ce rapport est inférieur à 1, cela signifie que la vitesse de l'eau est supérieure à la vitesse de phase. Voyons alors comment évolue l'angle en fonction de la distance « d » par rapport au centre du disque : figure 21.

Figure 21 : évolution de l'angle du sillage en fonction de d

On voit bien qu'à l'approche de la périphérie du disque, l'angle augmente. On ne peut malheureusement pas prendre des mesures plus proches de la périphérie, car une fois que la pointe touche l'eau proche de la périphérie du disque, cela déforme énormément la forme du disque à cet endroit, et le sillage ne se voit plus.

c – Mesures de la vitesse de l'eau au moyen d'une poudre

Comme les méthodes utilisées pour mesurer les vitesses de l'eau ne donnaient pas les mêmes résultats, nous avons tenté de mesurer une nouvelle fois cette vitesse d'une autre manière : nous avons eu l'idée de mettre un grain de poudre dans le ressaut et d'observer son déplacement grâce à une caméra à haute fréquence. Nous avons d'abord essayé avec du marc de café, mais après quelques tests, nous nous sommes rendu compte que les grains étaient trop lourds. Nous avons ensuite essayé avec du cacao (figure 23) et cette fois-ci ça a été plus concluant.

Voici les résultats obtenus après analyse des vidéos : figure 22.

Évolution de la vitesse du grain

Figure 22 : Evolution de la vitesse du grain au sein du disque, en fonction de la distance par rapport au centre

Figure 23 : grain étudié au sein du disque

Il paraît assez raisonnable de considérer que le grain a la même vitesse que l'eau qui l'entoure, et on peut donc considérer que ce graphique représente l'évolution de la vitesse de l'eau en fonction de la distance par rapport au centre du jet arrivant sur la plaque.

Comme on peut le voir, on trouve un profil de vitesse très voisin de celui obtenu au paragraphe III - 4) a - . Ces deux résultats concordants nous permettent de confirmer cette évolution de la vitesse au sein du ressaut. Cette vitesse diminue bel et bien à l'approche de la frontière du ressaut.

Nous pouvons alors dire que la compréhension de la formation du ressaut hydraulique s'éclaircit :

A l'intérieur du disque, la vitesse de l'eau est supérieure à la vitesse de phase, et le régime est alors supercritique. Mais la vitesse de l'eau diminue en s'éloignant du centre du disque, jusqu'à égaler la vitesse de phase. Il y a alors un changement brutal de régime d'écoulement, l'écoulement passant d'un régime supercritique à subcritique, ce qui provoque le ressaut hydraulique.

Nous avons par la suite voulu savoir quels paramètres autres que ceux étudiés jusqu'à présent pouvaient avoir une influence sur les caractéristiques du ressaut hydraulique.

IV – Recherches d'autres paramètres pouvant intervenir lors de la formation du ressaut hydraulique

1) Influence de la hauteur d'eau dans le récipient

Nous nous sommes demandé si la hauteur d'eau initiale dans le récipient dans lequel se forme le ressaut pouvait influencer les caractéristiques du ressaut hydraulique.

Pour répondre à cette question, nous avons maintenu un niveau d'eau de 0,7 cm dans le récipient et utilisé un embout de 5 mm de diamètre. Nous avons alors pu observer les caractéristiques du ressaut, notamment la hauteur à l'intérieur, que nous avons mesuré à l'aide de notre système avec la pointe.

Voici les résultats :

On voit (figure 24) qu'on a un profil des hauteurs qui correspond plutôt bien à ce qu'on avait pu trouver plus haut.

Comme nous l'avons évoqué précédemment, lorsqu'on connaît la hauteur de l'eau, on peut en déduire sa vitesse grâce à la conservation du débit volumique. Voilà donc ci-dessous (figure 25) l'évolution de la vitesse calculée de cette manière :

Figure 24: hauteur d'eau à l'intérieur du disque, en fonction de la distance « d » par rapport au centre du disque, avec un niveau d'eau initial

On peut également voir qu'on a une vitesse entre 1 et 2 m/s, ce qui est cohérent avec la vitesse déterminée autrement.

