

# APPROXIMATION D'UN NOMBRE

## 1. Comparaison de deux nombres

- Pour comparer deux nombres positifs ou deux nombres négatifs, on compare successivement les décimales de même rang.

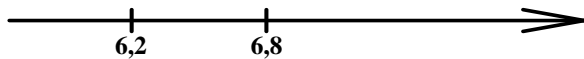
### Exemples :

$$10,2837 < 10,2991 \quad \text{car } 8 < 9 \qquad -5,2984 < -5,2962 \quad \text{car } 8 > 6 \text{ ou } -6 < -8$$

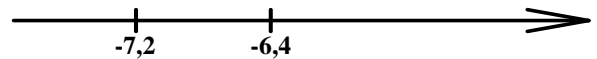
- On peut représenter graphiquement une inégalité sur un axe.

### Exemples :

$6,2 < 6,8$  se représente :



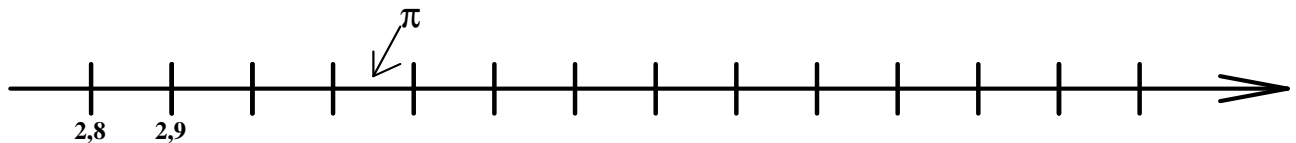
$-7,2 < -6,4$  se représente :



## 2. Valeurs approchées d'un nombre

### Activité :

- Donner la valeur du nombre  $\pi$  affichée par votre calculatrice.
- Quels sont les deux **entiers** les plus proches de  $\pi$  ?
- Situer** par une flèche le nombre  $\pi$  sur l'axe gradué ci-dessous.  
Quels sont les deux **décimaux**  $x$  et  $y$  avec 1 chiffre après la virgule, les plus proches de  $\pi$  ?  
On prendra  $x < y$ .



- Calculer la **distance** entre les nombres  $x$  et  $y$ .
- Justifier pourquoi la distance entre  $\pi$  et  $x$  et la distance entre  $y$  et  $\pi$  sont, chacune, inférieures strictement à  $10^{-1}$ .

### Réponses :

- La calculatrice donne pour valeur de  $\pi$  : 3,141 592 653 59
- Les deux entiers les plus proches de  $\pi$  sont 3 et 4.
- Situation de sur  $\pi$  l'axe gradué : on regarde sa valeur jusqu'au dixième (1 chiffre après la virgule)  
D'après la situation de  $\pi$  sur l'axe gradué, les deux décimaux avec 1 chiffre après la virgule les plus proches de  $\pi$  sont 3,1 et 3,2. On prendra  $x = 3,1$  et  $y = 3,2$ .
- Distance entre 3,1 et 3,2 :  $d(x ; y) = 3,2 - 3,1 = 0,1$
- La distance entre 3,1 et 3,2 est de 0,1 et  $\pi$  se situe entre 3,1 et 3,2  
Ainsi la distance entre 3,1 et  $\pi$  et la distance entre  $\pi$  et 3,2 sont inférieures à 0,1 c'est à dire à  $10^{-1}$ .

### Bilan de l'activité :

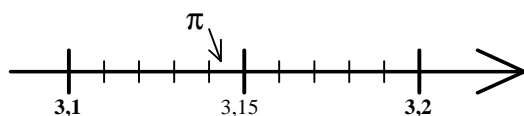
- On dit que les nombres entiers **3 et 4 encadrent le nombre  $\pi$** .  
De même, les nombres 3,1 et 3,2 encadrent aussi le nombre  $\pi$ .  
On note :  $3 < \pi < 4$  et  $3,1 < \pi < 3,2$
- De plus, la distance entre 3,1 et 3,2 étant égale à 0,1 on dit que 3,1 et 3,2 sont des **valeurs approchées du nombre  $\pi$**  :
  - à  $10^{-1}$  près car  $10^{-1} = 0,1$
  - au dixième près
  - à un chiffre après la virgule
  - à une décimale près

### 3. Valeurs arrondies au plus proche d'un nombre

#### Activité :

On a vu que 3,1 et 3,2 sont des **valeurs approchées** de  $\pi$  à  $10^{-1}$  près.

- Situer par une flèche le nombre  $\pi$  sur l'axe gradué ci-dessous.
- Parmi ces deux décimaux 3,1 ou 3,2 quel est celui le **plus proche** de  $\pi$  ?



#### Réponses :

- La calculatrice donne pour valeur de  $\pi$  : 3,141 592 653 59  
Si on regarde  $\pi$  jusqu'à deux chiffres après la virgule de  $\pi$  : 3,14  
Donc le nombre  $\pi$  se situe entre 3,14 et 3,15.
- Parmi 3,1 et 3,2 quel est le plus proche de  $\pi$  :  
3,15 est à égal distance entre 3,1 et 3,2.  
De plus,  $\pi$  se situe entre 3,1 et 3,15 donc 3,1 est le décimal le plus proche de  $\pi$ .

#### Bilan de l'activité :

On dit que 3,1 est la **valeur arrondie de  $\pi$**  à  $10^{-1}$  près. (« et c'est la seule à  $10^{-1}$  près !!! »)

#### Définition :

**La valeur arrondie au plus proche d'un nombre  $x$  à  $10^{-n}$  près** est le nombre décimal avec  $n$  chiffres après la virgule le plus proche de  $x$ .

#### Exemples :

Soit le nombre 43,6352, son arrondi :

- à l'unité près est : 44
- à  $10^{-1}$  près est : 43,6
- à  $10^{-2}$  près est : 43,64
- à  $10^{-3}$  près est : 43,635

#### Exemple en pratique : Arrondi au centième près ou à $10^{-2}$ près d'un nombre $x$

Le deuxième chiffre après la virgule est :

- conservé si le troisième chiffre vaut 0, 1, 2, 3 ou 4
- augmenté de 1 si le troisième chiffre vaut 5, 6, 7, 8 ou 9

### 4. Troncature d'un nombre

#### Technique de troncature : Exemples de troncature du nombre $\pi$

- 3,1 est la troncature de  $\pi$  au dixième ou à  $10^{-1}$
- 3,14 est la troncature de  $\pi$  au centième ou à  $10^{-2}$
- 3,14159 est la troncature de  $\pi$  au cent millième ou à  $10^{-5}$

#### On retiendra :

**Tronquer un nombre à  $10^{-n}$  c'est ne garder de cette valeur que les  $n$  premiers chiffres après la virgule de la valeur exacte.**