

Devoir Maison pour le lundi 14 janvier 2007

LA PARABOLE ET SES PROPRIETES

Soit P la parabole d'équation $y = x^2$ dans un repère orthonormal (O ; I ; J) du plan. C'est-à-dire que P est la représentation graphique de la fonction carrée dans (O ; I ; J)

PARTIE A

1°) Soit a un réel quelconque.

Etablir une équation de la tangente T à la parabole P au point M d'abscisse a.

2°) La droite T coupe l'axe des abscisses en N et l'axe des ordonnées en Q. Montrez que N est le milieu de [MQ].

3°) Quelle est l'équation de la droite D passant par N et perpendiculaire à T. Vérifiez avec un logiciel de géométrie dynamique(géogébra, géoplan..) que la droite (D) passe par un point fixe F lorsque a varie.

Démontrer ce résultat. F est appelée foyer de la parabole P.

4°) On considère la droite Δ d'équation $x = a$. Montrer que cette droite coupe la droite D en un point F', symétrique de F par rapport à T.

5°) Vérifiez avec le logiciel, puis montrez que l'image de la droite Δ par la réflexion d'axe T, passe par le foyer F de P. Déduire une application pratique de cette propriété, en rapport avec l'éclairage des véhicules, ou avec les télécommunications.

6°) Que peut-on dire de F' lorsque a varie. Vérifiez avec le logiciel de géométrie.

PARTIE B

1°) Montrez que si $a \neq 0$, il existe un point M' d'abscisse a' , tel que la tangente T' en M' à P soit orthogonale à T. Exprimez a' en fonction de a et déterminez une équation de T'. Vérifiez votre résultat en utilisant le logiciel de géométrie.

2°) Déterminer les coordonnées du point d'intersection R de T et T'. Que peut-on dire de R lorsque a varie ? Vérifiez avec le logiciel de géométrie.

PARTIE C

1°) La droite mise en évidence à la question 6 de la partie A s'appelle la directrice de la parabole.

Montrez que tout point de la parabole P est équidistant du foyer et de sa directrice. Etudiez la réciproque ?

2°) On admettra que toute parabole possède un foyer et une directrice possédant les propriétés montrées dans la question précédente.

En déduire une méthode de construction point par point d'une parabole connaissant son foyer et sa directrice. On fera cette construction avec le logiciel de géométrie.

Fiche de commentaires sur le devoir maison « Propriétés de la parabole »**1. Thème et contexte**

1) Ce devoir est destiné aux élèves de 1èreS . Il est donné au cours de la leçon sur la dérivation. Les nombres dérivées ont été définis, ainsi que la notion de tangente à une courbe.

2) Certains calculs sont assez techniques et peuvent être vérifiés grâce à un logiciel de géométrie dynamique. Ces vérifications font partie intégrantes du devoir.

2. Objectifs et thèmes abordés dans le devoir

1) Manipuler les équations de tangentes , nombre dérivée, intersection de droites, lieu, étude d'une réciproque.

2) Apprendre à utiliser le logiciel géogebra pour vérifier certains calculs et vérifier un lieu. Les élèves doivent envoyer le fichier sur la boîte électronique du professeur ou au moins imprimer l'écran et joindre les documents imprimés à la copie. Les élèves s'autoforment au logiciel avec l'aide et grace aux échanges entre eux. A tout moment ils peuvent aussi poser des questions au professeur.

3. Logiciels utilisés

Géogebra conseillé, mais n'importe quel logiciel de géométrie dynamique est accepté.

4. Déroulement

1) La recherche se fait à la maison. Les recherches à plusieurs sont évidemment autorisées, en particulier pour l'utilisation du logiciel Géogebra. Pour ce premier devoir ou un fichier informatique est demandé, les élèves ont eu un délai d'un mois avant de le rendre.

2) Ce devoir peut-être raccourci et transformé en TP. La partie B peut être supprimée.

3) Pour la partie Géogebra, un tutoriel a été fabriqué avec le logiciel wink, et mis en ligne sur le site du lycée, à titre de correction. Ce tutoriel est disponible dans le dossier compressé.