https://ww2.ac-poitiers.fr/math/spip.php?article444 - Auteur : BONDON Philippe

Utilisation d'une boucle dans un algorithme

publié le 14/09/2012

Descriptif :

Des exemples d'utilisation des 2 types de boucles dans un algorithme ;

Sommaire :

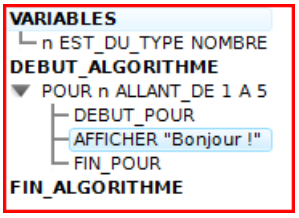
Dans un algorithme, utiliser une boucle permet de recommencer plusieurs fois un bloc d'instructions.
Il y a deux sortes de boucles :
Si l'on sait à l'avance le nombre de fois que le bloc d'instruction doit être exécuté, on utilise la boucle **"Pour ....Allant de ....A..."**
Dans le cas contraire on utilise plutôt une boucle du type **" Tant Que....Faire".**

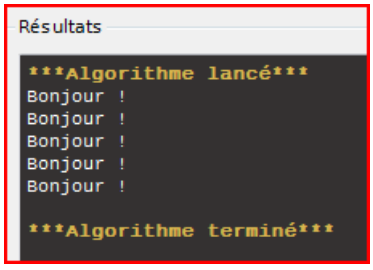
Les exemples présentés utilisent le logiciel Algobox ; les algorithmes sont adaptables sur les calculatrices scientifiques Casio et Ti.

1) La boucle " Pour ...Allant de ... A...."

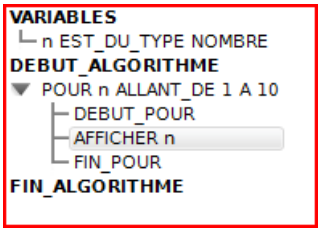
Cette boucle permet de recommencer un nombre de fois décidé à l'avance les instructions écrites entre les lignes **Pour...allant de...à ...** et **Fin_Pour**

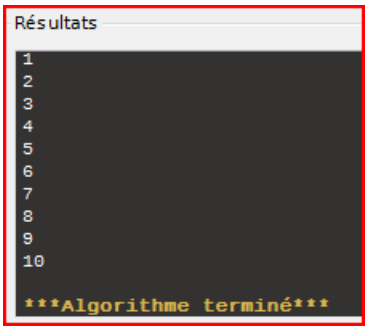
Exemple 1 : *Répéter 5 fois une instruction identique*
L'algorithme suivant affiche 5 fois de suite le message "Bonjour !"



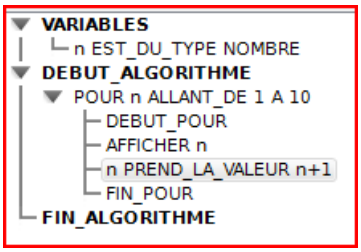


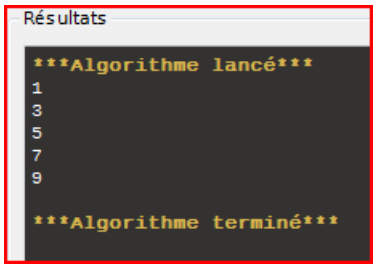
Exemple 2 : *Répéter une instruction , avec des variantes.*
L'instruction à répéter, peut dépendre de la valeur de n, comme dans l'exemple suivant :
La première fois que la ligne « DEBUT POUR » est lu, n prend la valeur 1, et chaque fois que cette ligne est à nouveau lue, la valeur de n augmente automatiquement de 1.



