



Covid 19 : tous contaminés ?

publié le 29/03/2021 - mis à jour le 09/04/2021

Modélisation par les suites

Descriptif :

Une activité basée sur une question d'actualité. La modélisation par les suites apporte une explication à la nécessité d'endiguer la propagation de la maladie.

Sommaire :

- [Sommaire des TraAms "modéliser"](#)
- Description de la tâche de modélisation
- Démarche de l'enseignant
- Description du déroulement de la séance
- Les élèves et la modélisation
- Prolongement et perspectives
- Documents de référence

● [Sommaire des TraAms "modéliser"](#)

● [Description de la tâche de modélisation](#)

○ [Problématique](#)

Sans le confinement imposé par le gouvernement français fin octobre 2020, à quelle date le virus aurait-il produit un million de nouveaux cas par jour ? Aurait-il rapidement contaminé l'équivalent de la population française ? Quel taux de reproduction peut assurer une disparition de l'épidémie ?

○ [Niveau concerné](#)

Classe de terminale STMG

○ [Modèle\(s\) mathématiques utilisé\(s\)](#)

Suites géométriques (forme explicite, somme des termes, sens de variation) et taux moyen

○ [Autres compétences mathématiques mises en jeu](#)

Chercher, calculer, raisonner, communiquer

○ [Compétences numériques](#)

Tableur et calculatrice

○ [Nombre d'heures envisagées](#)

L'équivalent de trois heures et demie

● [Démarche de l'enseignant](#)

La période de restrictions de libertés que nous vivons actuellement incite à s'intéresser à l'évolution du virus de la Covid-19 qui en est la cause. Et, le flot quotidien de données chiffrées qui inondent les médias, nous laisse penser qu'une exploitation mathématique avec les élèves est envisageable.

La problématique posée dans cet article peut, de prime abord, paraître trop ambitieuse ou trop complexe pour pouvoir y apporter des réponses fiables avec des élèves de terminale, de surcroît en filière technologique. En effet, s'il s'agit de prendre en compte les différents paramètres intervenant dans l'évolution du virus ou, davantage encore, de se mettre en qualité de scientifique pour conseiller les autorités sur la nécessité de prendre de nouvelles mesures sanitaires, oui indéniablement. En revanche, si l'objectif est d'adopter une démarche scientifique avec les élèves et de leur proposer une activité qui, à l'aide d'une modélisation, leur permet de se projeter et de faire des estimations conformes à un modèle fixé, alors nous verrons que cet objectif est accessible.

Traiter un sujet d'actualité en classe marque les esprits et interpelle. Nous pouvons donc espérer, d'une part, faire retenir durablement la démarche par les élèves, et, d'autre part, leur permettre de s'approprier davantage le modèle mathématique utilisé.

De plus, le sujet les éclaire sur la place que peuvent prendre les mathématiques dans leur quotidien pour analyser, expliquer, rejeter des idées préconçues ou, en l'occurrence ici, se projeter en faisant des estimations. L'activité rapproche, d'une certaine façon, les élèves des questionnements des scientifiques en rapport avec les décisions actuelles prises par les autorités. Il nous est donc permis de penser que la réflexion suscitée apporte une pierre à l'édifice qui consiste à faire de nos élèves des citoyens éclairés.

En outre, il est assez plaisant d'apporter ainsi matière à réfuter la citation de Nicolas Copernic qui disait « *Les mathématiques ne sont écrites que pour les mathématiciens* ».

● Description du déroulement de la séance

○ Un travail préliminaire est effectué.

Afin d'introduire l'activité et impliquer directement les élèves dans la tâche à réaliser, ils effectuent un travail à la maison qui, en premier lieu, leur fait chercher la définition du taux de reproduction d'un virus. En deuxième temps, chacun doit trouver sur un site ciblé, le nombre de nouveaux cas de virus d'un dimanche qui lui est propre. Nombre qu'il reporte ensuite sur un document collaboratif. L'objectif étant de récolter toutes les données que nous allons utiliser (*cf doc « travail maison_élève »*).