On peut voir que la vitesse semble diminuer, augmenter puis finalement diminuer, cependant nous pensons que les 2 premières mesures sont peut-être perturbées par leur proximité par rapport au jet.

Figure 25 : Evolution de la vitesse de l'eau au sein du disque, en fonction de la distance par rapport au centre, avec un niveau d'eau initial

Au final, il semble donc que le niveau initial ait assez peu d'influence sur le ressaut, ou en tout cas, qu'une variation de quelques millimètres, voire d'un centimètre, n'entraîne pas de réelle différence pour ce qui est de la hauteur d'eau et du rayon en tout cas.

2) Influence de la viscosité

Nous avons cherché à savoir si le ressaut hydraulique pouvait être créé avec un liquide visqueux. Nous avons alors fait un nouveau vase de Mariotte, dédié à l'huile, que nous avons vidangé comme nous l'avons fait avec l'eau. Nous avons pu voir que le ressaut est bien présent, et il est d'une régularité impressionnante, comme le montre la photo ci-contre (figure 26) :

Par contre, pour réaliser des mesures quantitatives, il a fallu s'adapter : avec l'embout (1) et (2), il n'a pas été possible d'observer de ressaut hydraulique, peut-être pour 2 raisons : un débit trop faible du fait de la viscosité de l'huile, et peut-être aussi un niveau d'huile trop élevé sur la plaque, là encore du fait que l'huile étant plus visqueuse que l'eau, elle ne s'écoule pas sur la plaque de la même manière. Le disque obtenu avec l'embout 3 ayant un rayon relativement faible, nous avons alors travaillé avec l'embout (4).

Voici les conditions expérimentales avec lesquelles nous avons travaillé :

Embout 4 → débit de vidange du vase de Mariotte : 34,7 mL/s

Figure 26 : ressaut hydraulique obtenu avec un jet d'huile

Nous avons fait varier la hauteur l de chute d'huile entre l'extrémité de l'embout et la plaque, et pour chacune de ces hauteurs, nous avons mesuré le diamètre du cercle, la hauteur d'huile dans le disque, et la hauteur d'huile à l'extérieur du disque. Nous n'avons pas pu faire plusieurs mesures à différents endroits du disque car nous ne disposions pas d'assez de temps, ce temps correspondant à la durée pendant laquelle le vase se vidange à débit constant.

Par ailleurs, l'huile n'étant pas conductrice, nous n'avons pas pu mesurer la hauteur au moyen de l'ampèremètre. Il nous a fallu simplement observer le moment où la pointe touchait l'huile avec nos yeux. Cela a été possible car dès que l'huile est en contact avec la tige, elle entoure la tige de façon très stable et très visible.

l (cm)	Rayon (cm)	h (mm)	H (mm)
15	1,3	0,9	4,3
27	1,4	0,7	3,9

Nous pouvons voir que la distance l entre l'embout et la plaque n'a que très peu d'influence sur nos mesures, ce qui rejoint le peu d'influence de cette distance l que nous avons constaté lors des mesures réalisées avec l'eau.

Par contre, les différences sont énormes en ce qui concerne les rayons des disques, ainsi que les hauteurs d'huile dans et hors du disque. Pour mémoire, la hauteur h était typiquement de l'ordre de 0,1 mm dans le cas de l'eau, quel que soit l'embout utilisé.

En supposant que la hauteur d'huile dans le disque soit constante, ce qui est possible grâce à la viscosité de l'huile, on trouve alors que la vitesse de l'huile en périphérie du disque vaut 0,47 m/s pour la mesure faite à $l = 15$ cm, et 0,44 m/s pour celle faite à $l = 27$ cm (calcul fait avec la méthode de la conservation du débit). Il faudra compléter cette étude par la mesure de la vitesse de phase dans l'huile, ce que nous n'avons pas encore eu le temps de faire, pour confirmer que le ressaut est bien dû au changement de régime d'écoulement.

