https://ww2.ac-poitiers.fr/math/spip.php?article515 - Auteur : Christine Bachelier-Canu

Luxury at a small price - solution de l'énigme

publié le 22/03/2013

Descriptif :

Solution de l’énigme du vendredi 22 mars pour les élèves de troisième et de seconde.

Dans ce cryptarithme apparaissent dix lettres distinctes. On en déduit qu’il faut utiliser les 10 chiffres de 0 à 9. L’égalité S + E = S entraîne que E = 0. On est finalement ramené au cryptarithme

```
    R  O  L  L
 +  R  O  Y  C
 -------------
    A  U  T  O
```

avec 8 chiffres et sans 0.

La recherche d’une solution où AUTO soit minimum impose de commencer par supposer R=1.

Etudions ensuite les valeurs possibles de O.

* O = 2 conduit à une impossibilité évidente, puisqu’on aurait aussi A=2

* O = 3

```
    1  3  L  L
 +  1  3  Y  C
 -------------
    2  U  T  3
```

Dans ce cas, U vaut 6 ou 7. Les chiffres non utilisés sont 4,5,7 ou 6,8,9. Avec ces chiffres, il est donc impossible que L+Y n’entraîne pas de retenue. U vaut donc 7. En essayant de donner à L chacune des valeurs restantes : 4, 5, 6, 8, 9, on constate que l’on ne peut compléter l’addition jusqu’au bout.

* O = 4

```
    1  4  L  L
 +  1  4  Y  C
 -------------
    2  U  T  4
```

Dans ce cas, U vaut 8 ou 9. Les chiffres non utilisés sont 3, 5, 6, 7,9 ou 8. En essayant de donner à L chacune de ces valeurs, on constate que l’on ne peut compléter l’addition.

* O = 5 conduit à une impossibilité, car U ne pourrait prendre que les valeurs 0 ou 1 déjà utilisées.

* O = 6

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 6 & L & L \\ + & 1 & 6 & Y & C \\ \hline & 3 & U & T & 6 \end{array}$$

Dans ce cas, A vaut 3, et U vaut donc 2, ceci implique que L+Y se fasse sans retenue. Or les chiffres encore disponibles sont 4, 5, 7, 8 et 9, ce qui exclut une absence de retenue pour L+Y, compte tenu de la retenue du rand précédent.

* O=7

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 7 & L & L \\ + & 1 & 7 & Y & C \\ \hline & 3 & U & T & 7 \end{array}$$

Dans ce cas, A vaut 3, et U vaut 4 ou 5. Essayons 4.

$$\begin{array}{ccccc} & 1 & 7 & L & L \\ + & 1 & 7 & Y & C \\ \hline & 3 & 4 & T & 7 \end{array}$$

Les chiffres encore disponibles sont 2, 5, 6, 8 et 9. La seule façon d’obtenir 7 pour chiffre des unités de L + C est d’avoir L = 2 et C = 5, ou L = 5 et C = 2. Seule la première possibilité permet de compléter

$$\begin{array}{cccccc} & 1 & 7 & 2 & 2 & 9 \\ + & 1 & 7 & 6 & 5 & 0 \\ \hline & 3 & 4 & 8 & 7 & 9 \end{array}$$

La plus petite valeur possible de AUTOS est donc 34879.