Espace pédagogique de l'académie de Poitiers > Mathématiques > Se former > TraAM 2023 - 2024 : esprit critique https://ww2.ac-poitiers.fr/math/spip.php?article1303 - Auteurs : Raphaël Nivelle - Fabien Aoustin



Esprit critique et probabilités : la fiabilité des tests médicaux

TraAM 2023-2024

Descriptif:

Cet article rend compte d'une expérimentation menée en spécialité de première générale au sujet de la fiabilité des tests médicaux.

Sommaire:

- · Fiche synoptique
- Narration de l'expérimentation

• Expérimentation : Fabien Aoustin

• Rédaction : Fabien Aoustin

• Mise en forme finale : Raphaël Nivelle

Fiche synoptique

O Thématique

Probabilités conditionnelles

O Niveau concerné

Première générale (spécialité) mais adaptable en mathématiques de l'enseignement scientifique

o Problématique

Comment exploiter les connaissances vues en classe pour se forger une opinion personnelle ?

o Contenu

- Modélisation d'une situation par un arbre de probabilité
- Calculs de probabilités conditionnelles

O Nombre d'heures utilisées

Séance 1 : 1h à 1h15Séance 2 : 15 minutes

O Compétences du CRCN travaillées

- 1. Information et données :
 - 1.2 Gérer des données ;
 - o 1.3 Traiter des données
- 5. Environnement numérique :
 - 5.2 Évoluer dans un environnement numérique ;

O Outils et ressources

- Papier, crayon, calculatrice
- · Logiciel GeoGebra
- Document élève ci-joint :

Document élève pour l'expérimentation sur les tests médicaux en première (PDF de 14.3 ko) Document distribué aux élèves de spécialité de première générale lors de l'expérimentation sur la fiabilité des tests médicaux.

- ▶ Page suivante : "Narration de l'expérimentation"
- Narration de l'expérimentation

o Problématique

Cette activité a été proposée en fin de séquence sur les probabilités conditionnelles, la deuxième de l'année. Le but principal était d'apprendre à prendre des initiatives pour répondre à une question ouverte. C'était aussi l'occasion de mobiliser toutes les notions en jeu dans la séquence.

O Séance 1

Mise en place

Le problème est présenté à l'ensemble de la classe au vidéoprojecteur. Quelques échanges collectifs permettent d'identifier les probabilités en jeu. Le sujet est ensuite distribué au format papier à chaque élève pour qu'il en garde une formulation précise sous les yeux. Les élèves sont ensuite regroupés en îlots par trois ou quatre et ont pour mission de fournir une réponse rédigée à la fin de la séance.

Déroulement

Dans un premier temps, seules les cinq premières lignes de l'énoncé ont été affichées :

La géométrite est une très grave maladie. Un autotest est proposé en vente libre et sans ordonnance pour la détecter. Sur la notice il est écrit que :

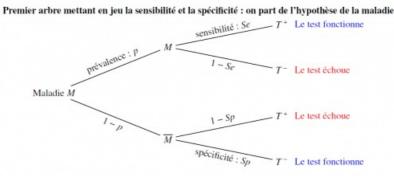
- si vous êtes malade, le test est positif dans 90 % des cas ;
- si vous n'êtes pas malade, le test est négatif dans 96 % des cas.

Il a été demandé aux élèves si les deux valeurs numériques étaient plutôt conformes à ce qu'on pouvait attendre d'un test médical ou non. Les réponses étaient positives.

La question a alors été posée :

Vous effectuez le test et il est positif!!! Que penser du résultat?

Certains ont spontanément répondu que ce n'était pas bon signe. D'autres ont demandé s'il fallait calculer la probabilité d'être malade. De là s'est rapidement dégagé la distinction entre la probabilité d'être malade sachant que le test est positif et la probabilité d'avoir un test positif sachant qu'on est malade (ce qu'on appelle respectivement la VPP, valeur prédictive positive, et la sensibilité du test, ce vocabulaire n'étant pas donné aux élèves).



Arbre de probabilité expliquant la notion de sensibilité

Deuxième arbre mettant en jeu les valeurs prédictives : on part du test $\frac{VPP}{M} \qquad \text{Le test fonctionne}$ $\frac{1-VPP}{Faux} \frac{M}{Positifs} \qquad \text{Le test échoue}$ $\frac{1-VPN}{M} \qquad \text{Le test échoue}$ $\frac{VPN}{M} \qquad \text{Le test fonctionne}$

Arbre de probabilité expliquant la notion de valeur prédictive positive

Le travail par groupe a alors été lancé.

