

# Comment optimiser les dimensions d'une boîte de conserve?

LOIC CHAPPELLIER  
Ip2i, Jaunay-Marigny

Pour favoriser les échanges et l'avancé des élèves, il semble préférable d'avoir disposé la classe en îlots de 3 à 4 élèves.

L'objectif est d'étudier une situation de la vie courante afin d'inviter les élèves à l'utilisation du langage Python afin de faire des interprétations sur le choix des dimensions.

**Premier temps (15 min) :**

*Intervention du professeur :*

*Le professeur lance la réflexion autour des boîtes de conserve. Il demande de réaliser l'enquête qui suit.*

## Introduction

**Pourquoi les boîtes de conserve ont-elles des dimensions et une forme précise ?**

### Enquête :

Faites une recherche pour répondre aux questions suivantes :

Quelles sont les normes pour les boîtes de conserve ?

Comment et en quelle matière sont-elles fabriquées?

Pourquoi les boîtes de 850 ml ont-elles toutes les même dimensions :  $9,9 \times 11,8$  (diamètre  $\times$  hauteur en cm) ?

Utiliser le Padlet pour répondre à cette enquête : <https://padlet.com/chapellier/boiteconserve2017>

*Intervention du professeur :*

*Le professeur effectue un bilan par lecture des posts des élèves. Il fait réagir sur les dimensions standard des boîtes et invite les élèves à en réfléchir les causes. L'objectif est d'amener les élèves à penser au problème économique.*

**Il n'est pas nécessaire que le bilan soit exhaustif. Il est fortement conseillé de former les élèves au fonctionnement de ce travail collaboratif en leur rappelant qu'il ne doivent pas mettre un post identique et citer leurs sources.**

Les boîtes de conserve ont des formes définies par des normes AFNOR. Ce site montre en particulier les normes des formats des boîtes de conserve.

[http://fr.wikipedia.org/wiki/Boite\\_de\\_conserve](http://fr.wikipedia.org/wiki/Boite_de_conserve)

On pourra aussi si le besoin s'en fait sentir évoquer les problèmes de rangement, d'usinage.

## Étude 1 - Les dimensions optimales?

**Deuxième temps (40 min) :**

*Intervention du professeur :*

*Une fois la problématique posée sur la nécessité de minimiser la surface de fer en classe entière, le professeur invite les élèves à comprendre en quoi l'algorithme permet de comprendre la situation.*

**Plusieurs fonctionnements sont possibles. On peut laisser les élèves répondre à chaque question ou expliquer globalement l'algorithme.**

**Ce travail doit pousser les élèves à modéliser la situation. Toutes les démarches sont intéressantes :**



- Construction d'un patron
- Réalisation de la boîte sur geogebra en 3D.

Il est important que l'enseignant amène les élèves à faire un calcul pour une longueur donnée, par exemple 4cm. Soit, il formule la demande oralement soit il laisse les élèves répondre à la question 1).

On peut supposer que le problème est économique. On cherche donc à minimiser la quantité d'acier ou de fer blanc.

Pour un volume donné de 850ml, on cherche à minimiser la surface totale qui est proportionnelle à la quantité de métal.

On considère l'algorithme programmé en scratch suivant :



1. Que donne en sortie l'algorithme si l'utilisateur rentre 4, puis que donne-t-il pour 5 ?, pour 6 ?, pour 7 ?

Il n'est pas nécessaire que les élèves fassent tous les calculs. On peut d'ailleurs proposer aux élèves de choisir leur valeur.

LA manipulation du programme scratch doit permettre aux élèves de se vérifier.

2. A quoi peut-il servir dans cette recherche ?

A ce stade, les élèves doivent avoir compris la modélisation et la démarche proposée dans le programme scratch.

#### Intervention du professeur :

Le professeur fait un premier bilan et rappelle les temps forts des calculs. Il fait une synthèse des démarches des élèves.

Il amène ensuite les élèves à comprendre le programme en langage Python.

Il est possible de faire réfléchir sur une simplification des calculs. Les différentes démarches des élèves doivent permettre de montrer cela.

On décide de programmer le même programme sous Python :

#### Programme A :

```
def surface(r):
    h=850/(pi*r**2)
    Surfacecouvercles=2*pi*r
    return 2*Surfacecouvercles+2*pi*r*h
```

#### Programme B :

```
def surface(r):
    hauteur=850/(pi*r**2)
    Surfacecouvercles=pi*r**2
    return 2*Surfacecouvercles+2*pi*r*hauteur
```

3. Quel est l'algorithme qui convient ?
4. Quel est l'avantage de la programmation Python ?

#### Intervention du professeur :

Au travers des interventions des élèves, le professeur donne le bon programme, le programme B en expliquant que le problème est le calcul de la surface du couvercle.

Il est important de montrer que le programme en langage Python est plus simplement écrit qu'en scratch. Il faut aussi montrer en tapant « surface(4) » dans le shell après l'avoir compilé comment le calcul de la surface de fer. Il fait réagir les élèves sur la syntaxe au besoin avec l'écriture  $r^{**2}$  pour  $r^2$ .