 **Travail personnel de prise d'information et de collecte de données** (PDF de 52.9 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.

○ Synthèse en classe

Nous avons le nombre de nouveaux cas journaliers (moyenne sur 7 jours glissants) de chaque dimanche sur deux périodes distinctes : les dix semaines précédant le deuxième confinement du 30 octobre 2020, et les 10 dernières semaines précédant notre travail, soit du 27 décembre 2020 au 28 février 2021. (cliquer sur l'image pour l'agrandir)

Période 1										
Point hebdomadaire le dimanche	21/août	28/août	05/sept.	13/sept.	20/sept.	27/sept.	04/oct.	11/oct.	18/oct.	25/oct.
Nombre de nouveaux cas	3170	4933	6691	8045	10236	12256	11517	16541	23151	34496
Période 2										
Point hebdomadaire le dimanche	27/déc.	03/janv.	10/janv.	17/janv.	24/janv.	31/janv.	07/fev.	14/fev.	21/fev.	28/fev.
Nombre de nouveaux cas	12333	13720	18218	18248	20375	20600	19991	18302	20003	21541

Tableaux du document collaboratif recensant le nombre moyen sur 7 jours glissants de nouveaux cas confirmés de Covid-19 sur deux périodes (21 août au 25 octobre 2020 et 27 décembre 2020 au 28 février 2021)

Nous allons maintenant pouvoir utiliser ces données.

○ Partie 1 - Évolution du virus à partir des données du 21 août au 25 octobre 2020

Pour plus de lisibilité, les élèves reportent les données sur un document (*cf doc « activité_partie 1_élève »*).

En se projetant au 25 octobre et simplement en se demandant comment obtenir le nombre de cas les dimanches suivants, le travail du devoir maison produit son effet : les élèves énoncent rapidement l'idée souhaitée. Le modèle émerge.

Nous calculons, à partir du tableau récapitulatif, les taux de reproduction hebdomadaires entre le 21 août et le 25 octobre 2020.

Jour	Nombre de nouveaux cas	Taux de reproduction R
21 août	3 170	
29 août	4 933	1,55
06 sept.	6 691	1,35
13 sept.	8 045	1,20
20 sept.	10 238	1,27
27 sept.	12 258	1,19
04 oct.	11 517	0,93
11 oct.	16 541	1,43
18 oct.	23 151	1,39
25 oct.	34 496	1,49

Tableau du document élève complété

Puis, assez naturellement, nous en venons à calculer le taux moyen sur la période. Bonne occasion, d'ailleurs, de ré-exploiter cette notion souvent assez difficile à assimiler par les élèves (cliquer sur l'image pour l'agrandir).

Calcul du taux moyen hebdomadaire :

1) On calcule le coefficient multiplicateur global :

$$C = 1,56 \times 1,36 \times 1,2 \times 1,27 \times 1,2 \times 0,94 \times 1,44 \times 1,4 \times 1,49$$

$$C \approx 10,956$$

2) Le taux moyen est :

$$C^{\frac{1}{9}} \approx 1,3$$

Donc en moyenne le nombre de nouveaux cas est multiplié par 1,3.

Calcul du taux moyen hebdomadaire de nouveaux cas entre le 21 août et le 25 octobre

O Sondage

Avant de poursuivre, je récupère leur opinion sur les deux questions ci-dessous à l'aide d'un sondage en ligne. Nous pourrions ainsi la comparer aux estimations de notre modèle.

Question 1. Supposons que cette mesure n'ait pas été prise et que le virus ait continué sa progression après le 25 octobre en suivant la même évolution. Quel dimanche le nombre de nouveaux cas aurait-il dépassé un million ?

Question 2. Sous les mêmes conditions, combien faudrait-il de temps pour que le nombre total de cas cumulés depuis le 21 août atteigne l'équivalent de la population française ?

