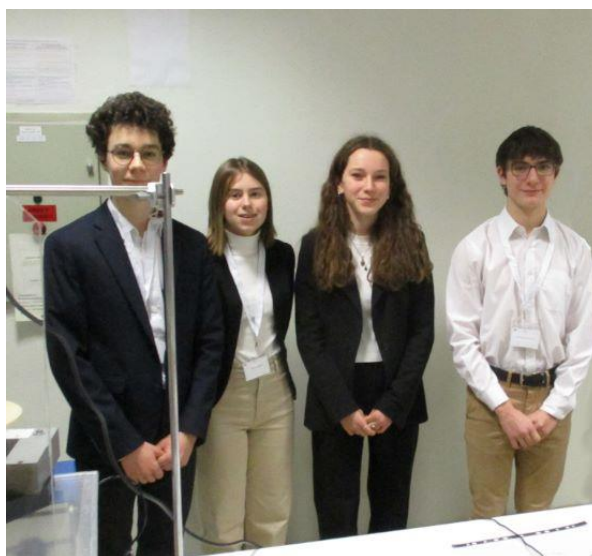




Ça tourne ! Action !



Présentation de l'équipe :



De droite à gauche...

Je m'appelle Léonard et je suis un élève de terminale au LP21. Cette année, j'ai travaillé sur le projet autour du disque d'Euler. C'est la première fois que je participe à un projet scientifique et cela me plaît énormément. Avec mon groupe, nous nous sommes retrouvés plusieurs fois les mercredis après-midi pour avancer sur nos expériences autour du disque. J'ai découvert ce qu'était la recherche scientifique et les différentes difficultés que l'on pouvait rencontrer, et j'ai appris de nombreuses notions en physique qui ne sont pas dans le programme de science au lycée.

Je m'appelle Louise, je suis élève en Terminale au LP21 et je fais partie du groupe travaillant autour du disque d'Euler. J'ai choisi d'y participer car c'est un projet avec une grande partie de recherche scientifique, ce qui m'a intéressé. En plus des notions scientifiques, cela m'a permis d'acquérir de nombreuses compétences comme le travail de groupe, l'aisance à l'oral et une meilleure méthode expérimentale et de recherche. C'est un projet très enrichissant qui me plaît beaucoup.

Je m'appelle Emma. Je suis élève de seconde au LP21 à Jaunay Marigny. J'ai travaillé sur l'étude du disque d'Euler. J'ai adoré participer à ce projet, c'est la 1ère fois mais pas la dernière ! Étant dans un groupe entièrement composé de terminales, ce projet scientifique m'a énormément apporté en termes de compétences oratoires, de notions scientifiques, de démarche expérimentale... J'ai été passionné par la démarche scientifique qu'on a pu apporter à cette simple pièce qui tourne et qui s'est avérée être un sujet bien plus complexe qu'il en a l'air !

Je m'appelle Antoine, élève de terminale au LP21, travaillant sur l'étude du disque d'Euler. Passionné par la recherche scientifique, j'ai choisi de participer à ce projet avant tout pour m'amuser mais aussi pour construire un projet scientifique en équipe. Cela m'a permis de développer une forte cohésion de groupe, réaliser de nombreuses expériences et passer de bons moments.

A travers ce projet, nous avons été amenés à découvrir de nouveaux lieux scientifiques (laboratoires de recherche, universités...), rencontrer des chercheurs et des personnes passionnées. Une expérience enrichissante qui m'a permis de développer des compétences orales et écrites ainsi que découvrir de nouvelles notions probablement utiles à l'avenir.

Résumé

Faire tourner une pièce sur elle-même est un geste banal. Mais quand on voit qu'une pièce ainsi lancée peut bouger, vibrer pendant plusieurs minutes, on peut se dire qu'il y a quelque chose d'intéressant à étudier derrière ce mouvement. C'est ce que nous avons fait. Mais réaliser des mesures, alors que la pièce a un mouvement qui finalement semble complexe, a nécessité de mettre en œuvre des expériences qu'il a fallu corriger et améliorer au fil de notre étude pour arriver à des mesures fiables et exploitables. Ces mesures nous ont permis d'en apprendre beaucoup sur les rotations de la pièce, et de faire des liens entre différentes variables qui décrivent le mouvement de la pièce.

Nous avons trouvé notre projet passionnant, et c'est avec grand plaisir que nous vous le transmettons dans le mémoire qui suit.

Lien vers la vidéo du projet :

<https://youtu.be/hmxz7Q9BgIs>

Sommaire

Introduction

I – Les phases du mouvement de la pièce

II – Etude quantitative des variables décrivant une pièce en rotation

III – Et le mouvement de précession ?

IV - Toutes ces variables sont-elles liées entre elles ?

Introduction

Nous sommes des élèves de terminale et une élève de seconde, et après avoir vu une vidéo assez impressionnante sur internet, nous nous sommes intéressés au mouvement d'une pièce qui tourne.

Nous avons commencé par la lancer, comme le montre la figure 1, et plusieurs questions nous sont alors venues à l'esprit. En effet, plusieurs grandeurs physiques varient lors de la rotation de la pièce, et nous avons voulu savoir s'il existait un lien entre ces grandeurs physiques. Pour mener à bien notre projet, nous avons alors lancé la pièce de différentes façons, nous avons essayé de modifier les conditions expérimentales pour avoir une idée globale de tout ce que l'on aura à prendre en compte dans notre étude. Ce sont des expériences que nous décrivons dans une première partie. Puis le véritable défi sera de pouvoir mener une étude quantitative. Cela va en effet nécessiter de relever l'évolution des différentes variables qui accompagnent le mouvement de la pièce au cours du temps. C'est ce que nous ferons dans une deuxième partie.

Puis, forts de ces premières mesures et analyses, nous nous attarderons sur un mouvement de rotation que la pièce est obligée d'acquiescer. Enfin, dans une dernière partie, nous ferons varier certains paramètres pour mieux comprendre ce qui peut affecter le mouvement de la pièce et sa rotation.

I – Les phases du mouvement de la pièce.

1) Mouvement du centre d'inertie de la pièce :

Prenons un disque métallique (par exemple une pièce de monnaie), et faisons-la tourner sur elle-même comme indiqué sur la figure 1. Quelles observations peut-on faire au sujet de son mouvement ?

Pour être plus précis, faisons tourner la pièce en lui donnant un mouvement de rotation qui, vu de dessus, se fait dans le sens inverse de la rotation des aiguilles d'une montre :

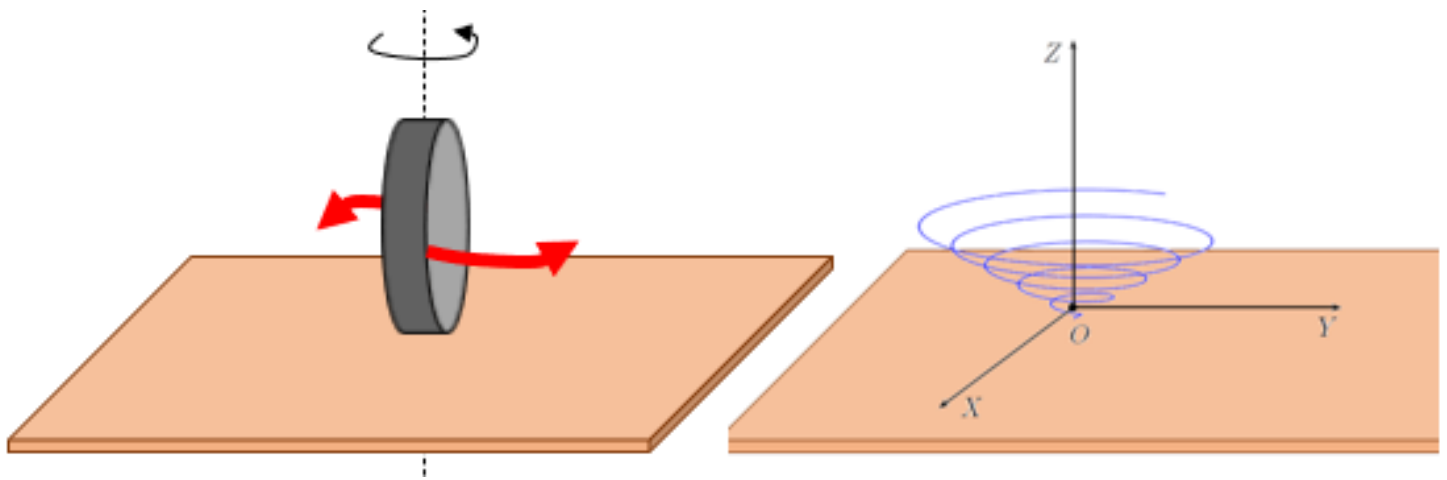


Figure 1 : Mouvement en spirale du centre d'inertie de la pièce

L'expérience montre que dans un premier temps, la pièce reste dans une position verticale tout en tournant sur elle-même, alors que dans le même temps, son centre d'inertie semble décrire une spirale (figure 1). Puis dans un second temps, la pièce vacille dans une position qui se rapproche du plan horizontal. Dès lors, son centre d'inertie reste davantage aligné sur un axe vertical fixe. En faisant tourner la pièce dans le sens inverse des aiguilles d'une montre, on note que le centre d'inertie de la pièce effectue ce mouvement en spirale également dans le sens inverse des aiguilles d'une montre. Et si on inverse le sens de rotation lors du lancer, cela inverse le sens décrit par la spirale.

Pour vérifier ces premières observations, nous avons alors posé une pastille blanche sur la pièce, et nous l'avons filmée durant son mouvement. Cela nous a permis d'utiliser ensuite le logiciel « Tracker » pour suivre le centre d'inertie de la pièce (figure 2).

Voici alors le mouvement du centre d'inertie de la pièce projeté sur le plan horizontal relevé pour certains lancers :

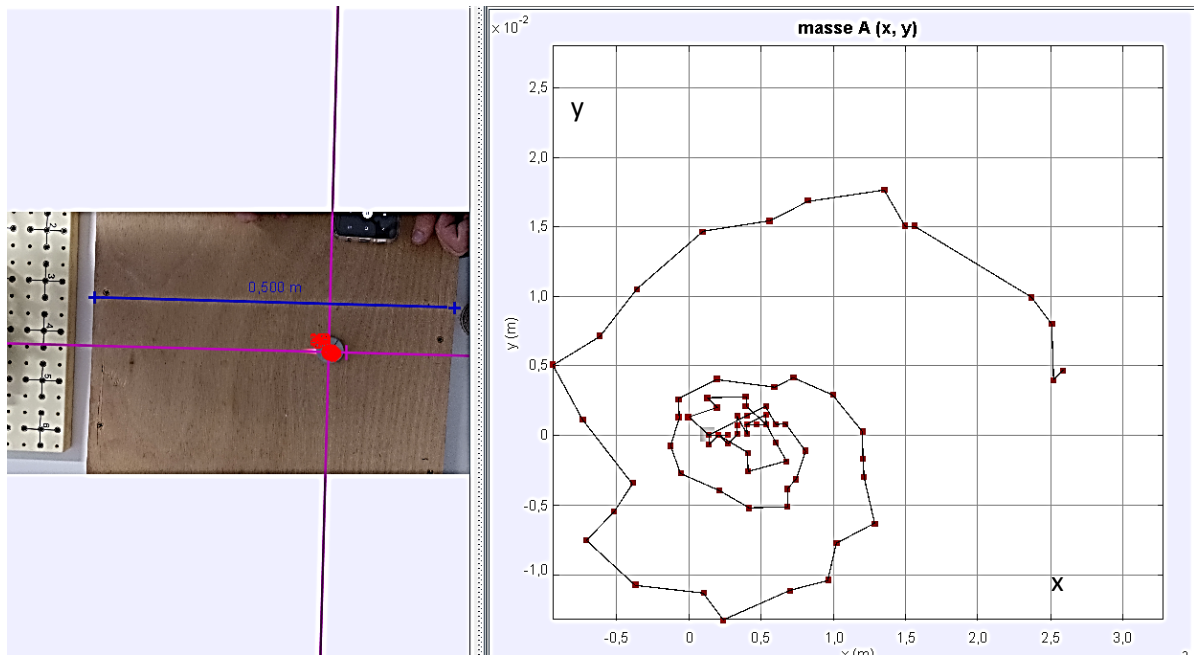


Figure 2 : Mouvement en spirale du centre d'inertie de la pièce confirmé avec le logiciel de pointage vidéo Tracker

On peut donc voir, grâce à une analyse de la vidéo réalisée en utilisant le logiciel « Tracker », que le mouvement du centre d'inertie projeté dans le plan horizontal est bien une spirale dont le rayon diminue rapidement au cours du temps durant une première phase du mouvement, puis le centre d'inertie de la pièce semble faire quasiment du « sur place », sur une direction verticale fixe, durant une deuxième phase du mouvement qui peut durer longtemps par rapport à la première phase.

