



# Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S

publié le 23/08/2015 - mis à jour le 25/10/2016

## Savoirs faire

---

### Descriptif :

Cet article présente des vidéos qui reprennent des "savoirs-faire" que les élèves doivent connaître à ce niveau sur différents chapitres.

---

### Sommaire :

- Suites arithmétiques
  - Suites géométriques
  - Raisonner par récurrence
  - Limites de fonctions polynômes
  - Limites de fonctions rationnelles.
  - Limites de fonctions rationnelles en un réel qui annule le dénominateur.
  - Limites de fonctions irrationnelles
  - Limites de fonctions composées
  - Utilisation du corollaire du théorème des valeurs intermédiaires
  - Les différentes écritures d'un nombre complexe
  - Résolution d'équations dans l'ensemble des nombres complexes
  - Loi binomiale
  - Résolution d'équations contenant des logarithmes népériens
  - Résolutions d'inéquations faisant intervenir des logarithmes népériens
  - Limites de fonctions contenant des logarithmes népériens
- 

Durant l'année 2014/2015, j'ai proposé régulièrement à mes élèves de ce niveau d'étudier des vidéos que j'avais créées avec l'application « explain everything » (voir [Utiliser une tablette pour créer des vidéos explicatives en mathématiques](#)) ou avec « début » (pour l'utilisation de la calculatrice) afin qu'ils se constituent une « banque » de données leur permettant de revoir durant l'année des méthodes qu'ils auraient pu oublier.

Chaque vidéo est proposée au moment où la notion est étudiée. Elle a pour but d'expliquer des « savoirs faire », déjà vus en classe, dans un nouvel exercice. À la fin de chacune d'elles, un exercice d'application est proposé pour que les élèves réinvestissent les méthodes visionnées précédemment. Les élèves ont quelques jours pour voir ces vidéos, inscrire un résumé des « méthodes » expliquées dans un cahier nommé « cahier de vidéos » et travailler l'exercice d'application.

Dans cet article, les points essentiels de chaque vidéo sont recensés, un lien est donné pour les visionner, et en fin d'article, un fichier .pdf regroupe toutes les applications proposées dans les vidéos.

### ● Suites arithmétiques

La vidéo propose deux suites, la première définie par récurrence et la seconde en fonction de l'autre. Tout d'abord, les premiers termes de chaque suite sont calculés, une conjecture est faite sur la nature de la seconde suite, conjecture qui est ensuite démontrée. Enfin, une expression en fonction de  $n$  est demandée pour chacune des deux suites.

### Démontrer qu'une suite est arithmétique.

On considère les suites  $(U_n)$  et  $(V_n)$  définies par :  $U_0 = 3$  et pour tout  $n$  entier naturel  $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n - 1$  et  $V_n = \frac{1}{U_n - 1}$ .

- Calculer les trois premiers termes de ces suites.
- Quelle conjecture peut-on faire sur la nature de la suite  $(V_n)$  ?
- La démontrer.
- Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .

1)  $U_0 = 3$ ,  $U_1 = \frac{1}{2} \cdot 3 - 1 = \frac{3}{2} - 1 = \frac{1}{2}$ ,  $U_2 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} - 1 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4}$

$V_0 = \frac{1}{3-1} = \frac{1}{2}$ ,  $V_1 = \frac{1}{\frac{1}{2}-1} = \frac{1}{-\frac{1}{2}} = -2$ ,  $V_2 = \frac{1}{-\frac{3}{4}-1} = \frac{1}{-\frac{7}{4}} = -\frac{4}{7}$

2)  $(V_n)$  semble arithmétique de 1<sup>er</sup> terme  $U_0 = \frac{1}{2}$  et de raison  $-1$ .

C Bachelier - Caru, membre du groupe Animateur de Poitiers.

**Suite arithmétique** ([Video Youtube](#))  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

## ● Suites géométriques

La vidéo propose deux suites, la première définie par récurrence et la seconde en fonction de l'autre. La nature de la seconde est démontrée, puis une expression en fonction de  $n$  est demandée pour chacune des deux suites. Une explication est aussi donnée sur la simplification de  $\frac{3}{2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^n$

### Démontrer qu'une suite est géométrique.

On considère les suites  $(U_n)$  et  $(V_n)$  définies par :  $U_0 = \frac{3}{2}$  et pour tout  $n$  entier naturel  $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 1$  et  $V_n = 2U_n - 6$ .