O Travail de recherche

Voici venu le temps de la recherche. Nous étudions, pour l'instant, uniquement la question 1.

Je demande aux élèves de trouver individuellement une démarche pour y répondre.

Beaucoup n'écrivent rien mais deux élèves pensent aussitôt à une suite géométrique et inscrivent même directement l'expression du terme général.

Répartis en groupes, tous obtiennent la réponse à la question posée soit en calculant termes à termes les valeurs soit avec l'expression du terme général de la suite pour ceux qui avaient pensé à cette piste. Mon premier objectif est atteint, la modélisation est faite et la synthèse expose à tous la possibilité d'utiliser les suites.

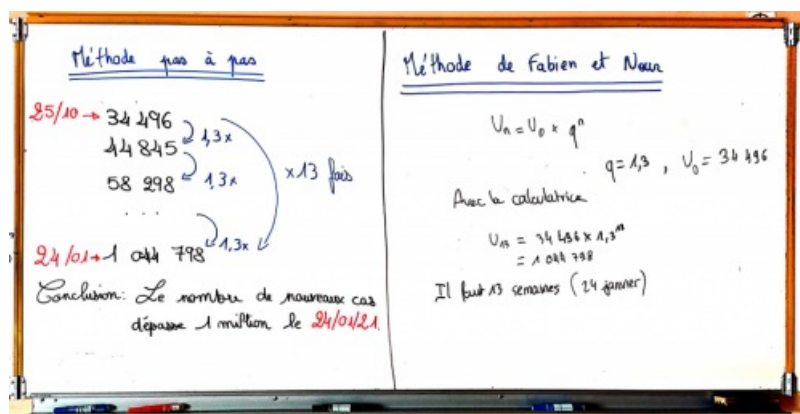


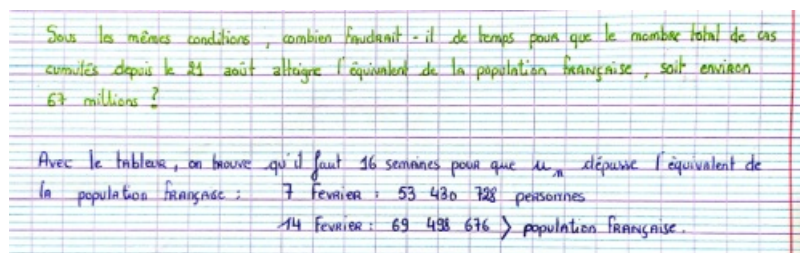
Photo du tableau de classe de la synthèse présentant les deux pistes suivies lors du travail de recherche

Il nous faut maintenant répondre à la **question 2**.

Ils s'aventurent dans des calculs qui deviennent très vite fastidieux. Le tableur prend alors toute sa place. Ils suivent les instructions que j'ai préparées en amont (cf doc « *activité_partie 1_question 2_tableur_élève* »).

Activité partie 1 question 2 tableur élève (PDF de 87.2 ko)

Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.



Cahier d'élève présentant la synthèse sur l'approche par le tableur

Ensuite, pour exploiter davantage encore le modèle, nous abordons la question 3 : Quel taux de reproduction peut assurer une disparition de l'épidémie ?

o Partie 2 - Comparaison des évolutions sur les deux périodes

Il est intéressant ici de les guider par une succession de consignes (cf. doc « *activité_partie 2_élève* »).

Activité partie 2 élève : Comparaison des évolutions sur les deux périodes. (PDF de 143.1 ko)

Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.

- 1) a) Le virus progresse dans les 2 cas.
Plus lentement en 2^{ème} période car R_m est plus faible : 1,06 < 1,3
- b) 2^{ème} période : 66 semaines pour atteindre 1 million
 $\Rightarrow$ plus d'un an.
- 2) c) Pour $R_m = 1,06$, le nombre de nouveaux cas augmente
Pour $R_m = 0,93$, " " " diminue
- 3) Le taux R_m est la raison de la suite. C'est ce qui est noté R sur l'article.
On sait que :
- si $R_m > 1$, la suite est croissante donc le virus progresse.
 - si $R_m < 1$, la suite est décroissante donc l'épidémie régresse.
- 4) Un taux vraiment inférieur à 1 assurerait une disparition de la maladie.