En réalité, en étudiant la trajectoire du point de contact entre le disque et le plan horizontal, on a pu distinguer 4 phases. Voyons cela :

2) Mouvement du point de contact entre la pièce et le support :

Après avoir lancé la pièce, le point de contact entre la pièce et le support semble décrire dans un premier temps un mouvement de rotation autour du mouvement du centre d'inertie de la pièce projeté sur le plan horizontal, alors que le centre d'inertie de la pièce semble décrire une spirale (figure 3). Puis, dans un deuxième temps, la trajectoire du point de contact semble se stabiliser sur une trajectoire circulaire :

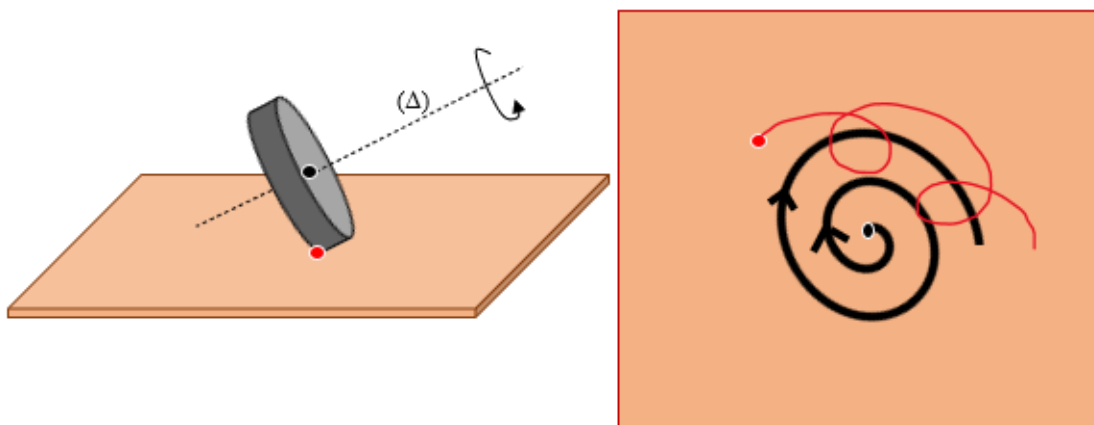


Figure 3 : Rotation du point de contact (en rouge) autour du centre d'inertie (en noir) qui décrit une spirale

Nous avons voulu confirmer cela en filmant l'évolution du point de contact. Pour cela, nous avons mis la pièce sur une plaque de plexiglas munie d'un film dépoli. Sous la plaque, nous avons mis une caméra (<https://youtu.be/G6Zn5STc5xA>). Le seul point net de la pièce est alors le point de contact entre la pièce et le dépoli. Nous avons alors pu suivre ce point grâce à un logiciel de pointage vidéo (Tracker) et voici la trajectoire du point de contact obtenue : figure 4

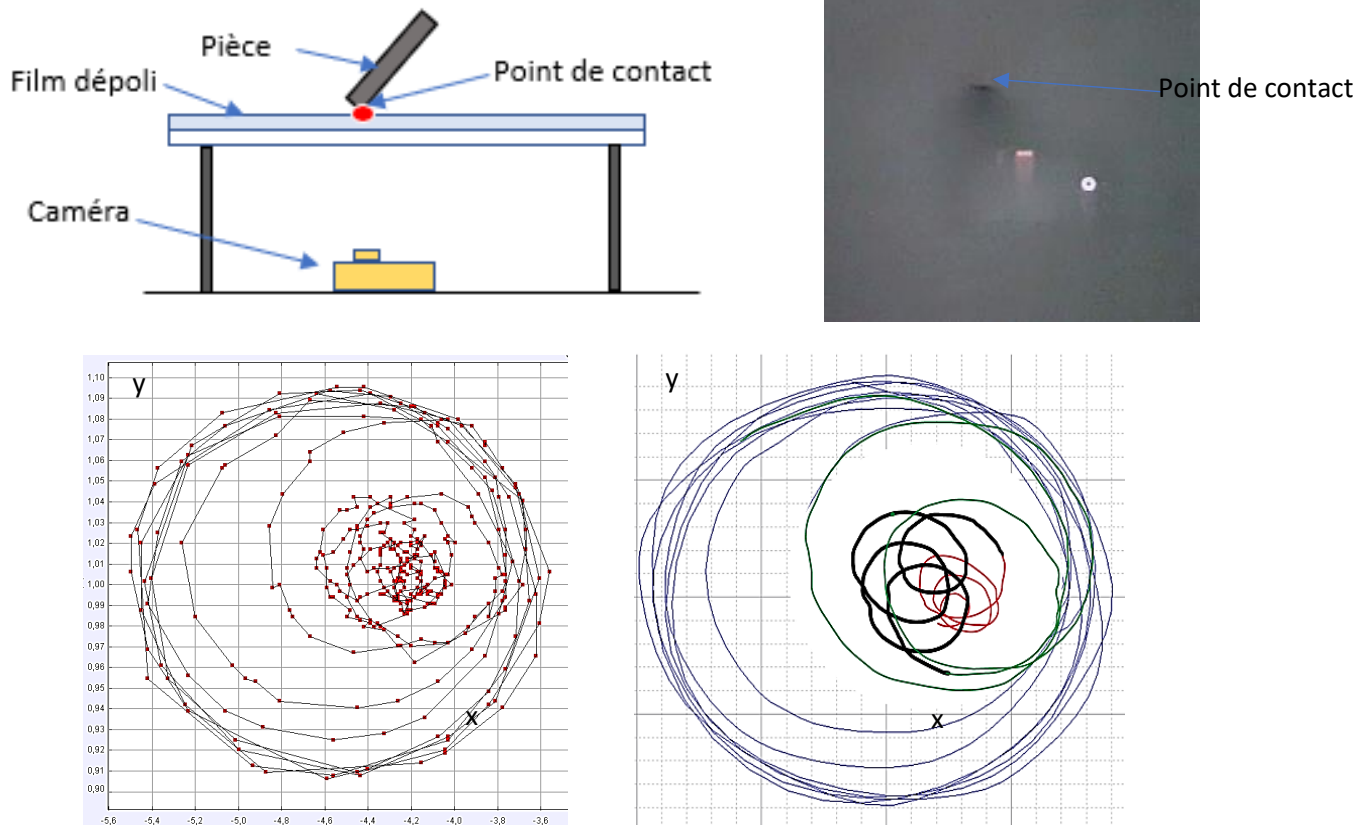


Figure 4 : En haut à gauche : dispositif expérimental – En haut à droite : photo extraite de la vidéo prise par la caméra – En bas à gauche : position du point de contact repéré avec le logiciel Tracker – En bas à droite : représentation de la trajectoire en couleur : on distingue en réalité 4 phases dans le mouvement de la pièce.

On peut alors en réalité distinguer 4 phases : Durant la phase 1, en rouge, la pièce reste relativement verticale. Durant la phase 2, en noir, on retrouve le mouvement que l'on évoquait, illustré dans la figure 3. Durant la phase 3, en vert, on trouve une sorte d'orbite de transition avant d'aboutir à la phase 4, en bleu, durant laquelle la trajectoire du point de contact s'est quasiment stabilisée sur une trajectoire circulaire. En toute rigueur, ce n'est pas le cas, mais cela s'en rapproche tout de même.

Présentation du problème :

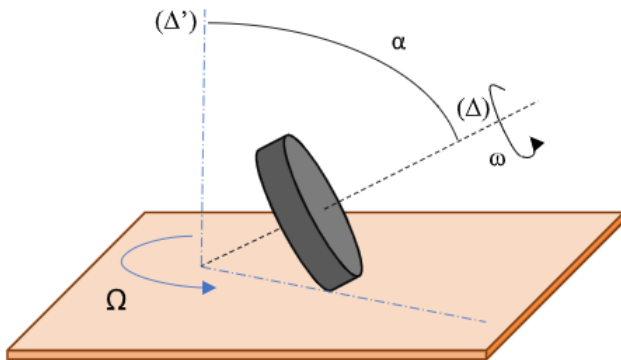
Au fur et à mesure que nous avons travaillé sur ce projet, nous nous sommes rendus compte que, pour que nos mesures soient précises, il fallait alors se concentrer sur la dernière phase du mouvement : la phase 4. Pour autant, vous pourrez voir dans la suite du mémoire que certaines mesures concernent la totalité du mouvement de la pièce.

Il s'agit alors maintenant de mesurer précisément l'évolution des différentes variables qui interviennent dans le mouvement de la pièce

II – Evolutions des différentes variables lors du mouvement du disque

1) Les variables intervenant dans l'étude :

Compte tenu des observations réalisées, nous chercherons dans un premier temps à mesurer les variables suivantes :



- ω : vitesse de rotation de la pièce autour de l'axe Δ
- α : angle entre l'axe Δ et l'axe reliant le point de contact au point d'intersection entre Δ et le plan horizontal sur lequel la pièce repose
- Ω : vitesse de rotation du point de contact autour de l'axe vertical

Figure 5 : Les différentes variables qui interviennent dans le mouvement de la pièce

2) Dispositif pour lancer la pièce :

Nous avons réfléchi à un dispositif capable de lancer la pièce de façon automatique, à l'aide d'un électro-aimant. (vidéo de l'expérience : <https://youtu.be/JjgcecBfGLg>)

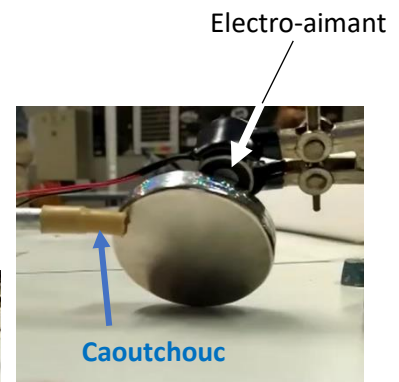
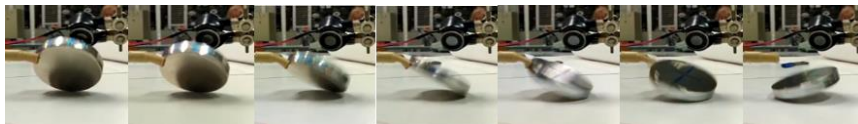


Figure 6 : Dispositif avec électro-aimant pour lancer la pièce de façon contrôlée

Sur la photo, on peut voir qu'un électro-aimant retient le disque dans une position inclinée. D'autre part, la pièce repose, sur une de ses extrémités, sur un morceau de caoutchouc souple. Lorsque l'électro-aimant lâche la pièce, celle-ci tombe alors tout en subissant une contrainte sur un côté, ce qui provoque un mouvement de rotation de la pièce au lieu de tomber à plat, comme on peut le voir sur la séquence du film. Nous avons pu tester la fiabilité de façon très précise, grâce à des mesures de temps et rotation pour nous assurer que des conditions identiques conduisaient à des résultats identiques, ce qui était parfaitement le cas. Voyons alors comment évoluent les différentes variables lors du mouvement de la pièce. Comme nous chercherons dans une troisième partie à comprendre l'influence de certains paramètres sur les évolutions des variables, nous chercherons systématiquement à modéliser ces évolutions.

2) Mesure de l'évolution de l'angle alpha

Une fois la pièce lancée, son centre d'inertie passe d'une position haute à une position basse, puisque la pièce tombe. Nous avons alors voulu mesurer l'angle alpha puisque celui-ci décrit l'inclinaison de la pièce par rapport à un axe vertical. Pour cela, nous avons réalisé l'expérience suivante : figure 7

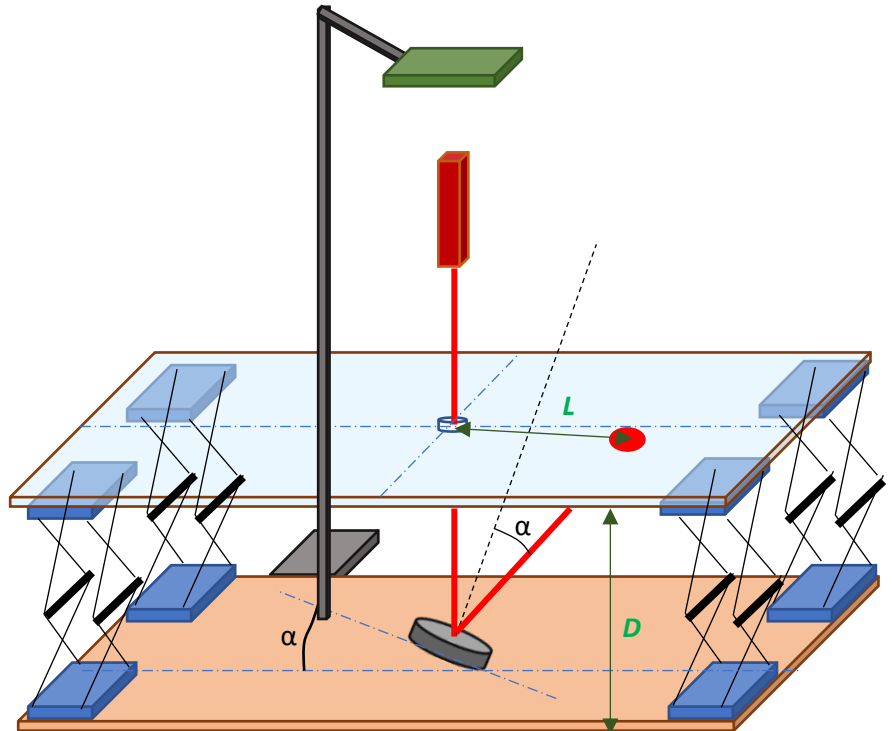


Figure 7 : Dispositif expérimental permettant la mesure de l'angle α

Un faisceau laser vertical est dirigé sur la pièce recouverte d'un film réfléchissant. La lumière réfléchie par la pièce rencontre une plaque de plexiglas sur laquelle on a mis un film dépoli. Nous avons alors tracé un repère sur le dépoli. Cela permet de repérer la trace du faisceau laser réfléchi, comme le montre la photo suivante : Figure 8 (vidéo de l'expérience : <https://youtu.be/sAvxctFaymg>)