- Démontrer que la suite  $(V_n)$  est géométrique.
- Exprimer  $V_n$  puis  $U_n$  en fonction de  $n$ .

$V_0 = 2U_0 - 6 = 2 \times \left(\frac{3}{2}\right) - 6 = 3 - 6 = -3$

1)  $U_{n+1} = \frac{2}{3}U_n - 1$

C Bachelier - Caru, membre du groupe Animateur de Poitiers.

**Suite géométrique** ([Video Youtube](#))  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

## ● Raisonner par récurrence

La vidéo explique ce raisonnement et en propose une rédaction.

**Raisonner par récurrence**

La suite  $(u_n)$  est définie par  $u_0 = 0$  et, si  $n \geq 0$ ,  $u_{n+1} = \sqrt{u_n + 1}$ .  
 Montrer que, pour tout  $n \geq 0$ ,  $0 \leq u_n \leq 3$ .

$\forall n \in \mathbb{N} \quad P_n : "0 \leq u_n \leq 3"$ .

Initialisation:  
 Au rang 0 :  $u_0 = 0 \in [0; 3]$   
 $P_0$  est donc vérifiée.

Hérédité: Soit  $k \in \mathbb{N}$ ,  
 Supposons que la propriété soit vraie  
 au rang  $k$  :  $0 \leq u_k \leq 3$

C Bachelier - Canu, membre du groupe Animateur de Poitiers

**Raisonnement par récurrence** (Video Youtube)  
 Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● **Limites de fonctions polynômes**

La vidéo explique comment déterminer les limites des fonctions polynômes aux bornes de son ensemble de définition en appliquant les opérations sur les limites ou en levant des indéterminations en factorisant par le monôme de plus haut degré.

Limites d'une fonction polynôme aux bornes de son ensemble de définition.

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = -8x^5 - 3x^4 - 2x + 1$

limite en  $+\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} (-8x^5) = -\infty$

C Bachelier - Canu, membre du groupe Animateur de Poitiers

**Limites de fonctions polynômes** (Video Youtube)  
 Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● **Limites de fonctions rationnelles.**

La vidéo explique comment déterminer les limites des fonctions rationnelles en l'infini en levant des indéterminations en factorisant par le monôme de plus haut degré au numérateur et au dénominateur. Elle précise aussi l'existence des asymptotes horizontales

Limites en l'infini d'une fonction rationnelle.

Déterminer les limites en  $+\infty$  et  $-\infty$  de la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par

$$f(x) = \frac{-2x+1}{4x^4+4x^2+1}$$

limite en  $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-2x+1) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (4x^4+4x^2+1) = +\infty$$

} fI

$$f(x) = \frac{x(-\frac{2}{x} + \frac{1}{x})}{2^4(\frac{4x^4}{2^4} + \frac{4x^2}{2^4} + \frac{1}{2^4})}$$

$$= \frac{-2 + \frac{1}{x}}{2^3(4 + \frac{4}{x^2} + \frac{1}{2^4})}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( -2 + \frac{1}{x} \right) = -2$$

C Bachelier-Cariu, membre du groupe Animath de Poitiers

**Limite d'une fonction rationnelle** ([Video Youtube](#))  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● **Limites de fonctions rationnelles en un réel qui annule le dénominateur.**

La vidéo explique dans quel cas on parle de limite à droite et limite à gauche, ainsi que l'existence des asymptotes verticales.