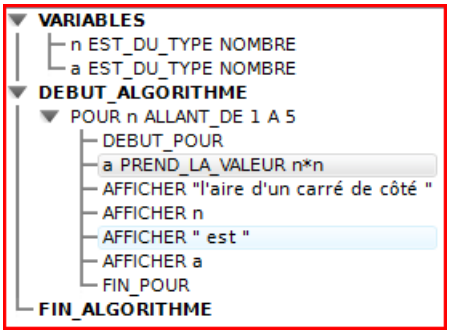


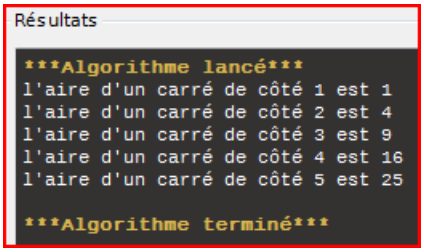
Si, comme le font certains débutants par erreur, on place une instruction dans la boucle pour augmenter la valeur de n , comme ci dessous, alors la valeur de n est augmentée deux fois à chaque lecture de la boucle. On obtient alors le résultat à droite, ou seuls les entiers impairs apparaissent..



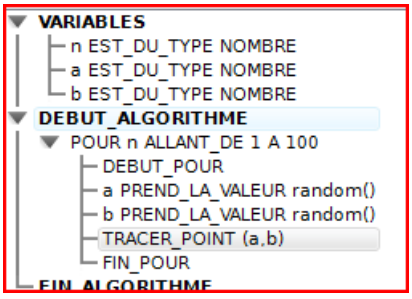


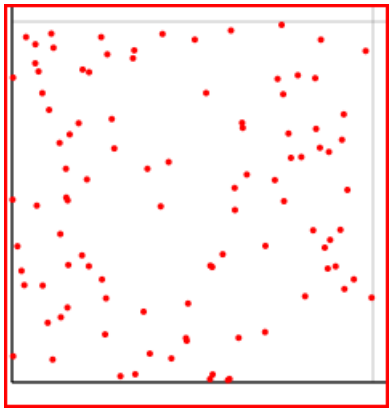
Exemple 3 : *Répéter une phrase, avec des variantes*
L'algorithme ci dessous, qui utilise une boucle, permet aussi de bien saisir la différence entre la commande « Ajouter Afficher message » et la commande « Ajouter Afficher variable »



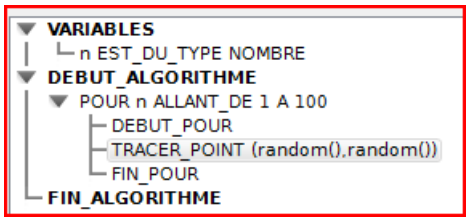


Exemple 4 : *Des points aléatoires dans un carré de côté 1*
Voilà un exemple simple d'utilisation d'une boucle pour afficher 100 points aléatoires dans un repère. Les coordonnées a et b des points affichés sont des nombres de l'intervalle [0 ;1], obtenues grâce à la fonction random(). Les points changent de place à chaque fois que l'algorithme est lancé.





A noter que les 3 lignes de la boucle auraient pu être condensées en une seule, ce qui permet de n'utiliser qu'une variable. Ainsi, l'algorithme suivant fait la même chose que le précédent.



Exemple 5 : *Construction d'un polygone régulier*

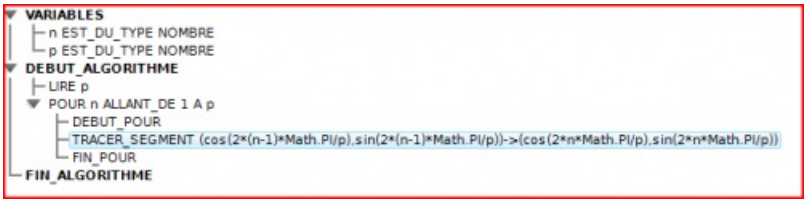
Cet algorithme permet de dessiner un polygone régulier comportant un nombre de côtés défini par l'utilisateur. Avec Algobox, c'est l'instruction "Lire p" qui permet de donner à p la valeur souhaitée.

