



3 cercles tangents - Solution

publié le 16/03/2012

une proposition de solution

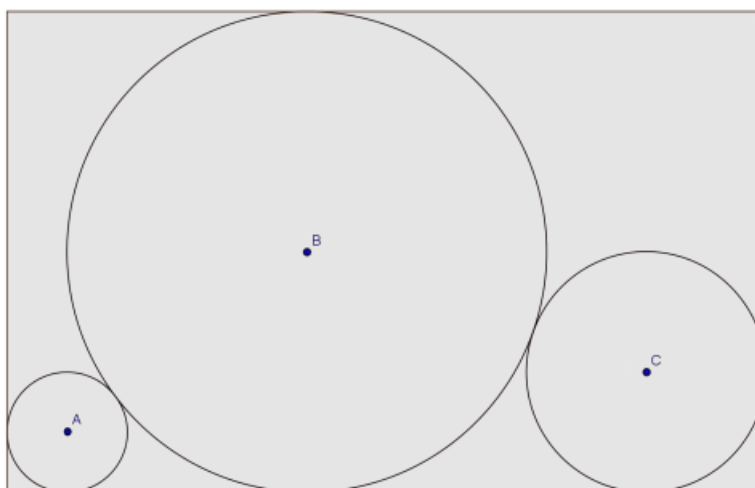
Descriptif :

Pour les élèves de première et terminale

Sommaire :

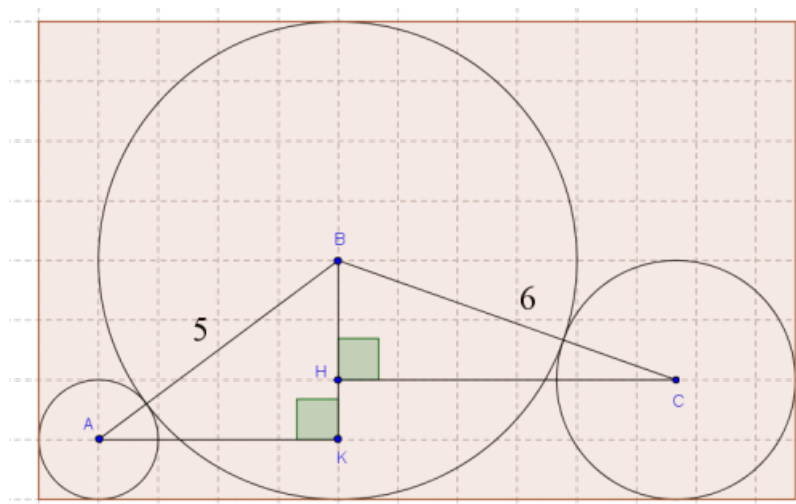
- énoncé
- solution
- prolongements et sujets d'étude

● énoncé



Déterminer la longueur du rectangle, lorsque les 3 cercles ont pour rayons respectifs 1, 4, 2.

● solution



On trace la parallèle à la longueur du rectangle, passant par A, puis celle passant par C, puis la perpendiculaire à ces deux droites passant par B. Enfin on trace les segments [AB] et [BC] qui passent par les points ou sont tangents

les cercles.

On obtient alors deux triangles rectangles AKB et BHC dont les hypoténuses [AB] et [BC] mesurent $1+4=5$ et $4+2=6$.

D'autre part la longueur BK est égale à la différence des rayons des cercles de centres respectifs B et A. Donc $BK=4-1=3$

La longueur BH est égale à la différence des rayons des cercles de centres respectifs B et C. Donc $BH=4-2=2$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABK :

$AK^2+BK^2=AB^2$ donc $AK^2=AB^2-BK^2=5^2-3^2=16$. Donc $AK=4$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle BHC :

$BH^2+HC^2=BC^2$ donc $HC^2=BC^2-BH^2=6^2-2^2=32$ donc

$$HC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Si on désigne par R_1 et R_3 les rayons des cercles de centres A et C, par L la longueur du rectangle, on a alors :

$$L = R_1 + AK + HC + R_3 = 1 + 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 7 + 4\sqrt{2}$$

● prolongements et sujets d'étude

Et si on change l'ordre des cercles ?

Et si on augmente le nombre de cercles, toujours à rayons entiers, peut-on trouver un ordre qui minimise la longueur du rectangle ?



Académie
de Poitiers

Avertissement : ce document est la reprise au format pdf d'un article proposé sur l'espace pédagogique de l'académie de Poitiers.

Il ne peut en aucun cas être proposé au téléchargement ou à la consultation depuis un autre site.