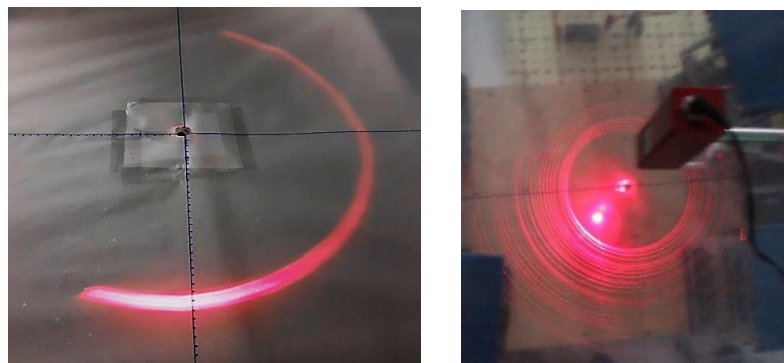


Figure 8 : Trace laissée par le faisceau laser sur le dépoli – A droite : Temps de pose très long de l'appareil photo

Par construction géométrique, on peut alors mesurer l'inclinaison α de la pièce car l'angle entre le rayon incident sur la pièce et le rayon réfléchi par la pièce est égal à 2α selon la loi de Snell-Descartes pour la réflexion de la lumière. Un téléphone disposé au-dessus enregistre alors la trace du faisceau laser réfléchi au cours du temps, ce qui permet de mesurer expérimentalement l'angle α en utilisant la trigonométrie :

$$\tan(2\alpha) = \frac{L}{D}$$

La photo prise avec un temps de pose long ne permet pas de se rendre compte à quel rythme évolue l'angle α . Pour déterminer l'angle, il faut mesurer L en filmant la scène et en notant la position de la trace du Laser au cours du temps.

L'inconvénient tout de même avec cette expérience, c'est qu'au début du mouvement, lorsque la pièce est très inclinée, le faisceau laser est réfléchi avec un angle trop grand pour rencontrer le dépoli. Et de toute façon, la mesure de l'angle par cette méthode n'est bonne que si la pièce est centrée sur le faisceau laser, ce qui n'est pas le cas durant les premières phases du mouvement. C'est la raison pour laquelle, comme on le disait dans la première partie, nous limitons notre étude à la quatrième phase du mouvement.

Il a fallu donc faire de nombreux essais pour obtenir des situations exploitables.

Lors du lancer étudié précédemment, voici alors comment évolue l'angle α : Figure 9

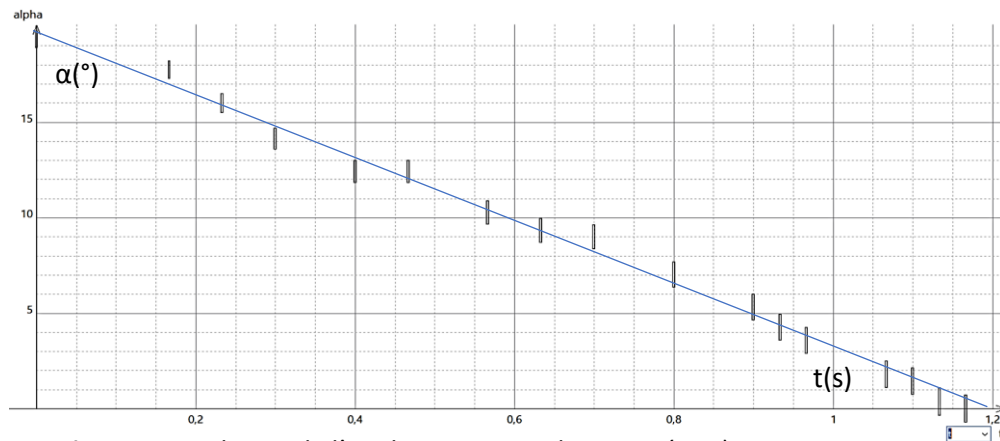


Figure 9 : Evolution de l'angle α au cours du temps (en s)

On peut dire que l'évolution de l'angle alpha au cours du temps est linéaire.

Remarque :

Pour déterminer l'angle α , nous avons supposé que la distance entre le centre d'inertie de la pièce et le dépoli était constante, ce qui n'est pas vrai en toute rigueur puisque la pièce passe d'une position verticale à une position horizontale. Néanmoins, lors de la quatrième phase du mouvement, alors que la pièce est déjà bien inclinée, on peut négliger la variation de l'influence de l'inclinaison devant la distance D entre le plan horizontal sur lequel repose la pièce et le dépoli.

Nous avons en effet calculé (figure 10) que, étant données la largeur de la surface dépolie et la distance D , lorsque la trace est visible sur le dépoli, une pièce de diamètre 5 cm peut au maximum être inclinée de telle sorte que son centre d'inertie se trouve au maximum à 0,5 cm au-dessus du plan horizontal, ce qui est négligeable devant les 50 cm qui séparent le plan horizontal de la surface dépolie.

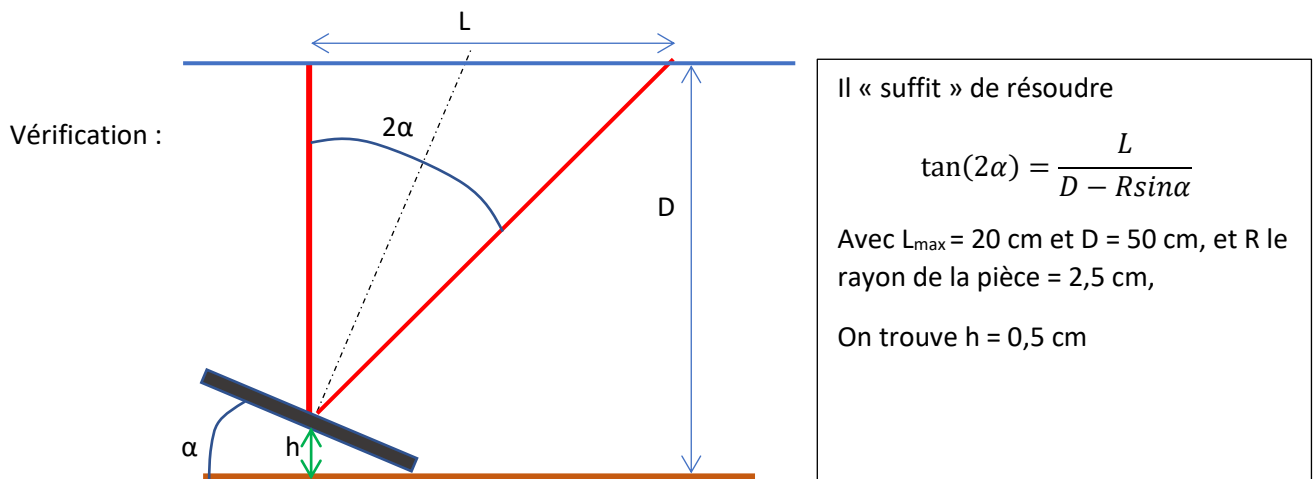


Figure 10 : Evaluation de la valeur maximale de h

Ce qui est intéressant, c'est de comparer cette évolution à celle qu'on aurait obtenu si la pièce était tombée sans être lancée (figure 11) : nous avons alors réalisé cette expérience, et voici l'évolution de l'angle alpha que nous avons mesuré au cours du temps, en utilisant le logiciel Tracker.

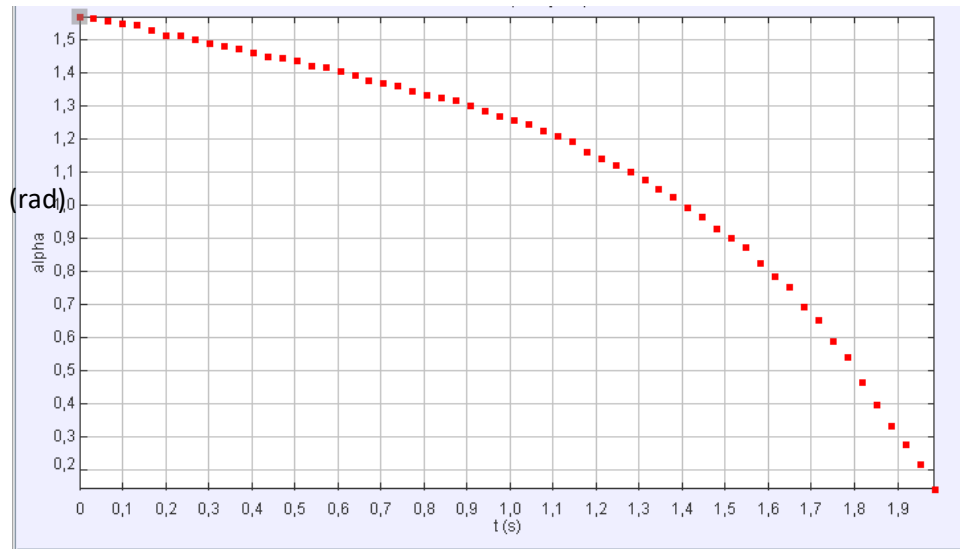


Figure 11 : Evolution de l'angle α lors d'une chute de la pièce sans rotation autour de l'axe ω

En comparant les figures 8 et 10 , on peut donc se rendre compte de l'effet des rotations de la pièce sur l'évolution de sa chute.

Et puisqu'on parle de rotation de la pièce, voyons comment mesurer l'évolution de la vitesse de rotation ω de la pièce autour de l'axe delta.

3) Mesure de l'évolution de la vitesse de rotation propre de la pièce au cours du temps

En filmant la pièce par le dessus, après avoir fait un repère sur la périphérie de la pièce, il nous a été possible de suivre l'évolution de l'angle θ parcouru par un point en périphérie de la pièce au cours du temps. Puis, nous avons tracé la dérivée de θ pour aboutir à la vitesse angulaire ω . Voici le résultat obtenu : figure 12

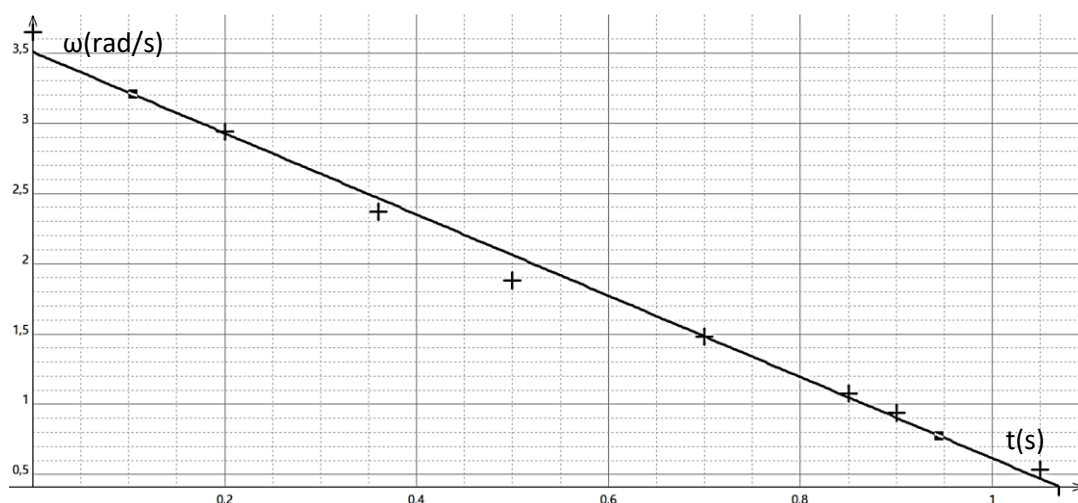


Figure 12 : Evolution de la vitesse de rotation ω lors d'une chute de la pièce au cours du temps

Les résultats montrent que la vitesse angulaire diminue de façon linéaire par rapport au temps.

4 – Mouvement de précession

a) De quoi s'agit-il ?

