



Esprit critique et perceptions visuelles en sixième

publié le 27/05/2024 - mis à jour le 04/06/2024

TraAM 2023-2024

Descriptif :

Cet article rend compte d'une expérimentation menée dans une classe de sixième dans le cadre des TraAM sur l'esprit critique en mathématiques.

Sommaire :

- Fiche synoptique
- Narration de l'expérimentation : problématique et séance 1
- Séance 2
- Séance 3
- Conclusion de l'activité proposée
- Prolongements envisagés :

- *Expérimentation* : Laura Serena
- *Rédaction* : Laura Serena
- *Mise en forme finale* : Raphaël Nivelles

● Fiche synoptique

○ Thématique

Aires, paradoxe de Lewis Carroll

○ Niveau concerné

Sixième

○ Problématique

Comment aider les élèves de sixième à questionner la fiabilité d'un tracé en géométrie ?

○ Contenu

- Figures planes
- Programmes de constructions
- Reproduction de figures (fond quadrillé/fond uni)
- Géométrie dynamique (Geogebra)
- Calculs d'aires (carreaux et formules)

○ Nombre d'heures utilisées

- Séance 1 (1h) : présentation des objectifs, dialogue descriptif pour élaboration du programme de construction, mise en commun.
- Séance 2 (1h) : Tracé des figures, découpage puis puzzle manuel, découverte du fichier dynamique.
- Séance 3 (1h) : Manipulation/exploitation du logiciel, phase de calcul à la main, conclusion

○ Compétences du CRCN travaillées

- 1. Information et données :
 - 1.2 Gérer des données ;
- 5. Environnement numérique :
 - 5.2 Évoluer dans un environnement numérique ;

○ Outils et ressources

- Matériel de géométrie
- Feuilles à carreaux et feuilles unies
- Logiciel Geogebra
- Documents élèves :

 [Documents élèves pour l'expérimentation](#) (Word de 27 ko)
Documents élèves pour l'expérimentation

- [Paradoxe de Lewis Carroll](#) 

► Page suivante : "*Narration de l'expérimentation : problématique et séance 1*"

● Narration de l'expérimentation : problématique et séance 1

○ Problématique

Cette activité a été conçue pour répondre à un problème de recul au sein de ma classe de sixième. Au fil des semaines de classe, je me suis rendu compte que les élèves donnaient à leurs constructions géométriques un poids décisionnel fort et infondé. La différence entre définition et propriétés d'une figure n'était pas claire pour eux et cela m'a conduit à envisager cette activité. J'ai décidé de la mener pendant la séquence sur les aires, en basant l'ensemble sur le paradoxe de Lewis Carroll.

○ Séance 1

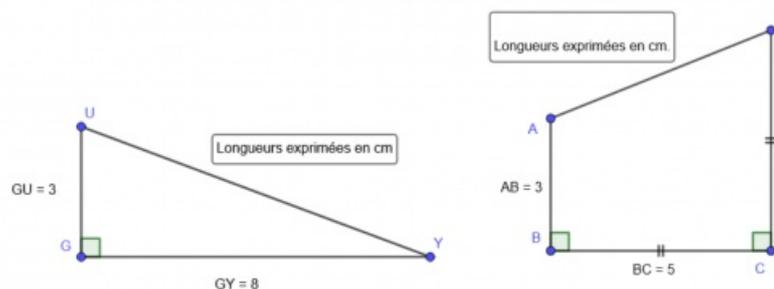
Les deux objectifs de la première partie étaient les suivants :

- amener les élèves à communiquer au sein d'un binôme afin de réinvestir leurs connaissances sur les figures planes ;
- revenir sur la structure d'un programme de construction.

Mise en place :

Les élèves se sont placés face à face, avec le même document d'introduction qui présentait deux rôles possibles : celui d'expert ou celui d'ingénieur. Ils se sont attribué un rôle et ont pris secrètement connaissance de l'enveloppe qui leur était destinée.