Une production de réponses aux questions du document élève

Enfin, pour ancrer l'appropriation du modèle des suites utilisé ici, il me semble important de mettre en lumière clairement les notions du cours présentent dans notre travail par une dernière tâche.

○ Partie 3 – Élaboration d'un exercice de synthèse

L'activité consiste à mettre en forme un exercice sur le sujet (cf. doc « activité partie 3 élève »).

 [Activité partie 3 élève : Élaboration d'un exercice de synthèse](#) (PDF de 68.9 ko)

Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.

Il est intéressant d'observer des comportements inhabituels sur cette activité.

Pour certains, c'est assez compliqué. Force est de constater que des élèves, y compris de bons élèves, ne savent pas comment commencer, comment rédiger les questions.

En revanche, les filles, notamment, s'y prêtent volontiers et certaines, en difficulté habituellement, sont très actives et très appliquées à trouver les formulations. Elles s'appliquent à écrire soigneusement un énoncé.

Les groupes ne sont pas tous parvenus à l'exercice visé mais, finalement, tous en ont fait au moins une ébauche.

Voici la production la plus aboutie.

- Exercice
- 1) Calculer les taux de reproduction du virus du 21 août au 25 octobre.
 - 2) Calculer le taux de reproduction moyen.
 - 3) On suppose que le modèle reste valable après le 25 octobre. Quelle suite peut-on utiliser ?
 - 4) Avec la suite, trouver quand le nombre de nouveaux cas dépasserait un million.
 - 5) Avec la suite, calculer le nombre total de cas cumulés depuis le 21 août jusqu'au 14 février.
 - 6) Avec la suite, expliquer pourquoi un taux de reproduction inférieur à 1 assure la disparition de l'épidémie.

Production la plus aboutie d'un exercice synthèse de notre travail

Néanmoins, n'étant pas complètement satisfaite du résultat, pour achever davantage ce travail, j'ai ensuite moi-même rédigé l'exercice attendu et leur ai demandé de me le rendre sous forme de devoir maison (*cf doc « devoir_maison_covid19 »*).

 [Devoir maison reprenant des questions de l'exercice de synthèse.](#) (PDF de 80.4 ko)

Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.

L'occasion ainsi de bien mettre à profit l'utilisation du modèle et en particulier la somme des termes d'une suite et sa formule.

L'activité s'est achevée par l'analyse des résultats et une synthèse.

● Les élèves et la modélisation

L'ampleur de ce sujet dans l'actualité est telle, qu'inévitablement, chaque élève s'est senti pleinement concerné par l'activité dès le travail maison qui nous a servi de préambule.

Et, comme on peut l'espérer lorsque les questions posées et leurs réponses correspondent au monde réel, le premier temps de recherche s'est fait dans l'enthousiasme. Et le modèle s'est assez aisément imposé. Il fut, de plus, réellement issu de la réflexion des élèves, chose toujours souhaitable.

Lors du bilan, nous sommes revenus sur les résultats du sondage. En effet, cette activité présente l'opportunité de pouvoir comparer les estimations aux résultats de notre modèle et aux données de la réalité.

Voici les réponses obtenues à la **question 1** (cliquer sur l'image pour l'agrandir) :

1. Supposons que le virus ait continué sa progression après le dimanche 25 octobre. Selon vous, au bout de combien de semaines le nombre de nouveaux cas journaliers aurait-il dépassé 1 million ?

Angèle	Audrey	Pedro	Lucas	Elyane	Larissa	Inès	Maire Thery	Lucie	Fabien	Bertille	Soudoua	Sophien	Cyprien	Matteo	Nour	Dalamba
Au bout de 7 semaines	1 mois	8 semaines	21	4	30 semaines	25 semaines	400000	15	21	14 à 15 semaines	2 mois	Après 4 semaines	40	53	4 semaines	30

Copie d'écran des réponses à la première question du sondage.