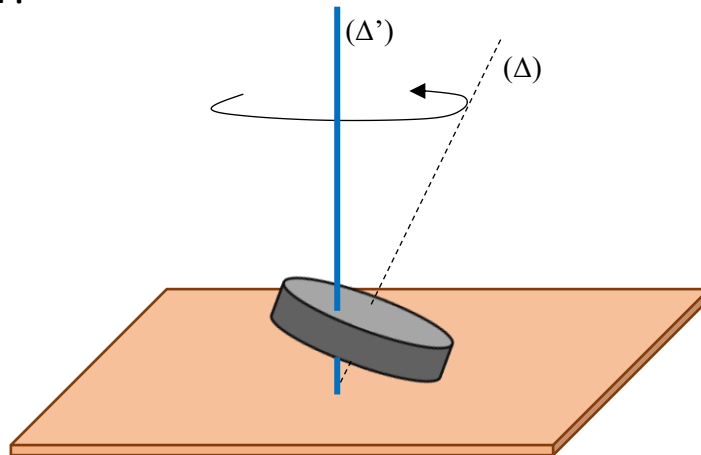


Figure 13 : Précession de l'axe de rotation Δ autour de la direction Δ'

Le mouvement du point de contact entre le disque et le support horizontal témoigne du fait que l'axe de rotation Δ du disque tourne lui-même autour d'un axe Δ' , avec vertical passant par le point d'intersection entre l'axe Δ et le plan horizontal (figure 13). Ce mouvement est appelé précession, et c'est justement cette précession de Δ autour de Δ' qui semble s'accélérer au cours du temps. Comment faire pour mesurer cette précession ?

b) Dispositif expérimental

Notre première idée a été d'exploiter à nouveau la trace du faisceau laser sur le film dépoli. En effet, le fait que la trace en question évolue en dessinant une spirale vient de l'inclinaison de l'axe Δ par rapport à l'axe vertical Δ' . Malheureusement, la caméra utilisée a une durée d'obturation trop grande, et non réglable. De ce fait la trace, comme on peut le voir sur la figure 8, est trop grande pour être exploitable. Nous avons alors eu une autre idée :

Lorsque l'axe Δ de la pièce fait un tour autour de l'axe Δ' , le point de contact aura lui aussi fait un tour sur le plan horizontal. Ainsi, si on met un faisceau laser rasant le plan horizontal, de sorte que la pièce coupe le faisceau laser au niveau du point de contact, le faisceau laser sera coupé deux fois lorsque le point de contact aura fait un tour sur le plan horizontal. En recueillant alors le faisceau laser sur une photorésistance, il est alors possible de relever les dates auxquelles le faisceau laser est coupé, puis d'en déduire la vitesse du point de contact, et donc la vitesse de précession de Δ autour de Δ' .

Voici alors représenté le dispositif expérimental : figures 14 et 15

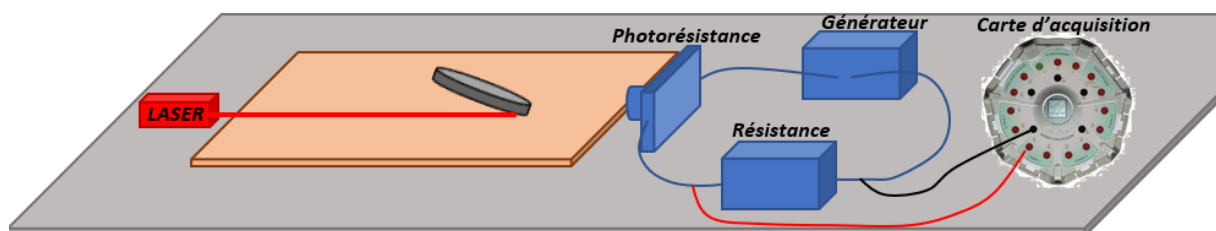


Figure 14 : Dispositif expérimental permettant la mesure de la fréquence à laquelle le faisceau laser est obturé par le point de contact de la pièce avec le support

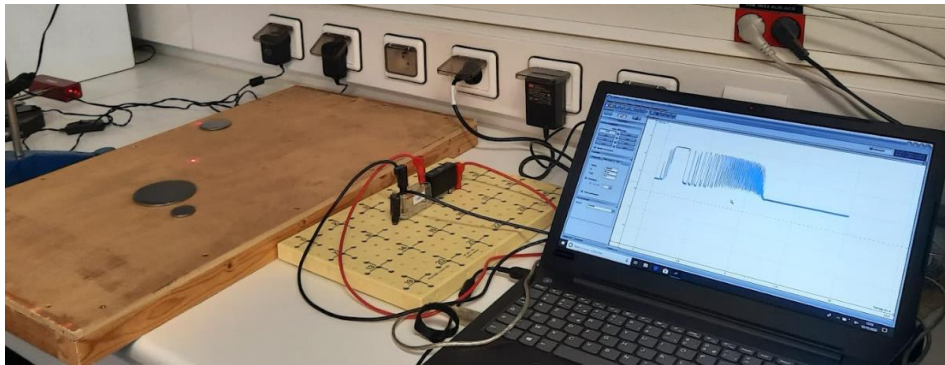


Figure 15 : Dispositif expérimental permettant la mesure de la fréquence à laquelle le faisceau laser est obturé par le point de contact de la pièce avec le support

c) Mesures et analyse des résultats

Réalisation des mesures

La photorésistance est reliée à une résistance et un générateur. Lorsque la photorésistance est éclairée, la résistance est faible, donc l'intensité du courant dans le circuit est élevée, ce qui fait que la tension aux bornes de la résistance est grande. Cette tension est par contre basse lorsque la pièce coupe le faisceau laser. On a alors relié une carte d'acquisition aux bornes de la résistance, et nous avons relevé l'évolution de la tension à ses bornes durant le mouvement de la pièce. Voici les résultats obtenus : Figure 16

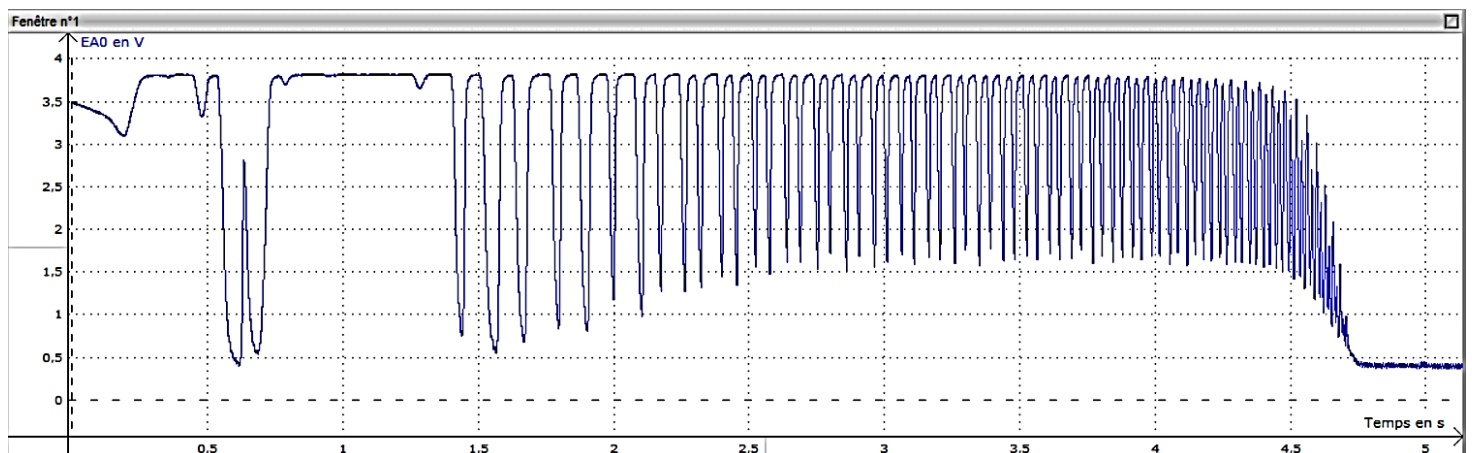


Figure 16 : Dates auxquelles le faisceau laser est obturé par le point de contact de la pièce

Analyse des résultats

On remarque clairement que la vitesse de rotation du point de contact augmente au cours du temps, ce qui traduit donc une accélération du mouvement de précession de l'axe de rotation de la pièce.

La première partie de la courbe correspond au début du lancer, lorsque l'angle α que fait l'axe Δ de la pièce avec le plan horizontal est élevé. Ce sont les premières phases du mouvement, durant lesquelles le centre d'inertie de la pièce n'est pas vraiment confiné sur un axe vertical. Si on se contente de travailler sur la dernière seconde et demi avant l'arrêt (cela correspond environ à la durée de la quatrième phase étudiée dans les parties précédentes), on peut tracer l'évolution de la vitesse de rotation du point de contact :

Pour tracer la courbe qui suit, nous avons mesuré la durée entre 2 occultations du faisceau laser (en faisant une moyenne sur 6 périodes autour de la date choisie), puis nous avons multiplié par 2 pour avoir la durée nécessaire pour que le point de contact fasse un tour sur le plan horizontal. Nous avons pris

l'inverse de la valeur obtenue pour tracer la fréquence de la rotation au cours du temps et pour finir, nous avons obtenu la vitesse angulaire de la précession de l'axe en multipliant la fréquence par 2π (figure 17)

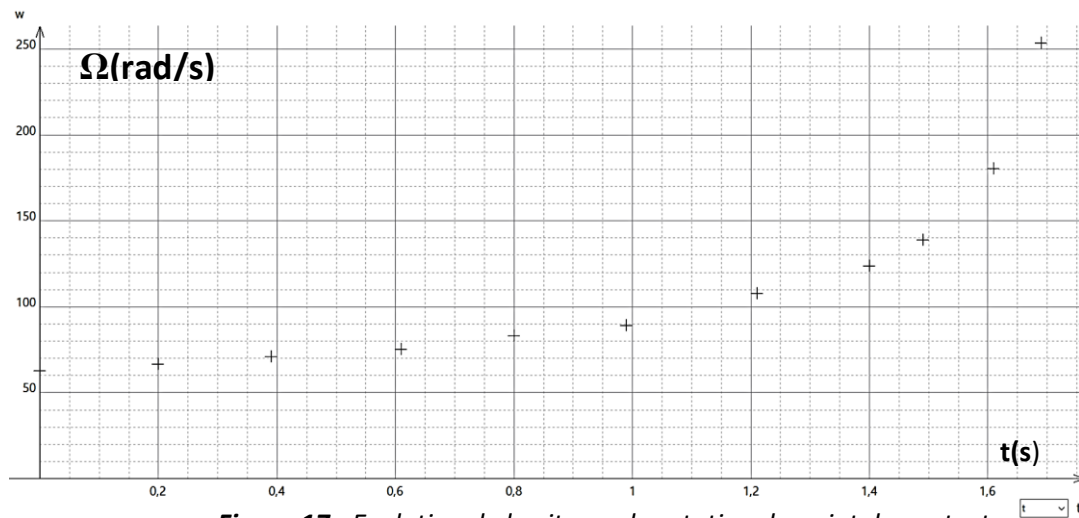


Figure 17 : Evolution de la vitesse de rotation du point de contact

Les résultats sont assez impressionnants, car ils montrent qu'avant de s'arrêter, le point de contact parcourt environ 40 tours par seconde sur le plan horizontal ! Il est surprenant de voir l'accélération brutale de la vitesse de rotation de précession, qui semble tendre vers une asymptote pour une date t que l'on pourrait appeler t_a . Ainsi, l'évolution de la vitesse de rotation de précession serait de la forme :

$$\Omega = \frac{K}{(t_a - t)^\beta}$$

Pour vérifier si tel est le cas, nous pouvons tracer le logarithme de $\log\Omega$ en fonction de $\log(t_a - t)$ et obtenir une droite. En effet, en prenant le logarithme de la relation précédente, on obtient :

$$\log\Omega = \log K - \beta \times \log(t_a - t)$$

Voilà alors ce que donne la modélisation par une droite, en prenant $t_a = 1,76s$, ce qui semble tout à fait compatible avec l'asymptote vers laquelle tendent les mesures expérimentales : figure 18

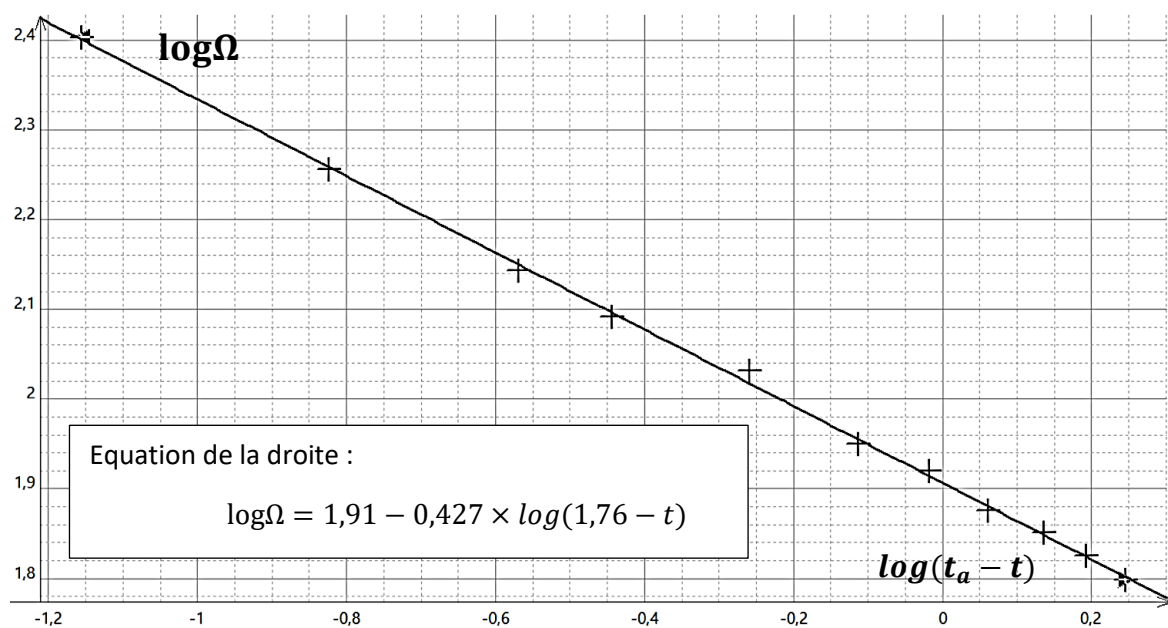


Figure 18 : Recherche d'un modèle mathématique pour décrire l'évolution de la précession

Cela dit, cette modélisation par une fonction du type

$$\Omega = \frac{K}{(t_a - t)^\beta}$$

ne peut pas être vraie si $t = 1,76$, car on aurait sinon une vitesse de rotation Ω infiniment grande.