Les p sommets peuvent être les points suivants :

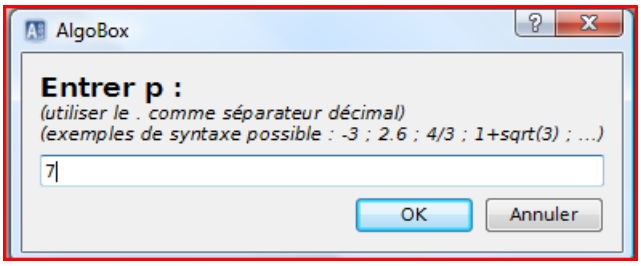
$A_k\left(\cos\left(k\times\frac{2\pi}{p}\right),\sin\left(k\times\frac{2\pi}{p}\right)\right)$ ou k varie de 0 à p-1 ou de 1 à p, ce qui revient au même.

il suffit alors de tracer les p segments qui relient chaque sommet à son sommet voisin.

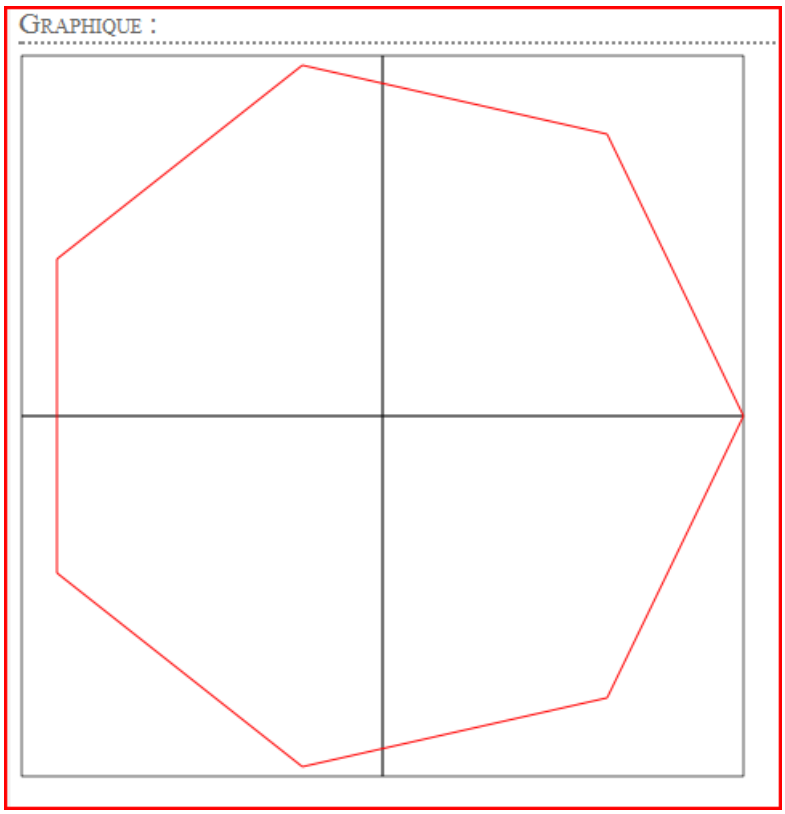
On obtient l'algorithme très court suivant :



lorsqu'on demande l'exécution de l'algorithme, celui ci demande la valeur de p.



En donnant à p la valeur 7, on obtient le résultat suivant :



● 2) La boucle « TANT QUE....FAIRE »

Dans les exemples suivants, on ne sait pas à l'avance le nombre de fois que la boucle va être lue. La boucle étudiée au §1 n'est donc pas adaptée.

Exemple 1 : *Deviner un nombre*

Un nombre A est choisi aléatoirement entre 1 et 10 par l'algorithme. L'utilisateur essaye de deviner le nombre. Le processus est arrêté lorsque le nombre est trouvé. Un compteur n comptabilise le nombre d'essais nécessaires.

```
VARIABLES
    A EST_DU_TYPE NOMBRE
    E EST_DU_TYPE NOMBRE
    n EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    n PREND_LA_VALEUR 0
    E PREND_LA_VALEUR -1
    A PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,10)
    TANT_QUE (E!=A) FAIRE
        DEBUT_TANT_QUE
        n PREND_LA_VALEUR n+1
        LIRE E
        FIN_TANT_QUE
    AFFICHER "nombre deviné en  "
    AFFICHER n
    AFFICHER " essais"
FIN_ALGORITHME
```

Résultats

```
***Algorithme lancé***
nombre deviné en  9 essais
***Algorithme terminé***
```

Remarques : Noter l'initialisation de E à la valeur -1, pour être sûr de pouvoir entrer dans la boucle une première fois.

la syntaxe "E !=A" signifie E différent de A dans Algobox.