- L'enveloppe « *expert en analyse de constructions* » contenait deux figures géométriques annotées :



Contenu de l'enveloppe « expert en analyse de constructions » : deux figures annotées (cliquer sur l'image pour l'agrandir).

- L'enveloppe « *ingénieur en conception* » contenait deux programmes à trous (programme trapèze variable) :

Protocole trapèze 1 :

Nous allons tracer un nommé

Pour commencer, tracer un carré BCDE de cm de côté.

Sur le segment [.....], placer à 3 cm de

Effacer le point et tracer le ABCD.

Protocole trapèze 2 :

Nous allons tracer un nommé

Pour commencer, tracer un segment [.....] de cm de côté.

Tracer la perpendiculaire à [.....] passant par et placer dessus le point, situé à 5 cm de

Tracer la perpendiculaire à [.....] passant par et placer dessus le point, situé à 3 cm de

Tracer le trapèze ABCD.

Protocole triangle :

Nous allons tracer un nommé

Commencer par tracer le segment [.....] qui mesure cm.

Tracer la perpendiculaire à [.....] passant par et placer dessus le point, à cm de

.....

Tracer

Contenu de l'enveloppe « ingénieur en conception » : deux programmes à trous (cliquer sur l'image pour l'agrandir)

- Après vingt minutes d'échanges, les élèves ont participé à une mise en commun afin de compléter sur feuille les trois programmes. Un mini débat s'est enfin déroulé pour comparer les deux programmes de constructions du trapèze.

Déroulement :

Les élèves qui avaient choisi le rôle d'experts ont été à l'aise et ont bien compris leur objectif. Ils n'ont pas essayé de faire construire la figure et ont bien tenté d'aider leurs camarades à compléter les programmes. Les élèves qui avaient choisi le rôle d'ingénieur ont eu davantage de questions, dont voici quelques exemples :

- J'avais choisi de proposer deux programmes différents pour le trapèze pour comparer l'aisance des élèves sur un programme de construction « classique » et sur un programme faisant intervenir un point supplémentaire. Certains élèves ont été gênés par la notation « trapèze 1/trapèze 2 ».
- Les élèves ont rencontré des difficultés dans la description des droites perpendiculaires (voir [copies en annexe 1](#)).

Le protocole « trapèze 2 » a été complété correctement par 60 % des élèves, tandis que le protocole « trapèze 1 » a été complété correctement par aucun des 6 groupes, avec soit un programme incomplet, soit un problème de description des droites perpendiculaires (voir [Annexe 1](#))

 [Exemples de production d'élèves \(programmes de construction\)](#) (PDF de 2.6 Mo)
Productions d'élèves sur les programmes de construction

La phase de mise en commun s'est bien déroulée mais il a été nécessaire de retracer les figures au tableau. La majorité des questions s'est portée sur les erreurs qui avaient été faites sur les descriptions de la perpendicularité.

L'heure s'est terminée sur la distribution de papiers quadrillés et unis pour préparer la deuxième heure.

Bilan et pistes d'améliorations :

Les élèves se sont vite mis en activité et ont semblé réceptifs aux propositions. Les « experts » qui disposaient d'une figure ont été plus à l'aise et cela m'a permis d'insister sur l'aide qu'apporte un dessin, même à main levée. Là où les élèves y voient cependant une démonstration, j'ai indiqué que cela permettait seulement de prédire un résultat, d'émettre une conjecture.