Limite de fonctions rationnelles en une valeur qui annule le dénominateur

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x-1}{4-x^2}$$

C Bachelier-Cariu, membre du groupe Animath de Poitiers

**Limite d'une fonction rationnelle en un réel** ([Video Youtube](#))  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● **Limites de fonctions irrationnelles**

La vidéo explique comment déterminer les limites des fonctions irrationnelles aux bornes de son ensemble de définition en appliquant les opérations sur les limites ou en levant des indéterminations en utilisant la forme conjuguée. Elle précise aussi l'existence des asymptotes horizontales

On considère la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \sqrt{x^2 + 4} - x$   
 Déterminer les limites de  $f$  aux bornes de son ensemble de définition.

limite en  $-\infty$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 + 4) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 + 4} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x) = +\infty$$

donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$

limite en  $+\infty$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^2 + 4) = +\infty$$

d'où

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + 4} = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x) = -\infty$$

} F.I

$$f(x) = (\sqrt{x^2 + 4} - x)(\sqrt{x^2 + 4} + x)$$

C Bachelier-Carus, membre du groupe Animath de Poitiers

Limites de fonctions irrationnelles (Video Youtube)

● Limites de fonctions composées

La vidéo explique tout d'abord comment décomposer une fonction à l'aide de deux fonctions auxiliaires, puis la recherche d'une limite à l'aide de cette décomposition.

Limites de fonctions composées

Après avoir décomposé la fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par  $f(x) = \left(\frac{2x^2}{x^2+1}\right)^3$ , calculer la limite de  $f$  quand  $x$  tend vers  $-\infty$

$$f(x) = \sigma \circ \mu(x) = \nu(\mu(x))$$

$$x \mapsto \mu(x) = \left(\frac{2x^2}{x^2+1}\right) \mapsto \left(\frac{2x^2}{x^2+1}\right)^3$$

$$X \mapsto \nu(X) = X^3$$

limite de  $\mu(x)$  en  $-\infty$

C Bachelier-Carus

Limites de fonctions composées (Video Youtube)

Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● Utilisation du corollaire du théorème des valeurs intermédiaires

La vidéo étudie d'abord les variations d'une fonction polynôme du troisième degré sur un intervalle borné. Puis elle justifie l'unique solution d'une équation de la forme  $f(x) = k$ . Enfin, une explication de la méthode par balayage pour encadrer la solution, est donnée.

**Continuité**

On considère la fonction  $f$  définie sur  $[-3; 4]$  par  $f(x) = x^3 - 2x^2 + 5x - 4$

1. Étudier les variations de cette fonction et dresser son tableau de variations
2. Démontrer que l'équation  $f(x) = 2$  n'admet qu'une seule solution
3. Déterminer un encadrement de cette solution à  $10^{-1}$  près.

1)  $f$  est une fonction polynôme du 3<sup>e</sup> degré donc elle est dérivable sur  $[-3; 4]$ .

$\forall x \in [-3; 4]$

$f'(x) = 3x^2 - 2 \times 2x$

C Bachelier - Canu, membre du groupe Animath de Poitiers

**Application du corollaire du théorème des valeurs intermédiaires** ([Video Youtube](#))  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● **Les différentes écritures d'un nombre complexe**

Cette vidéo explique comment déterminer les trois écritures d'un même nombre complexe sur deux exemples

$(\sqrt{3} - i)^4$  et  $2ie^{-i\frac{2012\pi}{6}}$

Les différentes écritures d'un nombre complexe.

$z = 2i e^{-i\frac{2012\pi}{6}}$

$|z| = |2i e^{-i\frac{2012\pi}{6}}| = |2i| |e^{-i\frac{2012\pi}{6}}| = 2 \times 1 = 2$

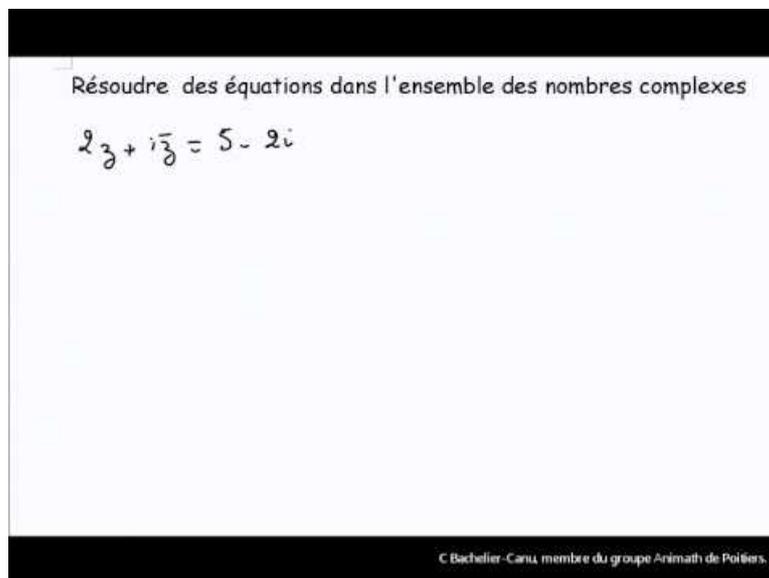
$\frac{2012\pi}{6} = \frac{2004\pi + 8\pi}{6} =$