*Il rappelle enfin que cette fonction peut s'intégrer par un simple copier-coller dans d'autres programmes Python.*

**Les élèves doivent déjà avoir été sensibilisé à la notion de fonction en langage Python. L'objectif de l'activité n'est pas de comprendre comment la créer.**

**5. Réaliser le programme sous Python et déterminer des dimensions qui minimisent la surface métallique d'une boîte de volume 850 ml.**

**Cette dernière question n'est pas à faire par tous les élèves. Elle peut se corriger oralement sous la conduite du professeur. Elle peut permettre de construire une temporisation pour gérer l'hétérogénéité des élèves.**

***Intervention du professeur :***

*Le professeur fait le bilan à partir d'un relevé de valeurs inscrites dans un tableau et conclut sur la valeur recherchée.*

**Il peut se faire assister par un tableur (ou par une courbe). L'objectif est de pouvoir bien montré aux élèves comment cette surface varie et de pouvoir déterminer ce minimum.**

**Il est intéressant de sensibiliser les élèves sur la méthode de balayage pour déterminer le minimum. Cela permettra de mieux comprendre le programme qui suit.**

**On peut donc dégager des savoirs faire : Lire des courbes, construire des courbes, construire des tableaux de valeurs, des tableaux de variations.**

**Si la notion de formule n'apparaît pas, cela n'est pas bloquant et l'enseignant ne doit pas « forcer » son apparition.**

**On peut donc faire faire aux élèves des exercices techniques.**

## **Étude 2 - La forme optimale ?**

***Intervention du professeur :***

*Le professeur présente la situation de cette nouvelle boîte de conserve parallélépipédique.*

*Il invite ensuite les élèves à traiter l'étude. fait un premier bilan et rappelle les temps forts des calculs. Il fait une synthèse des démarches des élèves.*

*Il amène ensuite les élèves à comprendre le programme en langage Python.*

**Il est important ici de laisser les élèves faire la modélisation sans aide.**

**LA construction du programme en langage Python doit permettre d'arriver à la formule.**

**Il nécessaire de**

**On peut faire faire aux élèves à nouveau selon leurs démarches un tableau de valeurs à partir du programme.**

**Il peut être judicieux une fois la formule trouvée de les inviter à construire la courbe sur geogebra ou sur une calculatrice.**

**La question 2 pourra permettre de temporiser les élèves plus « rapides ».**



L'utilisation de boîtes de conserve parallélépipédiques à base carrée faciliterait l'empilement dans les conditionnements et les rayons de supermarché. Pourtant la boîte cylindrique reste la plus utilisée. Pourquoi?

1. En vous inspirant de l'étude 1, construire l'algorithme sous Python qui permet de calculer la surface de fer connaissant la longueur du côté de la boîte parallélépipédique à base carrée.

***Intervention du professeur :***

*Le professeur fait le bilan et institutionnalise au besoin la notion mathématique de fonctions.*

*Il présente les différentes formes : courbe, tableau de valeurs, formule avec l'appui de geogebra.*

*Il lance alors la réflexion de la compréhension de l'algorithme.*

*Il explique ce programme et rappelle que cette fonction peut s'insérer dans n'importe quel programme en langage Python.*

*Il faut motiver ce programme par le désir d'obtenir une valeur plus précise du minimum.*

Le professeur peut alors s'appuyer sur un tableau avec les étapes et l'évolution de la variable  $a$  afin de faire mieux comprendre la boucle « while ».

2. On considère l'algorithme suivant programmé sous Python :

```
from math import *

def minimum(fonction,a,b):
    assert(a<b)#permet de vérifier que a<b sinon, l'algorithme
    c=fonction(a)
    while a < b:
        a=a+0.01
        if fonction(a)<c:
            c=fonction(a)
    return c
```



```
< Shell >
```

----- Détermine le minimum d'une fonction -----

```
>>> minimum(lambda x:x**2-2*x,-10,10)
-1.0
```

a. A quoi peut servir cet algorithme ?

**Cette question peut être traitée oralement en classe entière.**

- b. Utiliser cet algorithme et celui que vous avez construit en question 1 afin de déterminer la surface métallique d'une boîte parallélépipédique à base carrée de volume 850 ml.
- c. En déduire pourquoi la boîte cylindrique est privilégiée.

**Intervention du professeur :**

*Le professeur conclut sur la valeur de ce minimum et montre la précision gagnée. Il peut reprendre l'étude 1 pour obtenir une valeur du minimum plus précise de la surface de fer de la boîte de conserve cylindrique*

**Il est important de faire réagir les élèves sur la valeur en laquelle ce minimum est atteint. Il peut alors demander de modifier le programme.**

**Il peut aussi demander aux élèves de modifier le programme pour avoir le maximum d'une fonction.**

**Il devient important de réinvestir ce travail dans d'autres situations, exercices afin de construire durablement cette démarche de regroupement de fonctions en langage Python chez les élèves.**