



Variations de fonctions en seconde à l'aide du numérique

publié le 25/02/2025 - mis à jour le 27/02/2025

Descriptif :

Cette séance propose la résolution d'une tâche complexe d'optimisation s'appuyant sur plusieurs outils numériques

Sommaire :

- La situation en un seul coup d'œil
- Contexte et objectif de la séance
- Plus-value du numérique dans cette séance
- Modalités de mise en œuvre
- Déroulement de la séance
- Compétences travaillées
- Bilan critique de la séance

● La situation en un seul coup d'œil



Géogebra (Geogebra Tube)

► Page suivante : "Contexte et objectifs de la séance"

● Contexte et objectif de la séance

Un extrait du programme de mathématiques de seconde nous fournit des premiers repères de progressivité dans l'apprentissage des fonctions à l'entrée au lycée :

Au cycle 4, les élèves ont découvert progressivement la notion de fonction, manipulé différents modes de représentation : expression algébrique, tableau de valeurs, représentation graphique, programmes de calcul. Ils connaissent le vocabulaire de base : variable, fonction, antécédent, image et la notation $f(x)$. Selon le mode de représentation choisi, ils déterminent une image ou des antécédents d'un nombre par une fonction. Ils ont étudié les fonctions linéaires, les fonctions affines et leur représentation graphique. En seconde, les objectifs sont les suivants :

- *consolider la notion de fonction, comme exprimant la dépendance d'une variable par rapport à une autre ;*
- *exploiter divers registres, notamment le registre algébrique et le registre graphique ;*
- *étendre la panoplie des fonctions de référence ;*
- *étudier les notions liées aux variations et aux extremums des fonctions.*

Après avoir travaillé les aspects "correspondance" et "dépendance" des fonctions au collège, les élèves de seconde poursuivent leur étude des fonctions en abordant l'aspect "covariation" qui trouve son fondement historique dans les travaux de Leibniz, pour lequel le mot "fonction" désigne une relation entre grandeurs dont les variations sont liées par une loi. Ainsi, avant d'entrer pleinement dans l'analyse avec la dérivation en première, l'étude qualitative des fonctions s'achève en seconde par l'aspect variationnel des fonctions.

Le but de cette séance est d'illustrer le rôle des variations de fonctions dans la résolution d'un problème

d'optimisation.

Au cours de cette activité, plusieurs objectifs sont visés :

- faire percevoir l'aspect "covariationnel" des fonctions : une variation d'une variable x (ici la longueur BC) entraîne une variation d'une autre variable y (l'aire du rectangle) ;
- réinvestir le tableau de valeurs d'une fonction et montrer son utilité dans la recherche d'un extremum et la possibilité de réglage du pas avec une précision aussi fine que souhaitée, permettant ainsi de dépasser une vision trop discrétisée du tableau de valeurs et de la courbe ;
- introduire le tableau de variation comme outil de synthèse des informations sur les variations et les extrema de la fonction, ainsi que les valeurs aux bornes du domaine.
- établir une distinction entre ces deux tableaux dans leur construction et dans leur usage. L'utilisation du tableau de variations, qui s'acquiert en seconde, va engager davantage de connaissances que le tableau de valeurs, non seulement parce qu'il nécessite de savoir déterminer les variations de la fonction, mais aussi parce qu'il requiert des aptitudes plus spécifiques de codage et de décodage. Il s'agira pour l'élève de bien saisir la spécificité de cette nouvelle représentation.

● Plus-value du numérique dans cette séance

L'aspect covariationnel d'une relation fonctionnelle s'appuie sur une approche dynamique de l'interdépendance des deux variables et celle-ci peut être rendue perceptible par une manipulation concrète d'un objet numérique interactif. Ainsi, l'animation GeoGebra proposée en début de séance a permis aux élèves de comprendre la situation et d'identifier la variable entrante matérialisée par le curseur. Ayant accès à celle-ci via leur téléphone, ils ont pu **manipuler** de manière concrète en jouant sur le curseur et saisir l'influence de la longueur BC et de la contrainte des 30 mètres de grillage sur la forme du rectangle.

L'entrée dans l'expérience par ce mode éactif, première étape du triptyque Manipuler-Verbaliser-Abstraire, a ainsi permis d'accéder à la modélisation de la situation par une fonction.

Le deuxième apport du numérique se situe dans la construction **collaborative** de la courbe afin de dégager les variations de l'aire et repérer un maximum pour celle-ci. L'activité "Courbe de fonction" de l'application [Mathlive](#) a ainsi permis à chaque élève de déterminer un ou plusieurs points de la courbe de cette fonction en calculant l'image d'une des valeurs qui lui est proposée. Les points ainsi obtenus se placent en temps réel sur le repère vidéo-projeté au tableau et la courbe représentative de la fonction prend progressivement forme au cours de l'activité.