De façon qualitative, la viscosité est donc bien entendu un paramètre à prendre en compte dans le phénomène étudié, ce qui est normal car le phénomène en question fait intervenir la vitesse de l'écoulement, or cette vitesse dépend de la viscosité du liquide.

3) Influence de la tension superficielle

Lorsque nous avons réalisé les expériences avec l'huile, nous avons en réalité fait varier plusieurs paramètres en même temps : la masse volumique du liquide, sa tension superficielle et sa viscosité. Nous avons alors voulu isoler un seul paramètre ne faisant varier que la tension superficielle, pour cela nous avons préparé 8L d'un mélange d'eau savonneuse avec les proportions volumiques suivantes : 1% de savon et 99% d'eau, ce qui a diminué la tension superficielle par environ 2.

Voici (figure 27) une image du ressaut formé avec de l'eau savonneuse et des conséquences collatérales de cette expérience. Les mesures quantitatives obtenues permettent finalement d'affirmer que la tension superficielle ne semble pas avoir d'influence sur le rayon du ressaut, et donc la vitesse de l'eau.

Figure 27 : ressaut avec de l'eau savonneuse

4) Influence de la nature de la surface

Est-ce que le ressaut dépend de la nature de la surface sur laquelle l'eau tombe ? Nous avons tenté de le savoir en comparant les disques formés sur une plaque en zinc, en verre, et en plastique.

Voici les résultats obtenus, tous les paramètres autres que la nature de la surface ayant bien entendu été maintenus identiques :

Matériaux	Rayon du disque (cm)
Zinc	2,3 cm
Plastique	3,1 cm
Verre	2,5 cm

Ces valeurs ont été obtenues en faisant la moyenne sur 4 mesures pour chaque matériau.

Il semble donc que la nature de la surface soit un facteur dont vont dépendre les caractéristiques du ressaut hydraulique. Cela pourrait s'expliquer du fait du caractère plus ou moins hydrophile ou hydrophobe de la surface sur laquelle l'eau s'écoule.

Nous avons voulu vérifier cette hypothèse en classant ces surfaces par rapport à leur caractère hydrophile. Pour cela, nous avons déposé des gouttes d'eau sur chacune de ces surfaces, et nous avons mesuré l'angle entre la goutte et la surface, comme le montre le schéma suivant :

- A : forme d'une goutte sur une surface hydrophobe (angle de contact $\geq 90^\circ$) : le liquide ne mouille pas le solide.
- B : forme d'une goutte sur une surface moyennement hydrophobe et hydrophile (angle de contact $\leq 90^\circ$) : le liquide mouille imparfaitement le solide.
- C : forme d'une goutte sur une surface hydrophile (angle de contact $\leq 10^\circ$) : le liquide mouille parfaitement le solide.

Voyons alors ce que donnent les gouttes d'eau sur les différentes surfaces utilisées :

Il semble donc peu probable que le caractère hydrophile soit à l'origine des différences de rayons observés. Peut-être qu'une différence de rugosité des surfaces est à l'origine des différences de rayons mesurés.

Nous avons pu vérifier cette hypothèse expérimentalement en travaillant avec 3 plaques d'un même matériau : 1 plaque lisse, et 2 plaques de rugosités différentes que nous avons dépolies avec une sableuse.

V – Comment se comporte un ressaut soumis à une perturbation extérieure ?