Et celles de la **question 2** (cliquer sur l'image pour l'agrandir) :



Copie d'écran des réponses à la deuxième question du sondage.

Les élèves ont pris conscience de l'intérêt du modèle pour remettre en cause leur opinion.

Par ailleurs, ce fut l'occasion de prendre le temps de nous interroger sur l'évolution de l'épidémie.

Notre modèle met en évidence l'importance d'analyser les données. Nous avons pu comparer les effectifs réels en janvier de Santé Publique France et les résultats de la modélisation correspondants. Les chiffres sont parlants. Nous avons ici une mesure concrète de l'impact du confinement et des mesures gouvernementales sur le nombre de cas. Ceci leur montre comment un modèle peut expliquer, faire taire des rumeurs, confirmer ou contredire des idées reçues.

De même, le modèle nous a permis de discerner les paramètres importants et de mettre en lumière la nécessité de prendre du recul par rapport aux informations entendues. Les nombres de nouveaux cas ont beau être élevés, les élèves ont retenu que c'est bien le taux de reproduction qui donne du sens aux projections sur l'amélioration de la situation, voire, la disparition de l'épidémie.

Nous avons en synthèse dégagé les intérêts et limites de notre modèle (cliquer sur l'image pour l'agrandir).

Bilan

Intérêt de notre modèle	Limites de notre modèle
- permet de calculer rigoureusement des valeurs - permet d'utiliser le tableau donc faire les calculs rapidement et sans erreur - pouvoir faire des prévisions - s'appuie sur de vrais données - on a répondu à des questions de la vie réelle - remet en cause les résultats de sondage ou les confessions	- on a fait des calculs avec approximations - on augmente les erreurs d'approximation avec les multiplications - basée sur une hypothèse : "le modèle continue après le 25 octobre" - on ne prend pas tout en compte (autres paramètres) - les données sont-elles fiables ? (tests fiables ?) - le modèle colle-t-il à la réalité ? (vaccins, variantes, ...)

Photo d'un cahier d'élève présentant le bilan rédigé en classe

Pour conclure, cette activité met bien en lumière pour les élèves la possibilité d'utiliser un modèle mathématique dans leur vie quotidienne, chose à laquelle ils ne sont pas coutumiers. Elle donne du sens aux apprentissages. Au-delà, elle peut réconcilier les plus réfractaires avec les mathématiques. Nous pouvons même penser qu'elle permet aux élèves de se mettre en valeur, ayant à leur portée des arguments pour commenter l'actualité. Tout cela contribue indéniablement à élargir la place que prennent les mathématiques dans la société et à faire grandir nos élèves.

● Prolongement et perspectives

Il serait intéressant d'élargir la réflexion à la notion de croissance et décroissance exponentielle. On pourrait, par exemple, ajouter un travail utilisant le modèle des fonctions exponentielles.

● Documents de référence

-  [Travail personnel de prise d'information et de collecte de données](#) (PDF de 52.9 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.
-  [Activité partie 1 élève : Relevé des données hebdomadaires par les élèves](#) (PDF de 62.2 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.
-  [Activité partie 1 question 2 tableur élève](#) (PDF de 87.2 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.
-  [Activité partie 2 élève : Comparaison des évolutions sur les deux périodes.](#) (PDF de 143.1 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.
-  [Activité partie 2 données élève](#) (OpenDocument Spreadsheet de 14.1 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.
-  [Activité partie 3 élève : Élaboration d'un exercice de synthèse](#) (PDF de 68.9 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.
-  [Devoir maison reprenant des questions de l'exercice de synthèse.](#) (PDF de 80.4 ko)
Covid 19 : tous contaminés ? Modélisation par les suites - TraAM mathématiques - Académie de Poitiers.

► [Retour au Sommaire des TraAM "modéliser"](#)