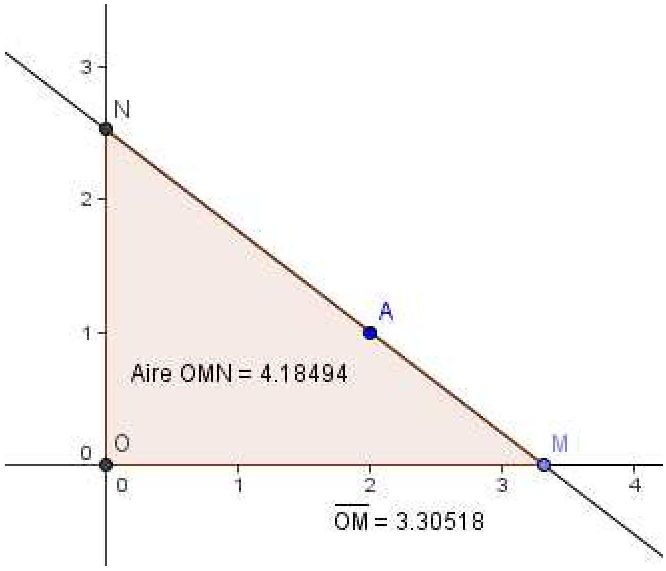
Aire minimale dans un repère

Enoncé

Dans un repère orthonormal $(O;\vec{i};\vec{j})$, on considère le point A(2 ; 1) et un point mobile M(x ; 0) où x est un réel strictement supérieur à 2.

La droite (AM) coupe l'axe des ordonnées au point N.

Quelle est la valeur minimale de l'aire du triangle rectangle OMN ?



Production demandée

1. A l'aide d'un logiciel de géométrie dynamique, créer la figure correspondant à l'énoncé ci-dessus. Faire afficher les valeurs de x et de l'aire $A(x)$ du triangle OMN.

   Appeler le professeur pour une vérification de la construction.

2. Pour conjecturer l'aire minimale, créer le point P ayant pour coordonnées (x ; $A(x)$) dans le repère . Faire apparaître la trace du point P lorsque x varie.

3. Quelle conjecture peut-on faire pour répondre à la question posée ? on notera m l'aire minimale conjecturée, donner la valeur de m.

   Appeler le professeur pour une validation de la conjecture trouvée.

4. Démontrer, sur papier, cette conjecture. Pour cela :

- déterminer l'ordonnée de N en fonction de x.
- en déduire l'expression de $A(x)$.
- montrer que l'expression $A(x) - m$ est toujours positive ou nulle pour $x > 2$.

Aire minimale dans un repère

I Public

Ce TP est destiné aux élèves de seconde ou de 1S en adaptant l'énoncé pour permettre l'étude d'une fonction en utilisant la dérivée.

II Objectifs du TP

1) Apprentissages de base d'un logiciel de géométrie dynamique.
2) Apprendre à conjecturer et vérifier la conjecture.
3) Elaborer une démarche.
4) Utilisation des vecteurs colinéaires pour calculer les coordonnées d'un point.
5) Calcul de l'aire d'un triangle rectangle.
6) calcul algébrique, représentation graphique d'une fonction et lecture graphique.

III Logiciels utilisés

Geogebra ou Geoplan-Geospace. Mais aussi, sinequanon pour la représentation graphique de la fonction (ou la calculatrice). seconde n6.ggb

IV Déroulement et prolongements

Une heure en TD sur ordinateur.

Les élèves auront peut-être des difficultés pour construire M. On peut leur suggérer de placer le point B(2 ;0) et le point C(3 ;0) et de construire la demi-droite [BC). Avec geogebra, on peut aussi construire un curseur, et avec geoplan définir la variable x.

On peut changer les coordonnées de A et observer.

Que se passe-t-il si x varie dans [0 ; x_A [?

La question 4 peut être détaillée et faire l'objet d'un DM. En première, on fera étudier la fonction A sur l'intervalle] 2 ; +∞ [

Suggestions ou remarques à : philippe.lefeuvre@ac-poitiers.fr