Exemple 2 : *Faire travailler son petit frère*

Pour réviser les tables de multiplication, l'algorithme suivant choisit au hasard 2 entiers A et B compris entre 1 et 9, et il demande qu'on lui donne le produit R=AxB.

Tant que la réponse est fausse la question est posée à nouveau.

```
VARIABLES
    A EST_DU_TYPE NOMBRE
    B EST_DU_TYPE NOMBRE
    R EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    A PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,9)
    B PREND_LA_VALEUR ALGOBOX_ALEA_ENT(1,9)
    R PREND_LA_VALEUR -1
    TANT_QUE (R!=A*B) FAIRE
        DEBUT_TANT_QUE
        AFFICHER "combien font "
        AFFICHER A
        AFFICHER " multiplié par "
        AFFICHER B
        AFFICHER " ?"
        LIRE R
        AFFICHER R
        FIN_TANT_QUE
    AFFICHER "juste, bravo !"
FIN_ALGORITHME
```

```
***Algorithme lancé***
combien font 8 multiplié par 7 ?
48
combien font 8 multiplié par 7 ?
63
combien font 8 multiplié par 7 ?
56
juste, bravo !
***Algorithme terminé***
```

Exemple 3 *Recherche d'une racine par dichotomie*

L'algorithme suivant détermine un encadrement de largeur e de la racine cubique de 2. On sait que ce nombre est compris entre 1 et 2. La précision e est déterminée par l'utilisateur (0,1 ou 0,01...). La fonction F1 est la fonction définie par $F1(x) = x^3 - 2$

Cet algorithme est plus difficile à construire que les autres mais il doit être étudié au lycée.

Voilà cet algorithme, et le résultat obtenu si on choisit e=0,0001.

```
VARIABLES
    a EST_DU_TYPE NOMBRE
    b EST_DU_TYPE NOMBRE
    e EST_DU_TYPE NOMBRE
    m EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    a PREND_LA_VALEUR 1
    b PREND_LA_VALEUR 2
    LIRE e
    TANT_QUE (b-a>e) FAIRE
        DEBUT_TANT_QUE
        m PREND_LA_VALEUR (a+b)/2
        SI (F1(a)*F1(m)<=0) ALORS
            DEBUT_SI
            b PREND_LA_VALEUR m
            FIN_SI
            SINON
                DEBUT_SINON
                a PREND_LA_VALEUR m
                FIN_SINON
        FIN_TANT_QUE
    AFFICHER a
    AFFICHER b
FIN_ALGORITHME
```

```
Résultats
***Algorithme lancé***
1.2598877
1.2599487
***Algorithme terminé***
```

Remarque : Trouver un intervalle de largeur 10^{-n} qui contient un nombre p ne signifie pas que l'on connaisse n décimales de p.

Exemple 4 *Recherche de seuil pour une suite.*
On va considérer la suite U suivante, définie par récurrence :
$U_0 = 0.5$ et pour tout entier n, $U_{n+1} = 3U_n(1-U_n)$
Supposons démontré que cette suite a pour limite $2/3$, et que les termes de cette suite se rapprochent de la limite au fur et à mesure que le rang augmente.
Ecrivons un algorithme qui permet de savoir pour quelles valeurs de n , $|U_n - \frac{2}{3}| < 0{,}01$

```
VARIABLES
    n EST_DU_TYPE NOMBRE
    U EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    U PREND_LA_VALEUR 0.5
    n PREND_LA_VALEUR 0
    TANT_QUE (abs(U-2/3)>0.01) FAIRE
        DEBUT_TANT_QUE
        U PREND_LA_VALEUR 3*U*(1-U)
        n PREND_LA_VALEUR n+1
        FIN_TANT_QUE
    AFFICHER n
    AFFICHER U
FIN_ALGORITHME
```

```
Résultats
***Algorithme lancé***
529
0.67665492
***Algorithme terminé***
```