Origine du mouvement de précession

Voir figure 19 : Le fait que la pièce tourne autour de l'axe Δ lui confère un moment cinétique \vec{L}_0 . Sous l'action de la force de pesanteur, la pièce se déséquilibre et tombe. Un couple de force $\vec{\Gamma}$ fait donc pivoter la pièce. Or le théorème du moment cinétique énonce que ce couple modifiera le moment cinétique de telle sorte que :

$$\frac{d\vec{L}}{dt} = \vec{\Gamma}$$

Il en résulte que le moment cinétique va varier de telle sorte que durant une période Δt , le vecteur variation de moment cinétique $\Delta\vec{L} = \vec{L} - \vec{L}_0$ sera dirigé dans le même sens que $\vec{\Gamma}$. Cela permet d'en déduire que le nouveau moment cinétique \vec{L} aura changé de direction : le disque ne fait pas que tomber, mais il tombe de telle sorte que son axe de rotation Δ tourne autour d'un axe vertical.

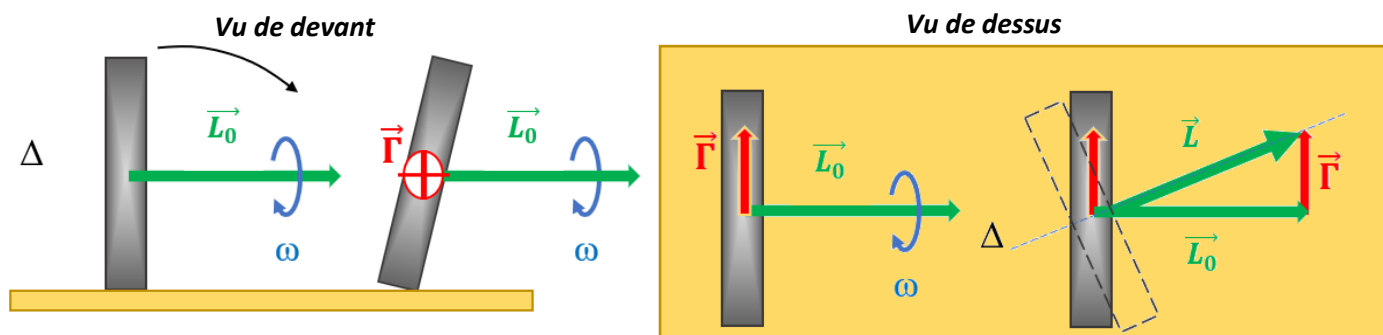


Figure 19 : Explication du mouvement de précession de l'axe Δ .

L'analogie avec le disque d'Euler est alors tout à fait pertinente, car lorsque le disque vacille de sa position verticale à sa position horizontale tout en tournant, son axe de rotation change de direction, ce qui provoque la précession de l'axe de rotation.

IV – Influences des conditions initiales sur l'évolution des variables

Pour pouvoir faire varier certains paramètres expérimentaux plus facilement, nous nous sommes procurés un vrai disque d'Euler. En effet, son épaisseur étant plus grande que celle de la pièce, cela nous laissait plus d'amplitude pour fabriquer d'autres disques avec des caractéristiques différentes. Commençons par étudier l'influence de la vitesse de l'impulsion donnée au départ :

1) Influence de la vitesse de l'impulsion donnée au départ pour mettre la pièce en rotation :

Nous avons alors mesuré, toujours lors de la phase 4, pour trois impulsions de différentes vitesses données au départ :

- La vitesse de rotation propre ω
- L'évolution de l'angle α
- La vitesse de précession Ω

Nous avons fait ces mesures pour 3 lancers différents : un avec une impulsion initiale rapide, un autre avec une impulsion initiale moyenne, et enfin avec une impulsion initiale lente.

Et voici l'ensemble des résultats obtenus : figure 20

On rappelle que ces évolutions sont mesurées lorsque l'inclinaison de la pièce est telle que l'angle α est inférieur à 20° , pour des raisons expérimentales.

Les évolutions de l'angle α et de la vitesse de rotation propre ω pour les lancers rapides et moyens sont quasiment identiques. Pourtant, la vitesse de l'impulsion au départ était très différente. En réalité, ces résultats montrent que la vitesse de l'impulsion au départ ne permet pas de prévoir comment se déroulera la phase 4 du mouvement de la pièce. Cela vient du fait que lors de l'impulsion, on fait tourner la pièce autour de son diamètre, alors que lorsqu'elle vacille, elle tourne autour d'autres axes (l'axe Δ , et l'axe autour duquel se fait la précession). Le transfert d'énergie entre la phase 1 et la phase 2 peut sûrement se faire différemment, c'est-à-dire que l'énergie peut peut-être se répartir différemment dans les différents mouvements de rotation que peut avoir le disque dans la phase 2. Le lien entre la phase 1 et la phase 2 est alors difficilement contrôlable. Et c'est d'ailleurs pour cette raison que nous ne nous sommes attardés que sur la phase 4 pour mener les études quantitatives.

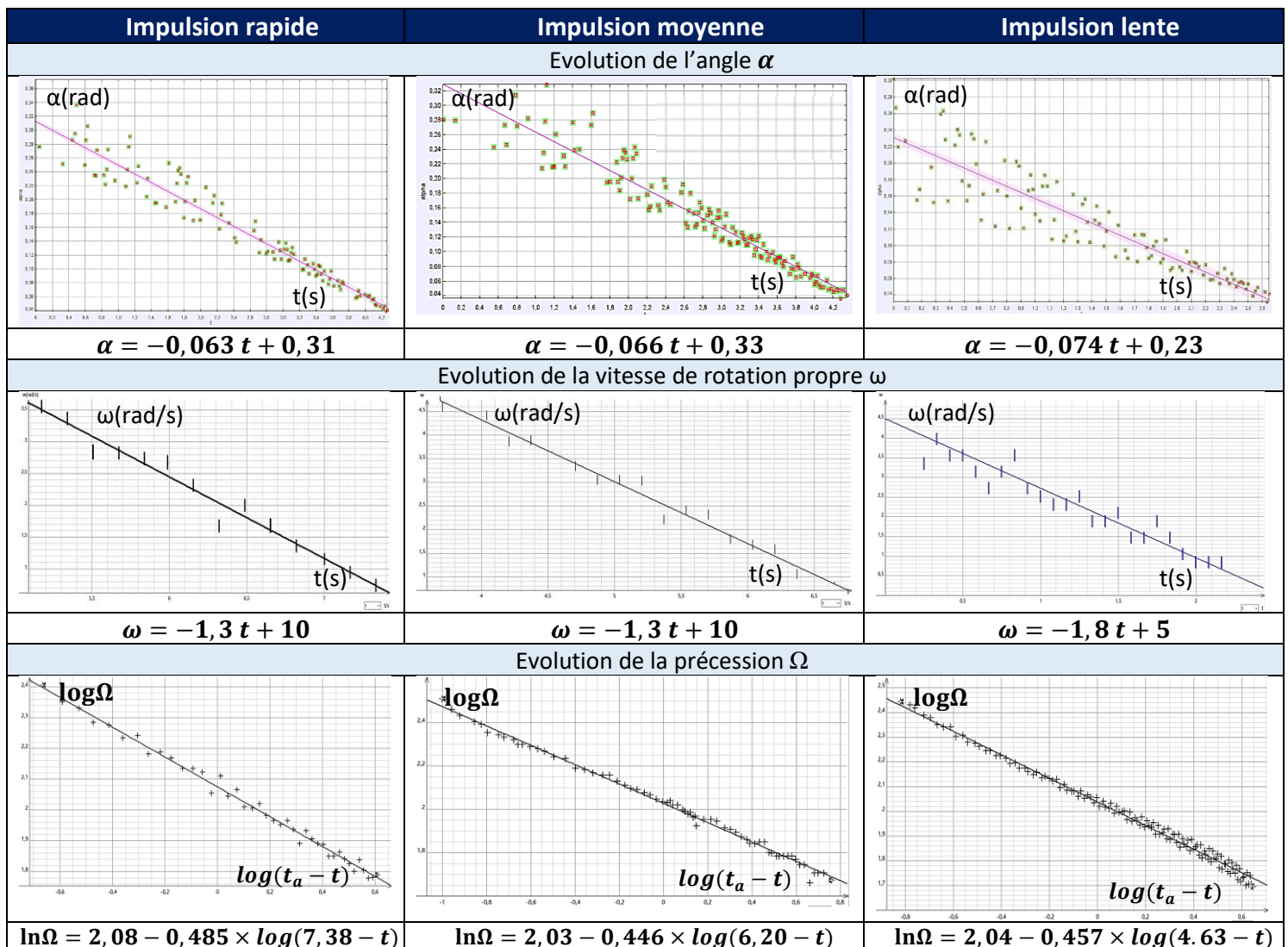


Figure 20 : Etude de 3 lancers réalisés en donnant une impulsion rapide, moyenne et lente à l'instant initial

Finalement, en observant les évolutions de ces variables pour les 3 lancers, nous pensons que les lancers rapide et moyen ont une phase 4 quasiment identique, contrairement à la phase 4 du lancer lent. On peut en effet voir que lors du lancer lent, l'énergie mise en jeu au départ n'a pas permis une rotation aussi longue que pour les autres lancers, dû au fait que la diminution de l'angle alpha et de ω sont plus rapides que pour les deux autres lancers. Bref, la vitesse de l'impulsion donnée au départ est importante, mais ne permet tout de même pas de prévoir exactement comment se déroulera la phase 4. On peut tout de même prévoir que pour des impulsions lentes, les variables diminueront plus rapidement au cours du temps, de façon significative.

Terminons ce paragraphe par une dernière remarque :

la comparaison entre les évolutions de l'angle α et de ω est intéressante, car nous voyons que ces évolutions sont toutes linéaires. Est-ce que cela traduit une dépendance entre α et ω ?

C'est bien possible. En effet, on est tenté de dire, en comparant en particulier le lancer lent aux deux autres lancers, que si ω décroît plus rapidement, alors l'angle alpha diminuera également plus rapidement.

Ce serait donc la vitesse de rotation propre qui influencerait la façon dont s'incline la pièce au cours du temps. Et effectivement, il est vrai que si on laisse tomber la pièce sans lui donner une vitesse de rotation initiale, on a vu figure 10 l'évolution de l'angle α que l'on obtiendrait.

2) Influence des caractéristiques du disque :

a – Influence de la masse

Pour étudier l'influence de la masse, nous avons travaillé avec un disque de dimensions identiques au disque d'Euler, mais de masse différente (37 g au lieu des 445 g du disque d'Euler). Nous avons réalisé ce disque avec une imprimante 3D. Figure 21



Figure 21 : A gauche : disque plastique de même dimension que le disque d'Euler

Nous avons alors réalisé les mesures de α , ω , et Ω . Figures 22 a, b, c

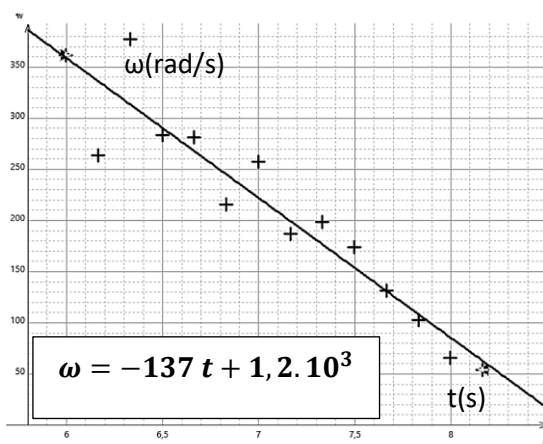


Figure 22 a : Evolution de ω

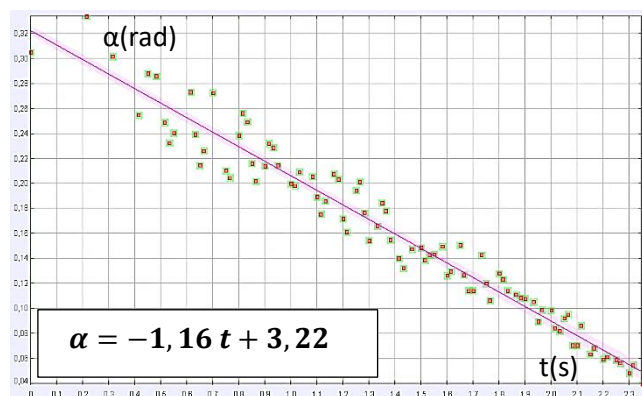


Figure 22 b : Evolution de α

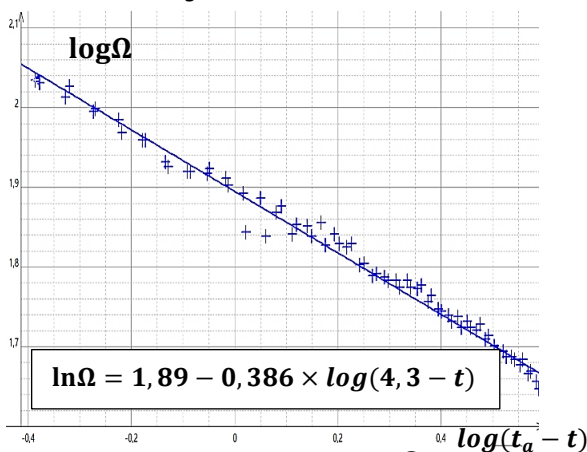


Figure 22 c : Evolution de Ω

On voit clairement que la masse influence grandement l'évolution des variables mesurées car ω décroît environ 100 fois plus vite qu'avec le disque d'Euler, et l'angle α environ 160 fois plus vite. Concernant le mouvement de précession, on peut également voir que l'accélération observée dans les derniers instants avec le disque d'Euler est moins grande avec le disque plastique, car le coefficient 0,386, qui représente la puissance du temps dans l'expression

$$\Omega = \frac{K}{(t_a - t)^\beta}$$

est plus faible que celle obtenue avec le disque d'Euler (en moyenne 0,46).