Les erreurs attendues dans les programmes de construction se sont produites. Néanmoins, si je devais refaire cette séance, j'envisagerais en priorité les aménagements suivants :

- je prévois une zone de dessin en vis à vis des programmes de constructions ou je rajouterai les figures
- je sélectionnerais peut-être seulement le protocole « trapèze 2 »

► Page suivante : "*Narration de l'expérimentation : séance 2*"

● **Séance 2**

Objectifs

La phase de conception et analyse des figures étant terminée, les grands objectifs de la séance 2 étaient :

- reprendre le tracé de figures sur fond quadrillé ou uni à l'aide des instruments de géométrie,
- manipuler des figures pour un problème de recouvrement : questionnement du modèle et première introduction de la notion d'aire,
- utiliser un logiciel de géométrie dynamique pour conforter ou infirmer une perception visuelle

Mise en place :

La deuxième séance s'est déroulée l'après-midi suivant la première séance. Il n'y a donc pas eu de reprise de la situation et les élèves se sont lancés individuellement dans la construction de leurs figures sur les deux types de papier. Cela m'a permis de mettre en confiance les élèves sur papier quadrillé avant d'aborder un contexte plus difficile pour eux (fond uni). Une fois leurs figures tracées, ils les ont découpées et ont tenté de recouvrir deux rectangles tracés à la main avant d'être scannés (rectangle 1 : 8 cm x 8 cm et rectangle 2 : 13 cm x 5 cm)

Un temps commun a permis de vérifier les pavages proposés et les élèves ont effectué leurs premières observations. Ils se sont ensuite dirigés sur les tablettes afin de se rendre sur une page web GeoGebra.

Déroulement :

La mise en activité s'est faite rapidement et les élèves ont tracé leurs figures en une dizaine de minutes. Les élèves les plus rapides ont aidé leurs camarades. Durant cette phase, j'ai remarqué qu'encore beaucoup d'élèves construisent au stylo, avec des outils mal maintenus. Trois élèves sur les 21 présents se sont retrouvés en grande difficulté et ont sollicité de l'aide pour le tracé de figures sur fond uni. Deux autres élèves ont tracé un trapèze non rectangle et un élève a construit un triangle rectangle dont une seule longueur était juste. Ces élèves se sont vu distribuer une figure déjà découpée pour que la suite de leur activité ne soit pas impactée.

Les différents pavages ont été réalisés en une dizaine de minutes et une proposition a été faite au tableau par un élève. Celui-ci a donc dessiné ses quatre polygones dans le rectangle 1. Chaque élève a reproduit son tracé, respectant ou non les réelles mesures des figures. Le bilan a donc varié selon l'élève et sa perception de la situation.

Concernant le rectangle 2, j'ai demandé aux élèves de directement coller leurs pièces sur le rectangle (voir [Annexe 2](#)). Ils ont établi entre eux le bilan suivant que j'ai recopié sous dictée : « *Les figures sont complètement recouvertes ; le travail est précis. Le découpage imprécis n'a pas d'impact* ».

 [Exemples de production d'élèves \(constructions géométriques\)](#) (PDF de 1.9 Mo)
Exemples de découpages pour la phase de réalisation du pavage

J'ai été peu surprise de constater la crédibilité qu'ils accordent à leurs observations, pourtant basées sur des figures peu propres, découpées avec parfois deux millimètres de plus ou de moins et enfin collées les unes sur les autres. Cela m'a confortée dans l'importance de ce genre d'activité.

Après cette phase, les élèves ont eu vingt minutes pour utiliser la simulation numérique. Le temps que chaque élève accède à la page et commence à manipuler s'est avéré plus long que dans mes estimations. La tâche de recopie de l'URL était fastidieuse et la présentation sur tablette diffère de celle sur ordinateur. Les élèves ont bien essayé de reconstituer leurs « puzzles » mais n'ont pas porté d'intérêt aux outils disponibles. La séance s'est clôturée sur une visualisation au tableau de la figure. J'ai projeté aux élèves l'interface et la taille de l'écran leur a permis de visualiser le delta sur le pavage du rectangle 2. Nous avons terminé la séance sur cette observation.