1) Perturbation d'un ressaut par un autre ressaut

a – Cas de 2 ressauts identiques

Nous avons voulu observer comment pouvaient interagir 2 ressauts. Nous avons alors réalisé deux jets d'eau sous le bidon, avec des débits identiques afin d'avoir 2 ressauts les plus identiques possibles, que nous avons pu rapprocher l'un de l'autre. Nous avons alors observé que lorsque les deux ressauts sont en contact, on observe une perturbation des disques ainsi qu'un "mur" d'eau bien vertical, dans un plan perpendiculaire au plan contenant les 2 jets. Ce phénomène devient de plus en plus important au fur et à mesure qu'on rapproche les 2 ressauts.

Sur l'image ci-dessus (figure 28) vous pouvez voir ce mur quand les 2 ressauts sont très proches (2cm).

Figure 28 : Mur d'eau formé par le contact de deux ressauts hydrauliques identiques situés à 2 cm l'un de l'autre

Figure 29 : mesure de la vitesse radiale de l'eau par la mesure de la hauteur du mur

En plus d'être assez impressionnant, nous avons eu l'idée d'essayer de remonter à la vitesse de l'eau grâce à la hauteur du "mur". Pour cela, nous avons mesuré la hauteur des jets grâce à une règle placée dans le plan du mur.

Nous avons fait l'hypothèse que la composante verticale du mur était uniquement due à l'eau des disques se déplaçant perpendiculairement au mur (voir figure). Nous sommes aussi partis du principe que la totalité de l'énergie horizontale était convertie en énergie potentielle, ce qui, par le biais de la conservation de l'énergie mécanique, nous a amené à la relation suivante. $v = \sqrt{2gh}$, avec h la hauteur de la composante verticale du mur.

Nous avons donc utilisé cette relation pour tracer le graphique suivant, qui montre l'évolution de la vitesse de l'eau (calculée avec la relation) en fonction de la distance entre les deux centres des jets :

On peut voir (figure 29) que les vitesses obtenues pour des faibles rayons sont relativement faibles comparées à celles trouvées précédemment avec les autres méthodes. Mais nous n'en sommes pas si étonnés que ça étant donné la faible précision des mesures lorsque les 2 jets étaient proches l'un de l'autre. On remarque par contre que pour des distances plus grandes entre les jets, c'est-à-dire proche de la périphérie du disque, les valeurs des vitesses sont cohérentes avec celles trouvées précédemment.

b – Cas de 2 ressauts issus de jets ayant des débits différents

Par la suite, nous avons voulu voir comment allait se passer l'interaction entre 2 ressauts ayant des débits différents : figure 30.

L'image est assez spectaculaire, car on voit que le jet de faible débit arrive à faire un ressaut, de telle sorte que l'eau du jet est expulsée vers l'extérieur de ce ressaut, mais au point de contact entre le jet et la plaque, on voit également un sillage, ce qui est dû à l'eau expulsée radialement du gros ressaut. Cela signifie qu'il y a deux mouvements d'eau distincts et opposés à l'intérieur du petit ressaut. C'est un constat que nous venons de faire, et nous essaierons de comprendre davantage cette observation par la suite.

Figure 30 : un ressaut dans un autre

2) Perturbation d'un ressaut par des vagues générées à l'extérieur du ressaut

a – Est-ce que des ondes de surface peuvent entrer dans le ressaut ?

C'est ce que nous avons voulu savoir en envoyant des vagues vers le ressaut.

Ce qu'on peut voir assez rapidement, c'est que les vagues ne pénètrent pas dans le ressaut, comme le montre la figure 31 : les vagues semblent le contourner :

On peut même voir que la vague qui contourne le ressaut par la droite et par la gauche est déviée, ce qui provoque des interférences entre ces deux parties de la vague à l'arrière du ressaut.

Figure 31 : contournement du trou ressaut par une onde de surface : La vague vient du fond et progresse vers l'avant de l'image, sans jamais pénétrer à l'intérieur du ressaut.