Continuons nos expériences avant d'analyser ces observations, en modifiant cette fois-ci les dimensions géométriques du disque sans changer la masse.

b - Influence des caractéristiques géométriques du disque :

Toujours à l'imprimante 3D, nous avons réalisé un disque de même masse que le précédent, mais de rayon plus grand : $R = 101 \text{ mm}$

Nous avons alors refait les mesures des variables étudiées jusque-là : figures 23 a, b, c

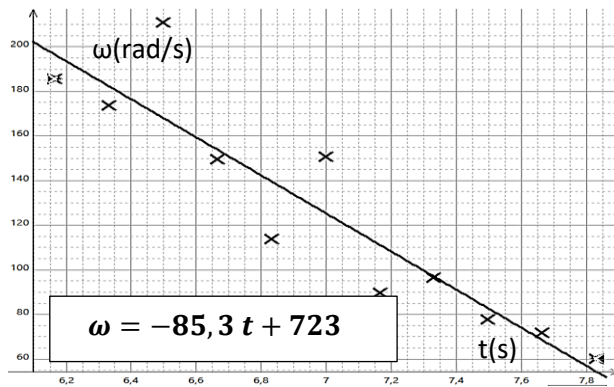


Figure 23 a : Evolution de ω

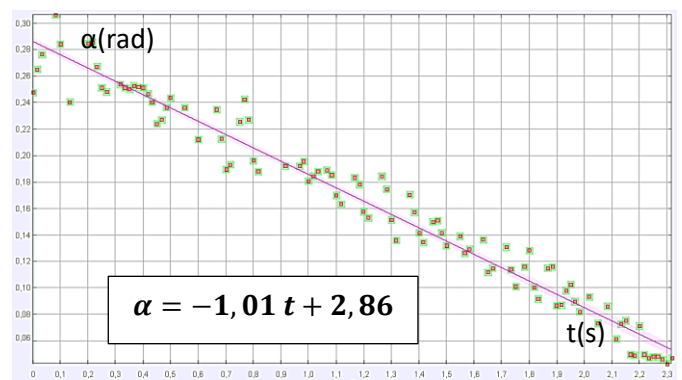


Figure 23 b : Evolution de α

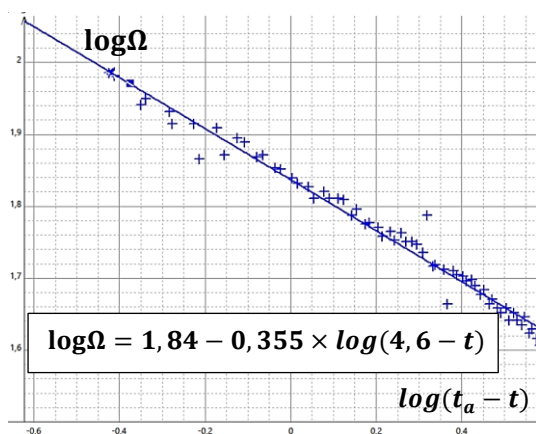


Figure 23 c : Evolution de Ω

Les mesures obtenues montrent à nouveau des variations importantes avec les résultats précédents :

En augmentant le rayon du disque, cela augmente de façon significative les vitesses d'évolution de la vitesse angulaire ω et de l'angle α par rapport aux évolutions observées avec le disque plastique de 10 cm de diamètre.

Par contre, on observe que la puissance β est plus faible, ce qui traduit une évolution moins rapide de l'accélération du mouvement de précession.

Que conclure de ces expériences menées avec les deux disques en plastique ?

Les évolutions de l'angle α et de la vitesse angulaire ω semblent montrer qu'en réalité, c'est le moment d'inertie du disque qui semble régir l'évolution de ces variables au cours du temps. En effet, les mesures menées avec le disque d'Euler en métal ainsi que celles menées avec le disque plastique montrent que si on augmente le moment d'inertie du disque, les pentes des droites modélisant les évolutions de α et de ω deviennent plus faibles, ce qui traduit une évolution plus lente, et donc un mouvement plus long du disque de plus fort moment d'inertie.

L'étude comparative de l'évolution de la vitesse de précession est plus délicate à analyser, car l'évolution de Ω n'est pas monotone en fonction du moment d'inertie. On s'attend à ce qu'une forte variation de l'angle α conduise à une précession plus importante, mais cela dépend aussi de la vitesse angulaire ω , puisque plus ω est faible, plus la précession est faible (voire nulle si ω est nulle). C'est peut-être du fait que α et ω interviennent alors tous les deux pour créer la précession que l'évolution de Ω n'est pas monotone en fonction du moment d'inertie.

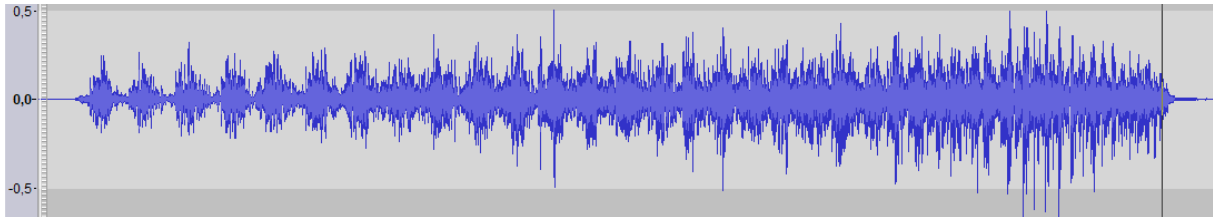
Passons maintenant à l'étude d'une autre variable que nous n'avons pas encore abordée, et qui pourtant accompagne chacun des lancers : le son que l'on entend lorsque le disque est en mouvement.

V – Etude du son

1) Hypothèse

Lorsque le disque est en mouvement, on peut entendre un son qui n'est absolument pas continu. Il présente des à-coups, et la fréquence de ces à-coups ne cesse d'augmenter au cours du temps. Cette augmentation semble même s'accélérer, ce qui n'est pas sans rappeler l'accélération de la rotation de la précession.

On peut d'ailleurs clairement le voir sur la bande son suivante :



Nous avons alors voulu savoir s'il y avait un lien entre l'évolution de la fréquence des à-coups, et la fréquence à laquelle le point de contact entre le disque et le support sur lequel se trouve le disque tourne.

Comme nous disposons des enregistrements vidéo de nos expériences précédentes, il nous a été possible d'en extraire les bandes sonores et de mesurer alors la fréquence des à-coups au cours du temps. Nous avons fait cela pour les trois lancers réalisés avec le disque d'Euler métallique. Et nous avons alors comparé les évolutions de ces fréquences à la fréquence du mouvement du point de contact (que nous avons pu obtenir en divisant par 2 la fréquence d'obturation du faisceau laser rasant le plan horizontal (voir figure 14 pour rappel).

2) Résultats expérimentaux et comparaison

Ci-dessous, on peut voir les évolutions de la fréquence de rotation du point de contact, ainsi que la fréquence des à-coups pour le lancer rapide. On remarque que les évolutions sont similaires, et qu'à une date donnée, les fréquences sont égales. (On n'a pas pu mesurer la fréquence des à-coups dans les tous derniers instants car il était compliqué de les distinguer dans le fichier Audacity). Pour nous en assurer, nous avons à nouveau tracé le logarithme de la fréquence des à-coups en fonction du logarithme de ($t_a - t$), et nous avons modélisé les points obtenus par une droite.

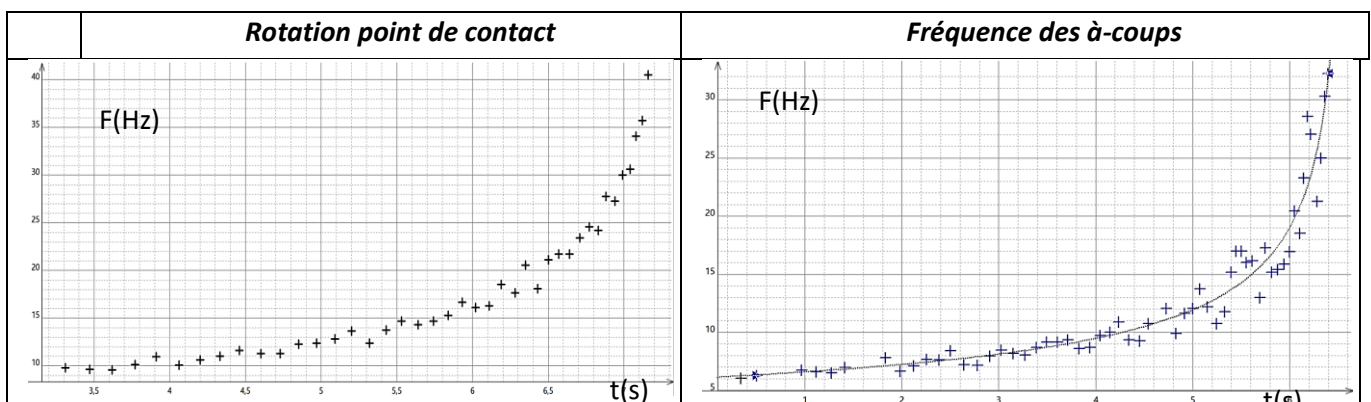


Figure 24 : Comparaison de – **A gauche** : l'évolution de la fréquence du point de contact c'est-à-dire du nombre de tour du point de contact par seconde et de – **A droite** : l'évolution de la fréquence des à-coups.

En traçant le logarithme des fréquences et en modélisant par une droite, comme nous l'avons fait précédemment, nous obtenons alors une pente de -0,472 pour les à-coups, alors qu'elle est égale à -0,485 en ce qui concerne la fréquence du point de contact !

Ces valeurs sont donc vraiment très proches, ce qui montre un lien direct entre la fréquence des à-coups, et le mouvement de précession du disque : à une date donnée du mouvement de la pièce, la fréquence des à-coups est égale au nombre de tours que le point d'impact fait par seconde.

Remarques :

- C'est bien la fréquence des à-coups qui est responsable de l'augmentation de la fréquence. Chaque à-coup pris séparément semble quant à lui provoquer une vibration du support qui engendre un bruit dont la fréquence n'augmente pas d'un à-coup à l'autre.
- Il est tout de même étrange d'entendre des à-coups, car la pièce semble toujours en contact avec le support horizontal.

Une question se pose alors : quelle est l'origine de ce son que nous entendons ?

La question mérite d'être posée, car lorsqu'on film la pièce à 1000 images par seconde, de façon à voir le point de contact, on peut voir que la pièce reste toujours en contact avec le support, uniquement au niveau du point de contact. La pièce ne tape pas le support. Alors d'où viennent les à-coups ?

3) Quel est l'origine des à-coups ?

L'étude que nous venons de faire montre clairement qu'il y a 1 à-coup par tour du point de contact. Alors est ce que la pièce reste vraiment toujours en contact avec le support ? Ou alors, est ce que la force de pression exercée par la pièce sur le support est toujours identique au cours d'un tour ? Est-ce que le mouvement de précession est irrégulier au cours d'un tour du point de contact ?

a – Régularité du mouvement de précession

On peut effectivement se demander si le point de contact effectue un tour avec une vitesse constante lors de ce tour. La question suscite notre attention, car lorsque l'on observe le fichier latispro, issu de la photorésistance, et que l'on entre dans les détails, voilà ce qu'on observe : figure 25

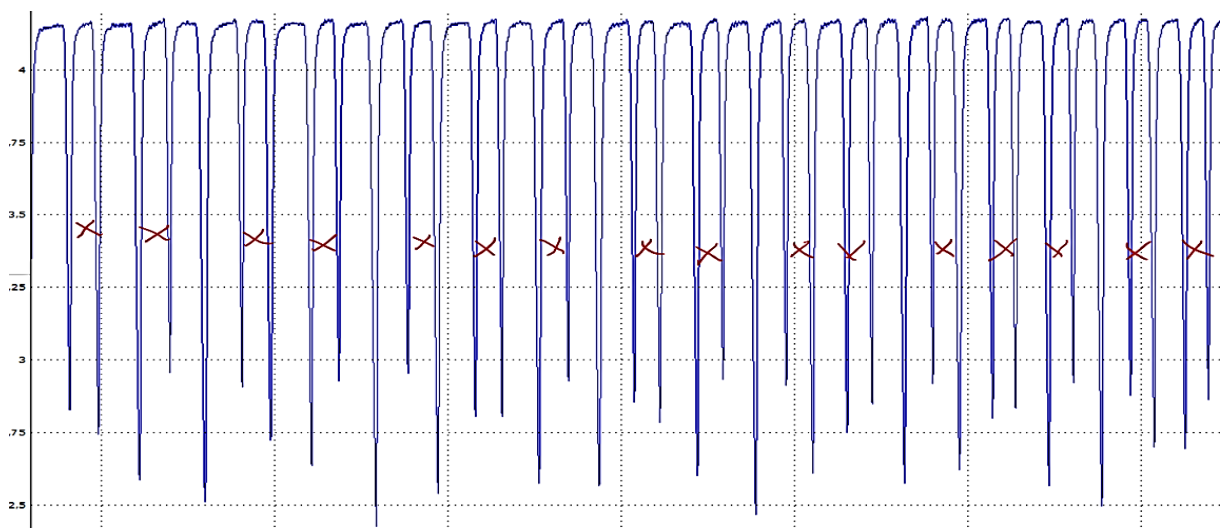


Figure 25 : Zoom sur la fréquence à laquelle le faisceau rasant est obturé par le disque : cette obturation est irrégulière au cours du temps

On a une irrégularité dans le rythme avec lequel les pics s'enchaînent. Alors est-ce que cette irrégularité provient d'une vitesse du point de contact irrégulière, ou bien est-ce que c'est la conséquence du fait que la pièce n'est pas exactement centrée sur le faisceau laser, et qu'en plus, le centre d'inertie de la pièce, en toute rigueur, fait un léger mouvement circulaire lui aussi ?

