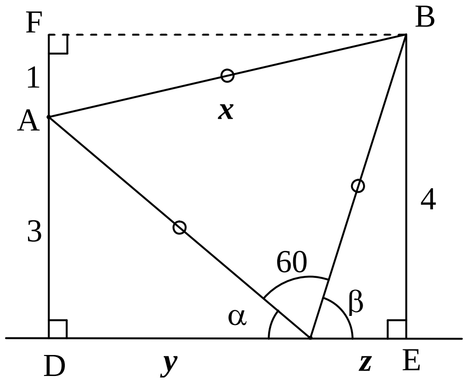

Correction : le drapeau

L'observation de la figure doit vous faire penser aux triangles rectangles, donc au théorème de *Pythagore* et aux *formules de trigonométrie*.

On pose AB = BC = CA = $\boldsymbol{x}$, DC = $\boldsymbol{y}$ et CE = $\boldsymbol{z}$.

Les triangles ADC, BCE et AFE sont rectangles respectivement en D, E et F, donc d'après la propriété de Pythagore, on a :

$AC^2 = AD^2 + DC^2$ soit $x^2 = 9 + y^2$ soit $y^2 = x^2 - 9$ (1)

$BC^2 = BE^2 + EC^2$ soit $x^2 = 16 + z^2$ soit $z^2 = x^2 - 16$ (2)

$AB^2 = AF^2 + FB^2$ soit $x^2 = 1 + (y+z)^2$ soit $x^2 = 1 + y^2 + z^2 + 2yz$ (3)

L'addition de (1) et (2) nous donne : $y^2 + z^2 = 2x^2 - 25$

On remplace dans (3) : $x^2 = 1 + (2x^2 - 25) + 2yz$ donc $2yz = x^2 - 1 - 2x^2 + 25$ soit $2yz = 24 - x^2$
soit $4y^2z^2 = (24 - x^2)^2$

On remplace y^2 et z^2 par leur valeur donnée en (1) et (2) : $4(x^2 - 9)(x^2 - 16) = (24 - x^2)^2$

On obtient donc : $4(x^4 - 16x^2 - 9x^2 + 144) = 576 - 48x^2 + x^4 \Leftrightarrow 4x^4 - 100x^2 + 576 = 576 - 48x^2 + x^4$

$\Leftrightarrow 3x^4 + 52x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(3x^2 + 52) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 0$ ou $3x^2 + 52 = 0$

$\Leftrightarrow x = 0$ ou $x = \sqrt{\dfrac{52}{3}}$ ou $x = -\sqrt{\dfrac{52}{3}}$

Or $\boldsymbol{x}$ est une longueur non nul, donc le côté du drapeau mesure $\boldsymbol{\sqrt{\dfrac{52}{3}}}$ **mètres**, soit **<u>environ 4,16 mètres</u>**.

<u>Autre méthode avec la trigonométrie</u>.

On sait que $\widehat{DCE}$ est un angle plat, donc $\alpha + 60 + \beta = 180$, donc $\alpha + \beta = 120$ soit $\boldsymbol{\beta = 120 - \alpha}$.

Donc $\sin\beta = \sin(120 - \alpha) = \sin 120 \cos\alpha - \cos 120 \sin\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha - \dfrac{-1}{2}\sin\alpha$

Donc $\sin\beta = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\cos\alpha + \dfrac{1}{2}\sin\alpha$ (*)

Dans le triangle ABD rectangle en D, on a : $\cos\alpha = \dfrac{y}{x}$ et $\sin\alpha = \dfrac{3}{x}$

Dans le triangle BEC rectangle en E, on a : $\sin\beta = \dfrac{4}{x}$

On remplace $\cos\alpha$, $\sin\alpha$ et $\sin\beta$ par leur valeur dans (*) : $\dfrac{4}{x} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}\times\dfrac{y}{x} + \dfrac{1}{2}\times\dfrac{3}{x}$

On obtient alors : $2 \times 4 = \sqrt{3}\,y + 3$ soit $y = \dfrac{8-3}{\sqrt{3}}$ soit $y = \dfrac{5}{\sqrt{3}} = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$

Or le triangle ADC est rectangle en D, donc d'après la propriété de Pythagore, on a :

$AC^2 = AD^2 + DC^2$ soit $x^2 = 9 + y^2$ soit $x^2 = 9 + \dfrac{25}{3} = \dfrac{52}{3}$ soit $x = \sqrt{\dfrac{52}{3}}$ ou $x = -\sqrt{\dfrac{52}{3}}$

Comme $\boldsymbol{x}$ est une longueur, on obtient : $x = \sqrt{\dfrac{52}{3}}$.