Activité GeoGebra pour manipuler les pièces du puzzle ([Geogebra Tube](#))
Activité GeoGebra pour manipuler les pièces du puzzle

Bilan et pistes d'améliorations :

Pendant cette deuxième séance, les élèves se sont de nouveau bien investis et ont apprécié la proposition. La manipulation papier n'a pas posé de difficultés particulières mais le passage sur tablette est à repenser. Le Lien URL à recopier a facilement mis les élèves en difficultés. L'utilisation d'un QRcode à flasher serait bien plus efficace et permettrait même aux élèves de se familiariser avec ce mode de connexion. Par ailleurs, plusieurs écueils ont été relevés avec l'application GeoGebra :

- les figures se sont modifiées lorsqu'on ne les sélectionnait pas au milieu donc un triangle rectangle se transformait vite en triangle quelconque et de même pour les trapèzes.
- Sur certaines tablettes, la barre d'outils que j'avais personnalisée n'était pas visible à cause du zoom de la page web
- la fonctionnalité « aimant » qui permet d'accrocher automatiquement une figure à un polygone n'a pas fonctionné sur les tablettes.

L'absence de la fonctionnalité « aimant » a augmenté la difficulté de visualisation pour les élèves car ils ont parfois laissé de faibles écarts entre les angles et leurs quatre polygones. Par ailleurs, la taille de l'écran de la tablette n'est pas propice à l'observation du delta. Enfin, mon fichier GeoGebra ne contenait que deux trapèzes donc il fallait paver à tour de rôle les deux rectangles, ce qui a gêné certains élèves.

À la fin de la séance, plusieurs élèves sont repartis en pensant que le delta apparent au tableau résultait d'un mauvais placement des polygones de ma part. Cela indique que leur esprit critique se développe vis-à-vis de ce qu'énonce l'enseignant mais cela confirme surtout qu'il est difficile de déconstruire leur première observation : celle qu'ils ont réalisée par eux-mêmes.

► Page suivante : "*Séance 3 et conclusion*"

● Séance 3

○ Objectifs

Suite aux observations de la deuxième séance, j'ai décidé de reprendre mon fichier GeoGebra et de réétudier avec les élèves la simulation. Nous avons donc repris l'utilisation du logiciel de géométrie et nous sommes efforcés d'apporter un aspect « démonstratif » à la suite de nos démarches. Les trois principaux objectifs de cette dernière séance étaient :

- Reprendre le logiciel de géométrie et ses fonctionnalités,
- Synthétiser les observations et y ajouter des calculs formels,
- Arriver à la conclusion : méfiez-vous des apparences

Mise en place :

La dernière séance s'est déroulée le lendemain des deux autres. Nous avons travaillé vingt minutes, sur les tablettes mais cette fois en binôme. Les élèves ont flashé un QRcode projeté au tableau et sont directement arrivés sur le nouveau fichier.

Nous sommes enfin rentrés dans une phase de calcul afin de comprendre la source de notre contre-observation puis avons tenté de conclure sur notre problème : peut-on recouvrir les deux rectangles ?

Déroulement :

Avec cette deuxième prise en main du logiciel, nous avons pris le temps d'explorer les outils disponibles et les élèves ont mesuré l'aire des différentes figures. Ils ont alors supposé que le rectangle 1 était en fait un carré en comptant le quadrillage sur GeoGebra mais n'ont pas utilisé l'outil « mesure » pour le confirmer.

Les élèves ont également pris le temps de zoomer pour bien placer leurs figures dans les angles et ils ont pu faire apparaître le delta attendu. Ils n'ont pas cherché à le mesurer et aucun élève n'a réagi aux mesures 64 cm^2 et 65 cm^2 .

Lors du passage à la dernière phase, il était demandé de calculer l'aire des quatre figures rencontrées. Il était indiqué à l'écrit que deux méthodes étaient envisageables et j'ai rajouté à l'oral qu'ils en connaissaient même une troisième. Malgré cela, tous les élèves se sont dirigés vers l'utilisation d'une formule.