Le ressaut présente donc une frontière assez intrigante : non seulement le niveau d'eau subit un fort dénivelé à cet endroit-là, mais en plus cette frontière représente un obstacle pour les vagues. Nous avons voulu observer plus en détail la frontière du ressaut. Pour cela, nous avons versé quelques gouttes de colorant, et voici ce que l'on a observé : Figure 32.

Le colorant s'installe de façon assez durable dans une zone extérieure au ressaut, située proche de la frontière. En observant de plus près, nous avons pu voir que des particules solides du colorant faisaient en réalité des aller retours en tourbillonnant dans un plan vertical, entre deux distances limites par rapport au jet :

Figure 32 : Etude de la frontière du ressaut au moyen de l'observation d'un colorant déposé

Nous nous sommes amusés à déposer des gouttes de colorant à l'extérieur du disque pour avoir une idée de l'étendue de la zone dans laquelle se déroule ce mouvement tourbillonnaire, et nous avons été surpris de voir qu'elle était particulièrement grande. Voici la valeur de $x_{\max}$ au-delà de laquelle le colorant n'est plus attiré vers le disque (les mesures ont été faites avec différents embouts) :

Embout	Rayon R du cercle (cm)	x (cm)	Longueur de la zone (cm)
0	0,5	3	2,5
1	1	4	3
2	2,5	5	2,5
3	5	7,5	2,5

Ce mouvement tourbillonnaire pourrait participer à l'explication des différences de hauteur d'eau que l'on observe à la frontière du ressaut.

b - Du ressaut hydraulique vers l'astronomie

Revenons sur le fait que les ondes extérieures semblent ne pas pouvoir pénétrer à l'intérieur du ressaut (figure 31). Le ressaut est en quelque sorte imperméable aux ondes.

L'explication la plus évidente à ce phénomène est simplement que de l'eau est éjectée du ressaut, ce qui empêche la propagation des ondes. On a donc une région inatteignable parce qu'elle éjecte de la matière. En astrophysique, un tel objet est appelé trou blanc, ou fontaine blanche. Sans s'étendre sur l'existence réelle ou non de cet objet cosmologique, on peut tout de même l'utiliser comme outil de modélisation. De la même manière qu'aucune matière ni information ne peut pénétrer dans une fontaine blanche qui déforme l'espace-temps, c'est-à-dire le milieu dans lequel se propage les ondes électromagnétiques, aucune onde ne peut pénétrer dans le ressaut car l'eau, le milieu dans lequel se propagent les ondes, est en constant éloignement du centre.

Il est admis en astrophysique que les trous blancs sont le "contraire" des trous noirs. Tout trou noir a un horizon des événements, qui correspond en fait à son rayon de Schwarzschild. De la même manière, notre phénomène de ressaut, a lui aussi un horizon, un horizon des événements, qu'une onde ne peut franchir que dans un sens, vers l'extérieur. Cet horizon correspond finalement à la limite à partir de laquelle la vitesse d'aspiration (contraire de la vitesse de libération) dépasse la vitesse de phase, c'est-à-dire celle que nos ondes peuvent atteindre.

Germain Rousseaux étudie ainsi les ressauts hydrauliques depuis de nombreuses années, car les mathématiques qui décrivent la façon dont les ondes se comportent face au ressaut montrent des analogies avec celles qui décrivent les trous noirs.

Conclusion :

Ce que l'on supposait n'être qu'un jeu d'eau s'est avéré bien plus complexe et bien plus intéressant que nous l'imaginions au départ. Nous avons pu mettre en évidence des éléments qui participent à l'explication du ressaut hydraulique. La vitesse de l'eau par rapport à la célérité des ondes est un élément majeur dans cette explication. Nous allons poursuivre nos mesures pour essayer de percer davantage les subtilités qui tournent autour de ce phénomène, et nous allons nous intéresser de plus près à la comparaison entre le ressaut hydraulique et le trou blanc.

Webographie <http://ch.lagoute.free.fr/CuveOndes/CuveOndes.pdf>