Dans chaque groupe ou presque il a vite été constaté que la proportion de malades dans la population (la prévalence de la maladie) n'était pas connue mais pourtant nécessaire pour construire un arbre de probabilités complet. Rares ont été les élèves qui ont pris d'eux-mêmes l'initiative de choisir au moins une valeur pour cette probabilité. Ceux qui l'ont fait ont souvent choisi 0,5 en première intention. L'enseignant a donc dû encourager les élèves à choisir eux-mêmes une valeur de leur choix pour tenter de mener leur calcul jusqu'au bout.

Une fois un premier résultat obtenu, les élèves ont souvent tenté de refaire le calcul avec d'autres valeurs pour la prévalence. Beaucoup étaient déstabilisés quant aux attendus : il ne leur semblait pas concevable que la réponse reste incertaine et dépende de cette donnée manquante. Quelques élèves, très peu nombreux, ont pensé à dresser un tableau de valeur à la calculatrice pour obtenir davantage de résultats. Plusieurs remarques ont été faites oralement sans forcément être transcrites dans les comptes-rendus écrits. Ainsi, certains ont été très surpris et ont eu du mal à accepter, même en ayant fait les calculs par eux-mêmes, que la VPP ne dépende pas uniquement du test lui-même. Certains ont été surpris de constater que ce test, qu'ils pensaient de bonne qualité au départ, pouvaient être totalement inapproprié pour une faible prévalence. La question du choix de la valeur de la prévalence a été soulevée, certains se rendant compte qu'une proportion de 50 % de malades était sûrement très élevée. Cette question de l'ordre de grandeur de la prévalence n'a cependant pas été abordée par tous les groupes, certains se contentant de valeurs comprises entre 0,1 et 0,9. Dans plusieurs groupes, la question du seuil sous lequel il n'est pas acceptable de passer pour la VPP a été posée. Certains ont même voulu aborder le problème sous cet angle en se donnant une VPP minimale acceptable et en cherchant à quelle prévalence cela correspondait (sans réussir à mener le calcul correctement à bout). Dans tous les cas, il a souvent été difficile de conclure de façon nuancée.

Voici quelques extraits de travaux d'élèves :



Séance 2 et après

Lors de la séance suivante, un bilan a été présenté au tableau en s'appuyant sur les productions des élèves et en les faisant intervenir oralement. L'utilisation efficace d'une variable pour désigner la prévalence puis la mise au point d'une formule donnant la VPP en fonction de cette variable (plutôt que de refaire tout le calcul) a été soulignée. Dans plusieurs travaux, le sens de variation de la fonction sous-jacente a été signalé : « plus la proportion de malades augmente, plus le test est efficace ». Cela a alors été observé en traçant la courbe de la fonction sur GeoGebra. Cet aspect graphique n'avait été abordé par aucun élève ; le concept même de fonction leur semblait trop éloigné d'une question de probabilité.

Plus tard dans l'année, cette fonction a été donnée en exemple d'entraînement pour justifier le sens de variation via le signe de la dérivée.

Lors de ce bilan, il a été mentionné la possibilité qu'un même test soit utilisé dans certains pays et pas dans d'autres suivant la prévalence de la maladie considérée. Il a aussi été signalé que l'examen clinique effectué par un médecin peut justifier d'effectuer un test alors que cela pourrait ne pas être pertinent sans raison préalable et que, de façon

générale, les probabilités conditionnelles peuvent s'avérer utile pour établir un diagnostic. Cette situation parle particulièrement aux élèves désireux de poursuivre des études dans le secteur médical.

O Conclusion de l'activité proposée

Ce type d'activité a donné davantage de sens aux enjeux de la séquence qu'un exercice guidé. Ce travail a aussi permis aux élèves de prendre des initiatives, de discuter leurs choix, et surtout de nuancer leurs conclusions et de corriger leur analyse trop hâtive de la situation. Même si cela les a déstabilisés dans un premier temps, ils ont apprécié le fait de ne pas être dans une course de vitesse où la prime revient à celui ou celle qui trouve « la » bonne réponse.

O Prolongements envisagés

Cette activité peut bien sûr être mobilisée dans le cadre d'autres programmes, en filière technologique ou bien en enseignement scientifique de première ou de terminale. Elle pourrait aussi être utilisée en début de séquence pour motiver l'étude des probabilités conditionnelles puis servir de fil conducteur ou être reprise en fin de séquence pour apporter une réponse plus détaillée.

Document élève pour l'expérimentation sur les tests médicaux en première (PDF de 14.3 ko)

Document distribué aux élèves de spécialité de première générale lors de l'expérimentation sur la fiabilité des tests médicaux.



Avertissement : ce document est la reprise au format pdf d'un article proposé sur l'espace pédagogique de l'académie de Poitiers.

Il ne peut en aucun cas être proposé au téléchargement ou à la consultation depuis un autre site.