- Pour le triangle, les élèves ont bien identifié la base et la hauteur correspondante. Le dessin n'a pas posé de problème particulier mais ils ne l'ont pas forcément annoté de ses mesures.
- L'aire du trapèze a soulevé davantage de questions, malgré des calculs d'aires semblables effectués en début de semaine. Le découpage a dû être proposé mais a permis de les débloquer.
- Les élèves ont admis que le rectangle 1 était un carré et ont mesuré sur leur feuille la longueur de son côté. Pour le rectangle 2, ils ont appliqué aisément leur formule.

La phase de mise en commun a permis d'évoquer deux autres manières de calculer : le recours au logiciel qu'ils venaient tout juste d'utiliser et le dénombrement des carreaux. Nous avons effectué le calcul de l'aire du triangle avec ces deux méthodes pour les illustrer.

La conclusion finale que nous avons élaborée ensemble a été la suivante :

« Cette activité avait pour but d'étudier le paradoxe de Lewis Carroll. Bien que notre construction manuelle nous permette de recouvrir les deux surfaces différentes, le logiciel remet en cause cette observation. Après calculs, on remarque une différence d'aire entre les deux rectangles. Cette différence d'un centimètre carré n'était pas visible à l'œil nu sur notre puzzle. En géométrie, il faut se méfier des apparences. »

Bilan et pistes d'améliorations :

La manipulation numérique a été plus productive avec une connexion plus efficace et ludique. J'ai également pu avertir les élèves sur le déplacement des polygones en amont donc le puzzle n'a pas posé de problème et ils ont été vigilants sur leurs superpositions avec les côtés des rectangles. L'utilisation de l'outil « aire » ou « mesure » a nécessité un affichage au tableau mais les élèves ont su ensuite le manipuler.

L'espace proposé sur la fiche bilan, pour répondre aux calculs d'aires, n'était pas suffisamment grand et il faudra penser à l'agrandir avant de reposer l'activité. Il faudra également songer à remplacer le lien hypertexte par le QRcode : un vrai plus !

Avec du recul, je proposerais deux zones de calculs d'aires : une lorsque les élèves manipulent le logiciel, l'autre pour le calcul posé. Dans cette seconde zone, il pourrait être intéressant d'ajouter le calcul de la somme des quatre aires afin de vérifier que l'on retombe bien sur l'aire du rectangle 1. Cela a seulement été fait en calcul mental à l'oral mais il n'en reste pas de trace écrite. Cela permettrait également d'établir la mesure du delta, qui n'a été évoquée par un élève qu'au moment de la conclusion.

● Conclusion de l'activité proposée

L'objectif de ce travail était de proposer une activité répondant à la problématique :

« Comment aider les élèves de sixième à questionner la fiabilité d'un tracé en géométrie ? »

Les élèves sont partis d'un échange descriptif pour construire et manipuler. Ils ont observé, conclu hâtivement puis se sont dirigés vers un outil plus précis. Celui-ci a commencé à mettre en doute la véracité de leur perception mais plusieurs élèves étaient encore persuadés qu'un mauvais placement des figures était à l'origine de l'écart. La dernière séance leur a permis de mieux exploiter le logiciel et d'effectuer des calculs posés à partir d'informations vérifiées.

Tout au long de l'activité, les élèves se sont montrés intéressés et investis. Leurs croyances se sont fragilisées progressivement et il faudra continuer à les amener à remettre en question les modèles proposés. La géométrie instrumentée permet de prévoir, représenter mais elle ne constitue en rien une preuve.

● Prolongements envisagés :

- Illusions d'optiques : parallèles ou pas ?
- Reprise du programme de construction du trapèze pour les aires par substitution
- Reprise du programme de construction du trapèze pour le réaliser sur GeoGebra



**Académie
de Poitiers**

Avertissement : ce document est la reprise au format pdf d'un article proposé sur l'espace pédagogique de l'académie de Poitiers.

Il ne peut en aucun cas être proposé au téléchargement ou à la consultation depuis un autre site.