On voit donc qu'il faut attendre le 530 ème terme de la suite pour s'approcher de la limite à moins de 1 centième. Il est vrai que la suite a été choisie pour sa convergence lente.
On peut donc écrire : Pour tout entier $n >= 529$, $|U_n - \frac{2}{3}| < 0{,}01$

● 3) Un exemple de boucles imbriquées

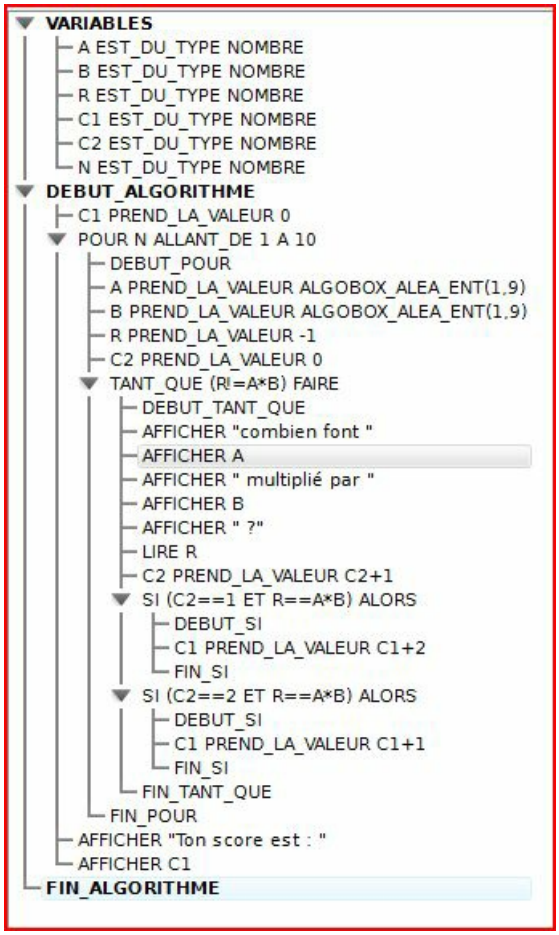
- Avant de donner un tel exemple, remarquons qu'une boucle du type "Pour ...Allant_de.....A...." peut toujours être remplacée par une boucle du type " Tant Que.....Faire...."
  Ainsi l'algorithme de gauche vu plus haut, à l'exemple 1, peut être remplacé par celui de droite, le résultat est le même :

```
VARIABLES
    n EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    POUR n ALLANT_DE 1 A 5
        DEBUT_POUR
        AFFICHER "Bonjour !"
        FIN_POUR
FIN_ALGORITHME
```

```
VARIABLES
    n EST_DU_TYPE NOMBRE
DEBUT_ALGORITHME
    n PREND_LA_VALEUR 0
    TANT_QUE (n<5) FAIRE
        DEBUT_TANT_QUE
        AFFICHER "bonjour"
        n PREND_LA_VALEUR n+1
        FIN_TANT_QUE
FIN_ALGORITHME
```

Par contre, il sera le plus souvent impossible de transformer une boucle du type "Tant Que ...Faire...." en une boucle "Pour ...Allant_de.....A...."

- On va reprendre l'exemple de la table de multiplication, et imaginer que l'on pose 10 multiplications qui rapporte chacune 2 points si la réponse est juste au premier essai et 1 point si elle juste au deuxième essai. l'exemple 2 du §2 va être modifié, et imbriqué dans une nouvelle boucle "Pour.....Allant de....A...". Il va falloir aussi inclure 2 compteurs C1 et C2, le premier calculant le score sur 20, le second comptant à chacune des 10 questions, le nombre d'essais nécessaires pour obtenir une réponse juste.



Remarques :
On peut compliquer l'exercice en faisant varier A et B entre 2 et 12
Dans le **SI...Alors**, on peut associer 2 conditions séparées par ET ou par OU.