C Bachelier - Canu, membre du groupe Animath de Poitiers

**Différentes écritures d'un nombre complexe** ([Video Youtube](#))  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● **Résolution d'équations dans l'ensemble des nombres complexes**

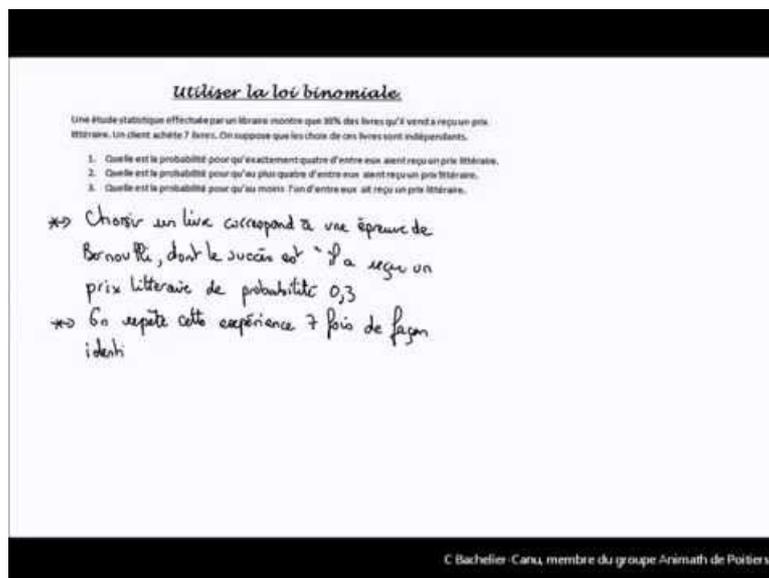
La vidéo indique comment résoudre trois types d'équations, l'une du premier degré, une autre du second degré et la troisième contenant  $z$  et son conjugué.



Résolutions d'équations dans l'ensemble des nombres complexes (Video Youtube)  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

### ● Loi binomiale

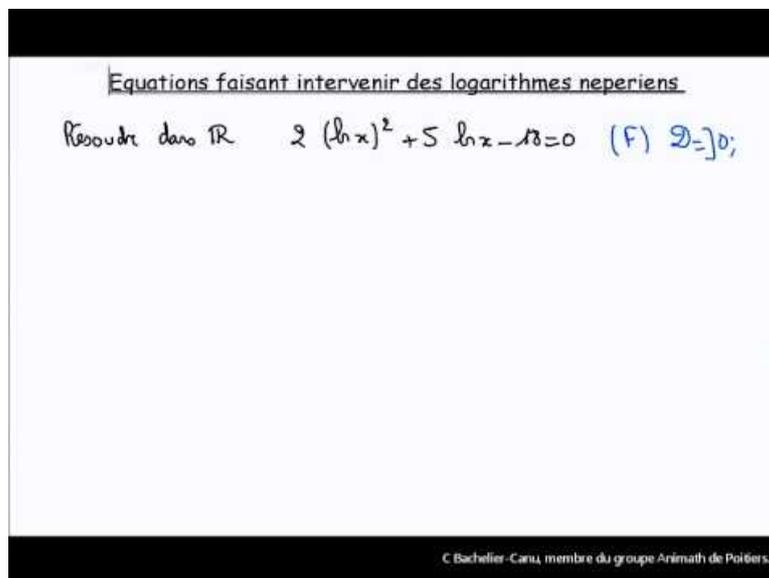
La vidéo explique comment rédiger un exercice dont la variable aléatoire suit une loi binomiale. Puis comment on calcule la probabilité que cette variable aléatoire soit égale à une valeur donnée à l'aide de la calculatrice. La manipulation est montrée pour une calculatrice TI. De même la vidéo montre comment calculer la probabilité que cette variable aléatoire soit inférieure, supérieure ou égale à une valeur donnée à l'aide de la calculatrice