Donc est ce que cette irrégularité des pics traduit également une irrégularité dans le mouvement du point de contact ? Nous pensons avoir un premier élément de réponse : en filmant la pièce à 1000 images par seconde après l'avoir lancée sans une grande impulsion, nous avons effectivement remarqué que le point de contact décélère puis accélère au cours d'un même tour (<https://youtu.be/rZ3S3tVC-GQ>).

Cela dit, pour voir ce mouvement irrégulier, on a vraiment lancé la pièce avec une très faible impulsion, et le résultat obtenu n'est alors peut-être pas représentatif du mouvement général de la pièce.

Nous avons alors cherché une autre façon de vérifier l'irrégularité du mouvement de précession de la pièce. Nous avons eu l'idée d'obturer le faisceau laser périodiquement. Ainsi, au lieu de projeter un faisceau laser en continu sur la pièce, nous avons projeté des impulsions laser. Si le mouvement de précession de la pièce est irrégulier, on devrait alors observer les impulsions réfléchies par la pièce avec des espacements irréguliers.

Pour obturer le faisceau laser, nous avons fait tourner un disque que nous avons troué avec des trous de 3 mm de diamètre (figure 26 a). Sachant que le mouvement de précession de la pièce peut aller jusqu'à environ 40 tours par seconde, et que nous souhaitions avoir au moins une vingtaine de réflexions sur la pièce au cours d'une période de précession, il fallait que le disque troué puisse tourner à au moins 800 tours par seconde. Dans nos affaires personnelles, nous disposons d'un outil dont nous avons mesuré la vitesse de rotation au tachymètre : 30000 tours par minute au maximum, soit 500 tours par seconde.

Pour atteindre notre objectif, nous devons faire alors 2 trous minimum sur le disque obturateur. Nous en avons finalement fait 6, de façon à ne pas être obligé de faire tourner l'outil à sa vitesse maximale.

Voici alors un exemple de cliché obtenu lorsque nous avons envoyé les impulsions laser sur le disque d'Euler en rotation : Figure 26 b – (Vidéo de l'expérience : <https://youtu.be/Bq4WUSktXQE>)

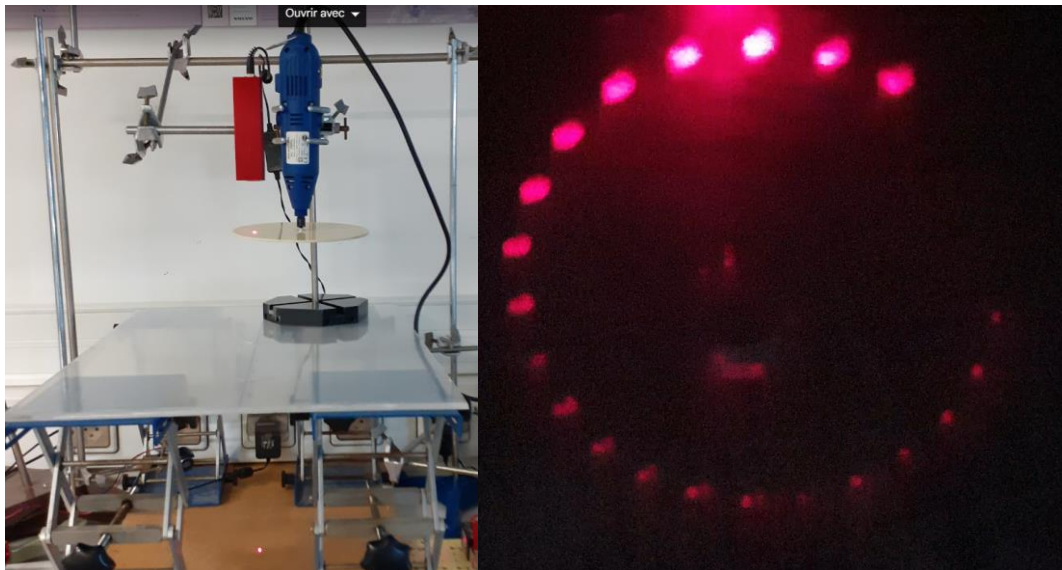


Figure 26 a à gauche : Dispositif permettant d'obturer le faisceau laser – **Figure 26 b** à droite : Impulsions lumineuses réfléchies sur la surface dépolie lorsque le disque est en mouvement.

L'agencement du dispositif ne permet pas de voir un ensemble de points réfléchis durant une période entière du mouvement de précession si on filme selon un axe perpendiculaire au plan horizontal. Cela dit, en observant les portions pour lesquelles la tache laser réfléchi est visible, nous ne voyons aucune irrégularité sur les très nombreux clichés que nous avons pris. Nous avons aussi incliné l'appareil photo pour voir l'ensemble des points, mais là encore, en tenant compte du fait que la figure obtenue est déformée par l'inclinaison du téléphone, nous ne voyons aucune irrégularité entre l'espacement successif entre deux impulsions laser réfléchies.

Cette expérience ne nous permet donc pas de comprendre l'origine du bruit que nous entendons lorsque le disque d'Euler tourne. Mais on peut aussi voir ce résultat de façon positive, puisque le fait d'infirmer une hypothèse nous évite de suivre un mauvais chemin.

b – Est-ce que le disque décolle de la plaque à raison d'1 fois par période de précession ?

Pour répondre à cette question, nous avons eu l'idée de faire passer un courant électrique entre la plaque et le disque, au moyen d'un fil électrique très fin (tellement fin qu'on ne le voit pas sur la figure 27 a).

La figure 27 b permet de mieux voir le dispositif expérimental réalisé : il s'agit d'un circuit série comprenant un générateur, une résistance, la plaque métallique + disque d'Euler. On prélève la tension aux bornes de la résistance, ce qui nous permet au final de savoir si le courant circule tout le temps lors de la rotation du disque, ou bien si le circuit est ouvert à certains moments, ce qui traduirait un saut de la pièce.

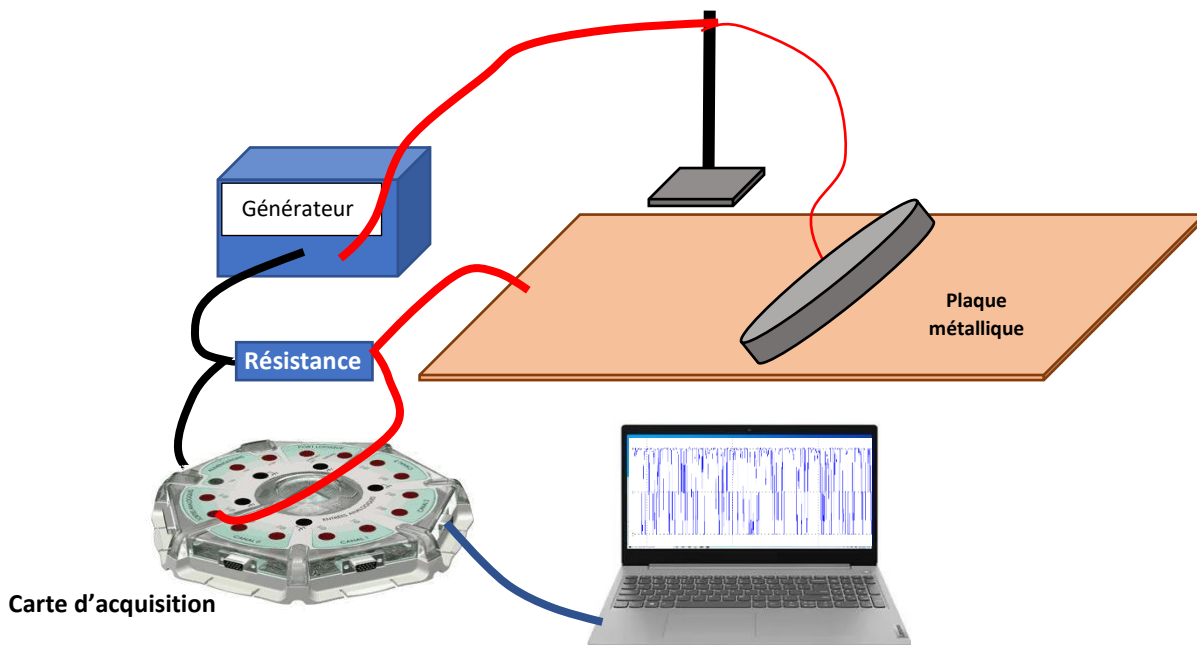
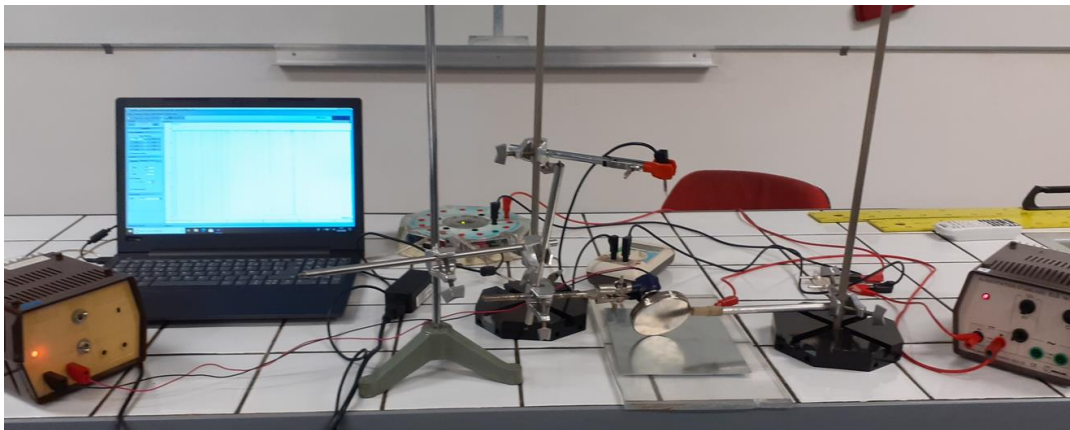


Figure 27 a : Dispositif expérimental permettant de vérifier si la pièce reste toujours en contact avec la plaque lors du mouvement de précession. **27 b** : Schématisation simplifiée du dispositif expérimental

Voici alors les résultats expérimentaux obtenus très récemment. (figure 28)

Tension aux bornes de la résistance (V)

