



Esprit critique et intuition : le paradoxe de Penney (niveau seconde)

publié le 27/05/2024

TraAM 2023-2024

Descriptif :

Cet article rend compte d'une expérimentation menée en seconde au sujet d'un paradoxe probabiliste.

Sommaire :

- Fiche synoptique
- Narration de l'expérimentation

- *Expérimentation : Fabien Aoustin*
- *Rédaction : Fabien Aoustin*
- *Mise en forme finale : Raphaël Nivelles*

● Fiche synoptique

○ Thématique

Probabilités, simulations, pile ou face, paradoxe de Penney

○ Niveau concerné

Seconde

○ Problématique

Comment apprendre à se méfier de ses intuitions ? Comment les dépasser ?

○ Contenu

- Simulation d'une expérience aléatoire
- Utilisation d'un arbre pour calculer des probabilités (non triviales)

○ Nombre d'heures utilisées

- De 30 à 45 minutes

○ Compétences du CRCN travaillées

- 1. Information et données :
 - 1.2 Gérer des données ;
 - 1.3 Traiter des données
- 3. Création de contenus :
 - 3.4 programmer ;
- 5. Environnement numérique :
 - 5.2 Évoluer dans un environnement numérique ;

○ Outils et ressources

- Papier, crayon, calculatrice
- Programmation sous Python (au vidéoprojecteur)
- Document élève ci-joint (sans la partie III)

 [Document élève pour l'expérimentation sur le paradoxe de Penney en seconde](#) (PDF de 30.7 ko)
Document distribué aux élèves lors de l'expérimentation sur le paradoxe de Penney.

► Page suivante : "*Narration de l'expérimentation*"

● Narration de l'expérimentation

○ Problématique

Cette activité a été proposée en fin de séquence sur les probabilités. Le but principal était d'apprendre à se méfier de nos premières intuitions dans le contexte des probabilités. C'était l'occasion de mobiliser à nouveau quelques éléments croisés auparavant en jouant sur plusieurs registres (simulations informatiques, recours à l'algorithmique et la programmation, démonstration à l'aide d'un arbre).

○ Séance

Mise en place

Le document de travail est distribué dès le début et se présente sous forme classique pour n'éveiller aucun soupçon sur le fait qu'un résultat étonnant va être présenté. À l'oral, il est indiqué que le but est de mobiliser à nouveau des notions rencontrées durant les séances précédentes.

La partie programmation est traitée collectivement au vidéoprojecteur.

Déroulement

Une fois le document distribué, la première partie a été traitée collectivement à l'oral, les élèves prenant en note les réponses. Intuitivement, les élèves répondent correctement à la question 2 et aucune justification particulière n'est recherchée, le but étant que tous les élèves se « fassent avoir » dans la deuxième situation.

Dans la partie II, on a continué de même en passant rapidement sur la question 1 : les élèves pensaient alors tous que les deux joueurs avaient les mêmes chances de gagner.

Pour la question II-2, il a été demandé aux élèves s'ils avaient une pièce sous la main (il faut penser à en prévoir quelques-unes si besoin). Dix parties ont été jouées devant toute la classe et le nombre de victoires de chaque joueur a été écrit au tableau. Tous les élèves ayant une pièce ont été invités à faire de même avec leurs voisins. En quelques minutes, quelques dizaines de parties avaient été ainsi jouées. Un déséquilibre semblait se dessiner mais il a été décidé d'enchaîner rapidement avec la simulation informatique.

Un temps de recherche individuelle a été donné pour les questions 3 et 4. La restitution détaillée de la question 3 a été l'occasion de travailler tout particulièrement la précision et la clarté de l'expression orale et d'évoquer à nouveau les booléens. La question 4 n'a pas posé de difficultés majeures car des programmes du même type avaient déjà été croisés lors des séances précédentes. Un élève est venu saisir les éléments manquants du programme qui a été exécuté plusieurs fois.

```

1. from random import randint
2. def JAgagne():
3.     x = randint(0,1)
4.     y = randint(0,1)
5.     while (x,y) != (1,1) and (x,y) != (0,1):
6.         x = y
7.         y = randint(0,1)
8.     return ((x,y) == (1,1))
9.
10. Nb_parties_gagnees_par_A = ____
11. for k in range(____):
12.     if ____:
13.         Nb_parties_gagnees_par_A = ____
14. print(____)

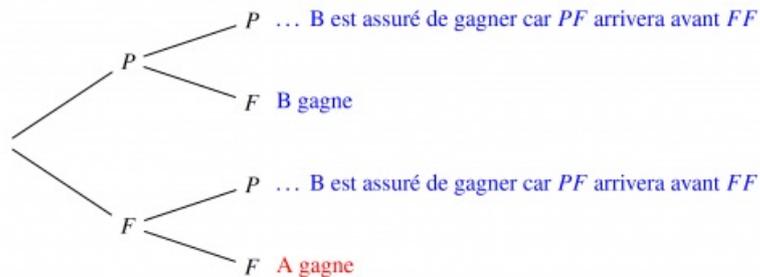
```



Il a alors été demandé de réfléchir à la question II-1. Le résultat étonnant a suscité de vives réactions. Plusieurs

voulaient chercher l'erreur dans le programme. Les élèves ont alors été invités à chercher une méthode permettant de calculer la probabilité exacte de gagner de chacun des deux joueurs, sans recourir à des simulations.

Rapidement, l'idée d'utiliser un arbre a été évoquée. Aucune difficulté n'est apparue pour le premier lancer. Il a alors été remarqué qu'obtenir Pile au premier lancer entraînait forcément la victoire du joueur B et qu'il était donc inutile de poursuivre l'arbre plus loin dans ce cas. Pour la deuxième branche (Face au premier tirage), deux cas se présentent : obtenir Face-Face, ou obtenir Face-Pile. Dans ce dernier cas, l'argument précédent s'applique à nouveau et le joueur B est assuré de l'emporter. Finalement, le joueur B gagne avec une probabilité de 75 % (contre 25 % pour le joueur A).



Arbre des possibles pour expliquer le paradoxe de Penney

Un bref retour sur la partie I a été fait oralement mais il a été vite constaté qu'il n'y avait pas d'erreur dans la réponse apportée.

○ Conclusion de l'activité proposée

Les élèves ont beaucoup aimé être surpris et voir leur intuition contredite. Surtout, plusieurs élèves étaient ravis d'avoir pu démontrer par eux-mêmes le résultat final et d'y voir ainsi plus clair dans ce petit jeu qui leur semblait au départ presque insignifiant. Une très courte discussion collective permet de faire remarquer qu'on peut tirer certaines leçons de cet exemple en ce qui concerne notre esprit critique.

○ Prolongements envisagés

On pourrait bien sûr envisager d'effectuer la partie programmation de cette activité en salle informatique. Avec plus de temps, cela pourrait aussi être l'occasion d'une différenciation riche et féconde sur l'étude du jeu avec des séquences de longueur 3 (des suggestions sont données dans la partie III du document).