Le troisième apport du numérique se trouve dans la complétion d'un tableau de valeurs à l'aide de la calculatrice. Les élèves ayant effectué quelques calculs d'images à l'étape précédente, il leur a été proposé de compléter un tableau de valeurs de plus en plus précis afin d'obtenir la valeur exacte du maximum et pouvoir reproduire sur papier la courbe obtenue grâce à l'application [Mathlive](#). L'aspect répétitif du calcul d'images par une même fonction a été évacué en utilisant le menu "tableau de valeurs" de la calculatrice, offrant un gain de temps précieux par une **automatisation** de la tâche.

● Modalités de mise en œuvre

- Niveau éducatif : Seconde
- Durée : 2 heures
- Applications numériques utilisées :
 - Animation GeoGebra
 - Activité "Courbe de fonction" de l'application [Mathlive](#)
 - Calculatrice et son menu "tableau de valeurs"
- Pré-requis :
 - Aire et périmètre d'un rectangle
 - Calcul littéral : réduction d'une expression littérale et évaluation d'une expression littérale par substitution de la variable à une valeur numérique

► Page suivante : "Déroulement de la séance"

● Déroulement de la séance

 [Fiche élève pour la séance sur l'aire du poulailler](#) (PDF de 101.1 ko)
Fiche élève pour la séance sur l'aire du poulailler

○ Manipulation et modélisation : animation GeoGebra

La séance commence par l'affichage d'un QR code que les élèves doivent scanner :



QR code de l'animation GeoGebra

Ce QR code leur permet de rejoindre l'animation GeoGebra ci-dessous :



Application interactive pour s'approprier la situation ([Geogebra Tube](#))
Figure modifiable à l'aide d'un curseur dans GeoGebra

Les élèves sont ensuite invités à travailler selon le principe "réfléchir-échanger-partager" (think-pair-share) :

- réflexion individuelle sur le problème posé par l'animation ;
- échange en duo tour à tour :
 - l'élève A partage sa représentation du problème pendant le temps imparti,
 - l'élève B écoute et pose des questions si besoin,
 - puis inversion des rôles.
- partage avec la classe entière : quelques binômes passent devant la classe et exposent leur vision du problème, les questions qu'ils se sont posées, les difficultés rencontrées et les pistes de résolution.

Les présentations faites par les binômes ont permis de mettre en exergue deux problématiques :

- L'aire du poulailler est-elle constante ou variable ?
- Si elle est variable, comment varie-t-elle ? Existe-t-il des dimensions du rectangle donnant une aire maximale ?

La question de la variabilité de l'aire n'avait pas été anticipée et un sondage à main levée a fait apparaître qu'environ un tiers des élèves pensait que l'aire ne changeait pas malgré la forme variable du rectangle. Un débat s'en est suivi entre les "constants" et les "variables", chaque camp s'efforçant de donner des arguments convaincants. Pour clore le débat, il leur a été proposé de calculer l'aire du rectangle en attribuant à chaque élève une valeur de BC , entre 0 et 13,5.

Plusieurs élèves ont ensuite été invités à détailler leur démarche pour le calcul d'aire et le professeur, au tableau, par un jeu de couleurs, a mis en avant la généricité du calcul à partir de ces quelques exemples détaillés. Cette mise en commun a non seulement fourni une réponse définitive à la première problématique (l'aire varie) mais a aussi permis de dégager un programme de calcul exprimable sous la forme d'une expression littérale (l'expression de la fonction).

L'aire est désormais modélisée par une fonction f de la variable x (représentant la longueur BC) dont on connaît

une expression algébrique : $f(x) = (x+3)(27-2x)$.

La fiche élève est alors distribuée et ils peuvent compléter la partie 1 en totale autonomie, les éléments nécessaires à son renseignement étant présents au tableau.

 [Fiche élève pour la séance sur l'aire du poulailler](#) (PDF de 101.1 ko)
Fiche élève pour la séance sur l'aire du poulailler

O Courbe représentative : activité "courbe de fonction" de l'application Mathlive

Se pose ensuite la question des variations et de l'éventuel extremum recherché dans le problème. L'obtention de l'expression algébrique de l'aire en fonction d'une longueur ne permet pas de répondre directement au problème et il faut alors agir sur les représentations du concept de fonction en procédant à un changement de registre : du symbolique au graphique.

Les élèves de seconde ont déjà été formés à la représentation graphique d'une courbe au collège et l'objectif de cette partie est de réactiver cette notion en insistant sur l'aspect "lieu géométrique de points" régi par une équation $y = f(x)$.

Pour ce faire, il leur a été proposé de construire la courbe représentative de la fonction de manière collaborative grâce à l'application [Mathlive](#). En se connectant à une activité de type "[Courbe de fonction](#)" via leur smartphone, les élèves choisissent une valeur de x dans une liste :

Vos valeurs

 Sélectionnez une valeur :

0	0.5	1	1.5	2	2.5
3	3.5	4	4.5	5	5.5
6	6.5	7	7.5	8	8.5
9	9.5	10	10.5	11	11.5
12	12.5	13	13.5	5.05	
5.1	5.15	5.2	5.25	5.3	
5.35	5.4	5.45	5.55		

Interface élève de l'application Mathlive pour le choix d'une valeur

Et doivent en calculer l'image :

Vos valeurs

Vous avez choisi : $x = 4$

Changer

✎ Déterminer l'image de x par la fonction
 $f(x) = (x + 3)(27 - 2x)$ (arrondir au dixième)

Veuillez entrer un nombre.