Loi binomiale (Video Youtube)  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

### ● Résolution d'équations contenant des logarithmes népériens

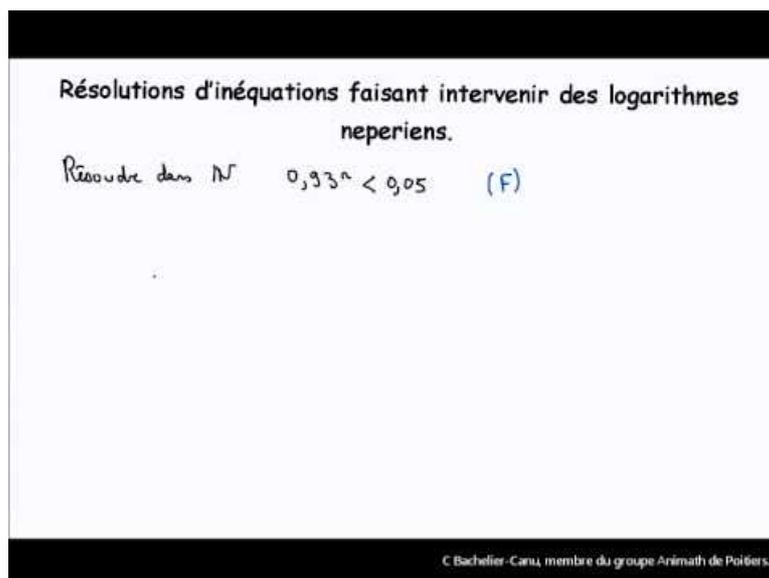
La vidéo montre la résolution de deux équations, l'une de la forme  $\ln A + \ln B = \ln C$  et l'autre de la forme  $a(\ln x)^2 + b \ln x + c = 0$ .



**Résolution d'équations contenant des logarithmes népériens** (Video Youtube)  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● Résolutions d'inéquations faisant intervenir des logarithmes népériens

La vidéo indique comment résoudre une inéquation de la forme  $\ln A + \ln B < \ln C$  dans  $\mathbb{R}$ , puis une autre contenant l'inconnue en exposant dans  $\mathbb{N}$ .



**Résolutions d'inéquations utilisant des logarithmes népériens** (Video Youtube)  
Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

● Limites de fonctions contenant des logarithmes népériens

La vidéo explique le calcul des limites aux bornes de l'ensemble de définition de trois fonctions en utilisant les opérations sur les limites, les limites des fonctions composées, la factorisation par le monôme de plus haut degré pour lever une indétermination et les limites découvertes dans le chapitre sur le logarithme népérien.

Calculs de limites contenant des "ln".

Calculer les limites des fonctions suivantes aux bornes de leur ensemble de définition.

$f(x) = x - \ln x^2 \quad \mathcal{D}_f = \mathbb{R}^*$       $g(x) = \frac{\ln 2x}{x^2 + 1} \quad \mathcal{D}_g = \mathbb{R}$       $h(x) = e^{2^2 \ln x}$

limite en  $-\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^2 = +\infty$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln x = +\infty$   
 donc  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln x^2 = +\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$

limite en 0  
 $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 = 0$  et  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x = -\infty$   
 donc  $\lim_{x \rightarrow 0} \ln x^2 = -\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = +\infty$

limite en  $+\infty$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$       $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = x \left(1 - \frac{\ln x}{x}\right)$   
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$       $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$

© Bachelier-Caril, membre du groupe Animath de Poitiers.

**Limites contenant des logarithmes népériens** (Video Youtube)  
 Vidéos d'exercices « type » résolus, au niveau Terminale S.

Document joint

 Applications des vidéos (PDF de 281.8 ko)



**Académie de Poitiers**

Avertissement : ce document est la reprise au format pdf d'un article proposé sur l'espace pédagogique de l'académie de Poitiers.  
 Il ne peut en aucun cas être proposé au téléchargement ou à la consultation depuis un autre site.