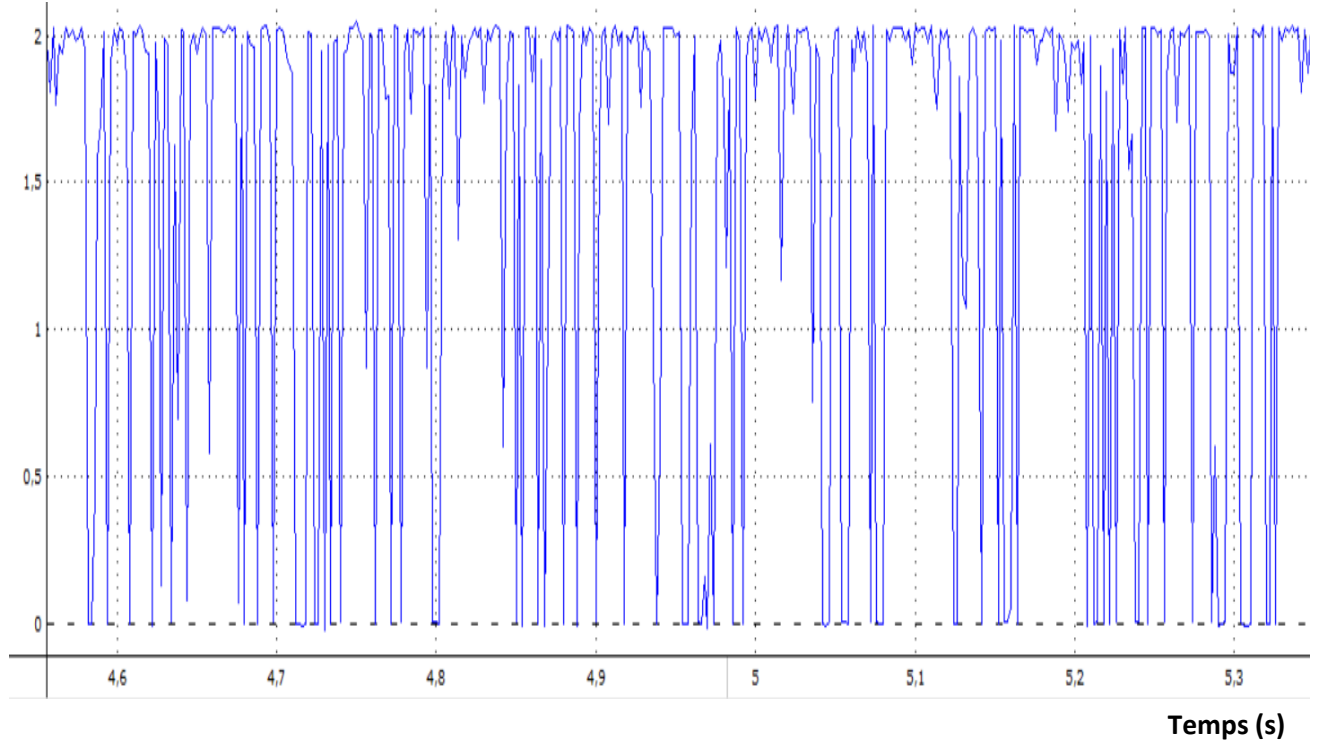


Figure 28 : Evolution de la tension aux bornes de la résistance lors de la rotation du disque

Les résultats montrent que la pièce n'est plus en contact avec la plaque métallique à chaque fois que la tension aux bornes de la résistance chute à 0V. Cela dit, les résultats obtenus ne permettent pas pour autant d'affirmer que les à-coups viennent de là. En effet, on ne voit aucune régularité dans la fréquence à laquelle la tension tombe à 0V, alors que cette régularité se retrouve dans la fréquence des à-coups.

Pourtant, nous pensons être sur la bonne piste, et pour le vérifier, nous allons améliorer notre dispositif expérimental, pour faire en sorte d'éliminer d'éventuels minuscules sauts, et ne garder que les sauts plus longs (à supposer bien entendu qu'ils existent bel et bien). Pour cela, nous allons sans doute minimiser une éventuelle vibration de la plaque métallique lors de la rotation du disque, et nous pouvons aussi filtrer les sauts brefs pour ne garder que les sauts plus caractéristiques. Nos expériences étant très récentes, nous n'avons pas encore fait cela à l'heure où nous rédigeons le mémoire.

Intéressons-nous maintenant justement à la nature du support, mais pour une autre raison que l'éventuel saut du disque :

V – Influence du support

Nous nous sommes intéressés également aux raisons pour lesquelles la pièce arrête son mouvement au bout d'un moment.

Nous avons pu nous rendre compte que sur un support rigide et épais, la pièce vibrait plus longuement que sur un support soit plus fin, soit plus tendre. La raison est assez simple à imaginer : une surface plus molle va absorber l'énergie mécanique de la pièce, car elle pourra davantage se déformer au contact de la pièce.

Nous avons également étudié l'influence du revêtement d'une surface sur le mouvement de la pièce : nous avons toujours travaillé avec le même support horizontal, que nous avons recouvert de différentes feuilles : papier calque, papier cuisson, feuille de canson, papier aluminium... Nous avons alors voulu comparer la durée du mouvement de la pièce sur ces différentes surfaces.

Mais comme nous devons mener des mesures comparatives, nous avons lancé le disque à l'aide de l'électroaimant présenté dans le II - Evolutions des différentes variables lors du mouvement du disque

Voyons alors quelle durée le disque bouge en recouvrant le support utilisé de différentes surfaces : figure 29

Précision : nous avons réalisé 10 mesures pour chaque surface, et nous avons alors pu calculer la valeur moyenne et l'écart-type. Les résultats apparaissent alors dans le graphique avec les barres d'incertitudes :

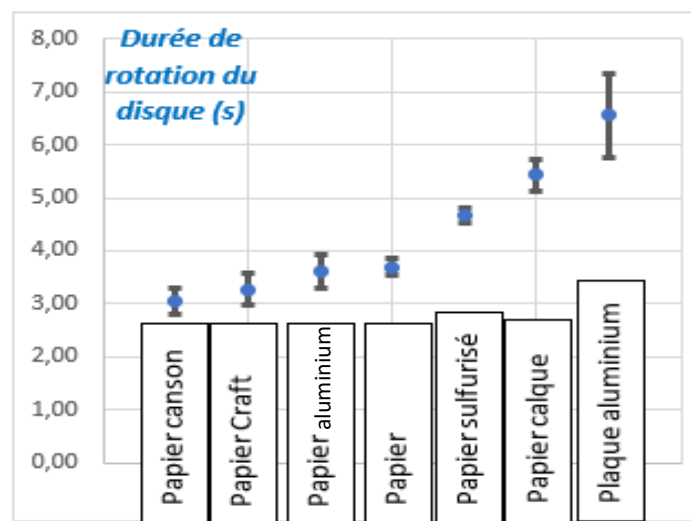


Figure 29 : Durées du mouvement de la pièce sur différentes surfaces

Nous pouvons alors clairement voir l'influence du revêtement de la surface du support sur lequel bouge le disque sur la durée du mouvement. En effet, les écarts de durée obtenus sont suffisamment importants pour considérer qu'ils ne sont pas issus d'une incertitude sur les mesures.

Comment expliquer ces écarts ? Nous avons pensé que les frottements entre le disque et la surface devaient en être la cause. En effet, si les frottements entre le disque et la surface sont faibles, on peut penser que le disque peut glisser sur la surface, ce qui pourrait faire diminuer sa vitesse de rotation propre ω plus rapidement... Mais est ce que ce raisonnement est bon ? On voit dans le tableau de mesures que concernant le papier sulfurisé, la durée de rotation est plus longue que sur le papier canson, alors qu'il nous semble que les frottements sont plus faibles sur le papier sulfurisé que sur le papier canson...

Pour poursuivre l'exploitation des mesures, on s'aperçoit qu'il nous manque une donnée : le coefficient de frottement entre la pièce et la surface étudiée. Nous avons alors décidé de mesurer ce coefficient, en réalisant l'expérience suivante :

Nous déposons la surface sur un support, et nous déposons le disque sur la surface. Nous inclinons alors le support jusqu'à ce que le disque se mette à bouger (figure 30). Nous pouvons alors en déduire le coefficient de frottement entre le matériau du disque et le matériau de la surface.

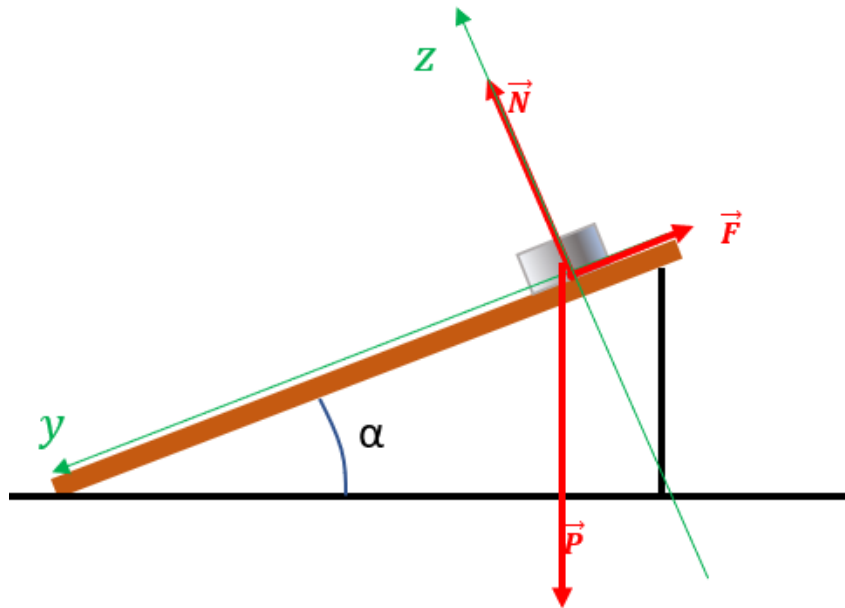


Figure 30 : Expérience permettant la mesure du coefficient de frottement entre le disque et les différentes surfaces

Si nous appliquons la première loi de Newton au disque, dans le référentiel du laboratoire supposé galiléen, tant que le disque reste immobile :

$$\vec{N} + \vec{F} + \vec{P} = \vec{0}$$

Projetons sur les deux axes (Oy) et (Oz) :

$$-F + mg \sin \alpha = 0$$

$$N - mg \cos \alpha = 0$$

Or d'après les lois de Coulomb pour le frottement solide :

$$F = \mu N$$

Avec μ coefficient de frottement

Donc

$$\begin{cases} -\mu N + mg \sin \alpha = 0 \\ N - mg \cos \alpha = 0 \end{cases} \rightarrow \mu = \tan \alpha$$

Voici alors les coefficients de frottement que nous avons mesuré grâce à cette expérience : figure 31

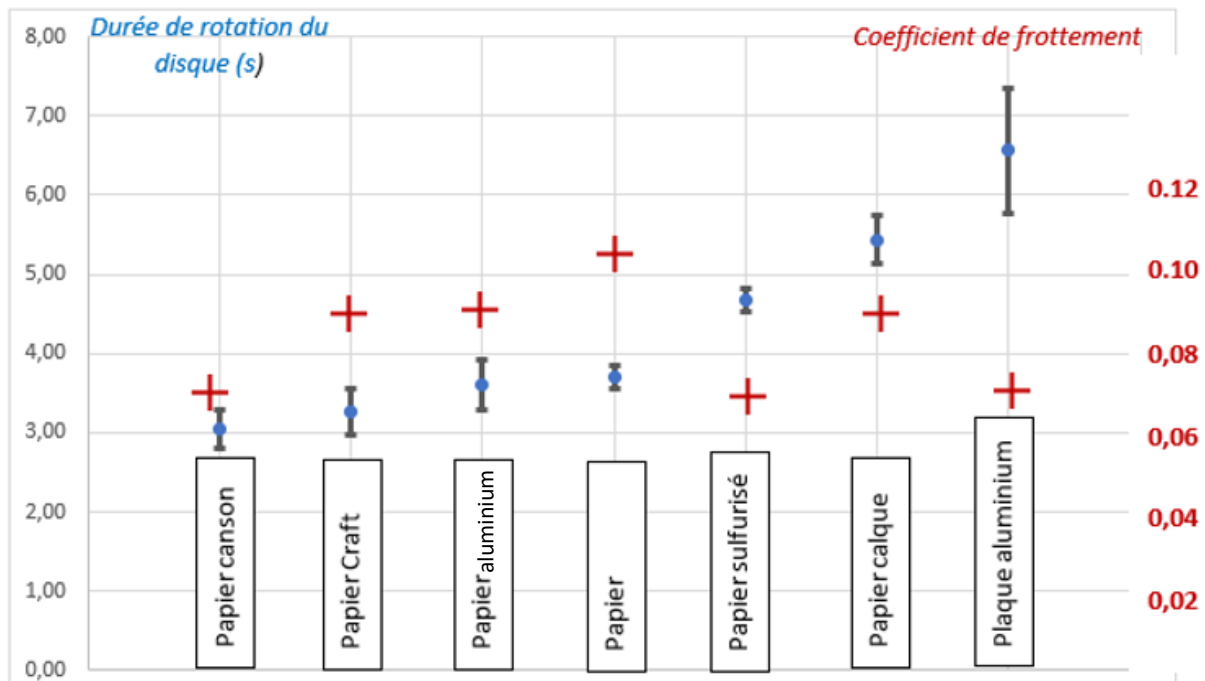


Figure 31 – A gauche : Coefficient de frottement entre le disque et différentes surfaces – A droite : Durée du mouvement du disque en seconde

La comparaison des coefficients de frottement et des durées du mouvement du disque n'ont pas vraiment de rapport entre eux. Cela invalide notre hypothèse concernant l'effet d'un glissement sur une surface avec laquelle le frottement est faible. Pourtant, la surface a bien un effet sur la durée du mouvement. Il est possible alors que, même si nous travaillons avec des surfaces fines, leurs épaisseurs doivent être prises en compte. Ou alors, il est possible que les frottements avec la surface qui conduisent à l'arrêt du disque soient plus dus à une déformation de la surface au niveau du point de contact. Nous devons continuer nos recherches sur ce point-là.

Conclusion

Nous pouvons dire que le disque d'Euler est un véritable jouet scientifique, tant son étude est riche et passionnante. Pour étudier l'ensemble de son mouvement, nous avons dû mener des démarches expérimentales que nous avons imaginées, et améliorer tout au long du projet. Grâce à l'ensemble de nos mesures, nous en avons appris beaucoup concernant les évolutions des différentes variables qui régissent le mouvement du disque. Nous avons réussi à faire des liens entre elles. Mais le travail n'est pas fini. Certaines questions sont restées avec des hypothèses, comme par exemple la façon dont les frottements agissent sur le disque pour conduire à son arrêt, et nous ferons le nécessaire pour y répondre.