Envoyer

Interface élève de l'application Mathlive pour le calcul d'image

. Si leur calcul est correct, le point obtenu est placé sur le graphique projeté au tableau et la courbe prend progressivement forme :



Construction_collaborative_courbe_fonction_mathlive.mov (Vidéo PodEduc)

Illustration de l'activité 'courbe de fonction' de l'application Mathlive. Ajouté par : Raphael Nivelle

○ Tracé de courbe et recherche du maximum : tableau de valeurs de la calculatrice

Nous avons obtenu l'allure de la courbe représentative, ce qui a permis de décrire de manière très imagée les variations de la fonction (l'aire augmente puis diminue) et de localiser le maximum (entre 135 et 140, atteint pour une valeur proche de 5).



Courbe collaborative obtenue à partir l'application Mathlive

Afin de reproduire la courbe sur papier et d'obtenir une valeur plus précise de ce maximum, un nouveau changement de registre est opéré en passant au tableau de valeurs.

Le calcul d'images ayant été réalisé de manière collaborative, les élèves ont bien mesuré l'aspect répétitif voire rébarbatif de la complétion du tableau de valeurs qui leur demanderait de répéter plus de quarante fois la même procédure.

Ce calcul est alors délégué à la calculatrice et son menu tableau de valeurs qui permet d'automatiser le calcul d'images pour une série de valeurs définies par une valeur de départ, un pas de déplacement et, selon les modèles, une valeur de fin.

O Tableau de variation et conclusion

Le tracé de la courbe et le renseignement du tableau de valeurs (fiche élève : partie 2, questions 1 à 4) permettent d'obtenir les variations de la fonction et son maximum (admis car les élèves de seconde n'ont pas les outils pour le prouver), ce qui permet de répondre au problème.

Le tableau de variation (fiche élève : partie 2, questions 5 et 6) est alors introduit comme un moyen de résumer, par un codage adapté, les variations d'une fonction avec la donnée des valeurs des extremums et des valeurs aux bornes du domaine de définition.

► Page suivante : "*Compétences travaillées*"

● Compétences travaillées

• Compétences disciplinaires :

- Calcul d'aire de rectangle
- Calcul d'image à partir de l'expression algébrique d'une fonction
- Tracé d'une courbe représentative de fonction à partir d'un tableau de valeurs
- Construction du tableau de variation d'une fonction à partir de sa courbe

• Compétences du CRCN mises en œuvre par les élèves :

► [CRCN : consulter le tableau avec une entrée par compétence](#)

- Information et données
 - Gérer des données
 - Traiter des données
- Communication et collaboration
 - Interagir
 - Partager et publier
 - Collaborer
- Création de contenus
 - Programmer
- Environnement numérique
 - Évoluer dans un environnement numérique

• Compétences du CRCN-Edu mises en œuvre par l'enseignant :

► [CRCN-Edu : Domaines et compétences](#)

- Ressources numériques
 - Sélectionner des ressources
 - Concevoir des ressources
 - Gérer des ressources
- Enseignement - Apprentissage
 - Concevoir
 - Mettre en œuvre
- Diversité et autonomie des apprenants
 - Inclure et rendre accessible
 - Différencier
 - Engager les apprenants
- Compétences numériques des apprenants
 - Développer les compétences numériques des apprenants

● Bilan critique de la séance

L'objectif de cette séance était de réactiver les compétences sur les fonctions dans une situation de tâche complexe dont la résolution s'appuyait sur le numérique et qui donnait à voir des aspects inédits de la notion.

Le recours au numérique dès le début de la dévolution du problème a favorisé l'engagement des élèves dans la tâche en leur permettant de manipuler à l'envi la figure afin de bien percevoir les variants et les dépendances de la configuration.

La construction collaborative de la courbe a permis à chacun.e de contribuer à l'élaboration du graphe et a favorisé la réinstallation du graphe d'une fonction comme lieu de points défini par une équation.

Pour finir, la (re)découverte du menu "tableau de valeurs" de la calculatrice a facilité la localisation du maximum et le tracé de la courbe sur papier.

Par la richesse des connaissances et compétences qu'elle a mis en jeu, cette tâche complexe a fourni le matériau nécessaire à l'étude qualitative des fonctions et a constitué une situation de référence sur laquelle le professeur s'est appuyé tout au long de la séquence.



**Académie
de Poitiers**

Avertissement : ce document est la reprise au format pdf d'un article proposé sur l'espace pédagogique de l'académie de Poitiers.

Il ne peut en aucun cas être proposé au téléchargement ou à la consultation depuis un autre site.