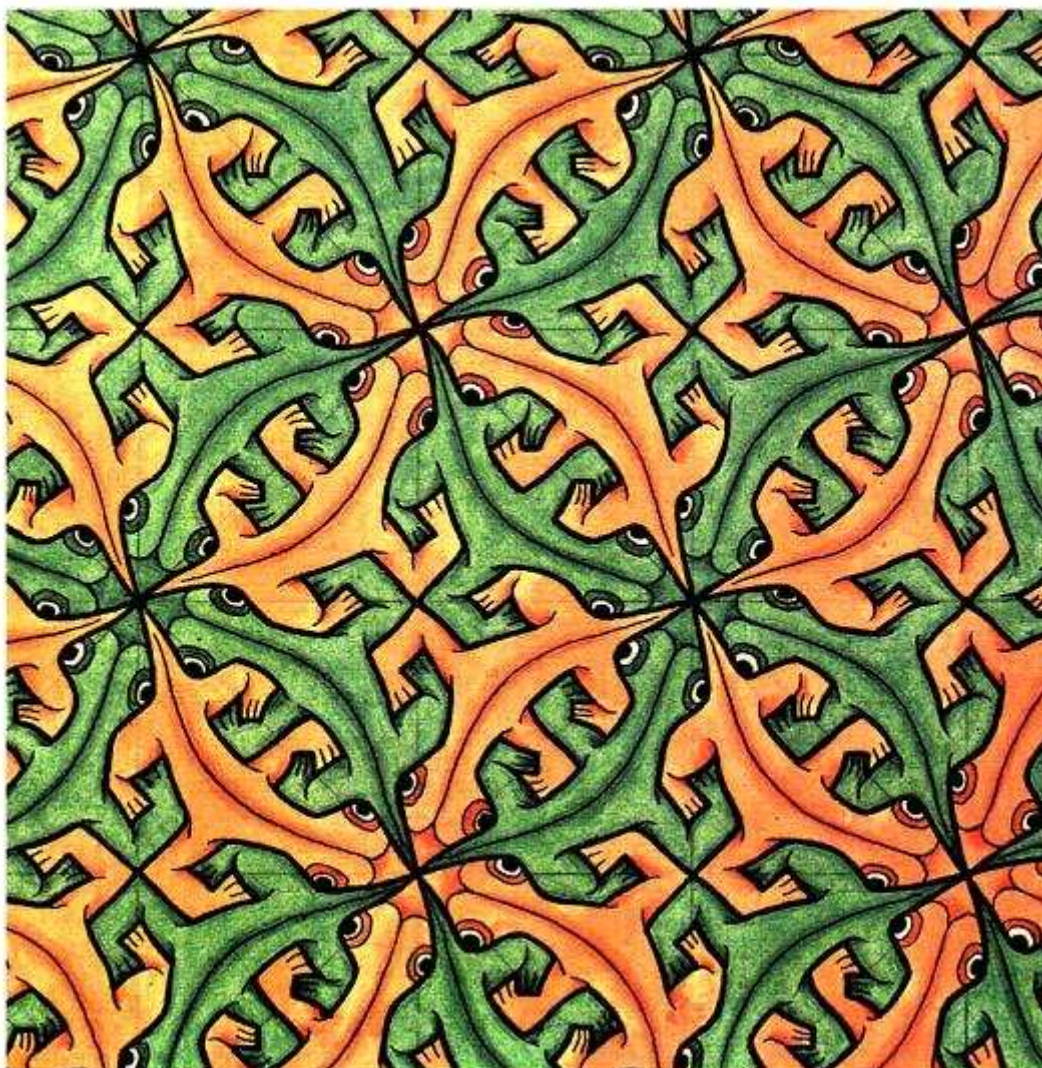


# DÉMARCHE D'INVESTIGATION EN MATHÉMATIQUES AU COLLÈGE

**et socle commun  
de connaissances et de compétences**



# Sommaire

<b>PRÉAMBULE.....</b>	<b>3</b>
<b>DUPLICATION DU CUBE .....</b>	<b>4</b>
<b>DUPLICATION DU CUBE (devoir à la maison).....</b>	<b>11</b>
<b>BOÎTES DE CONSERVES .....</b>	<b>17</b>
<b>AGRANDISSEMENT D'UN PUZZLE (proportionnalité) .....</b>	<b>26</b>
<b>SÉCURITÉ ROUTIÈRE (proportionnalité) .....</b>	<b>31</b>
<b>VENTES PRIVÉES (proportionnalité) .....</b>	<b>40</b>
<b>LES LÉZARDS D'ESCHER (Une nouvelle transformation : la symétrie centrale) .....</b>	<b>49</b>
<b>HISTOIRE DE BONBONS Investigation avec un tableur.....</b>	<b>55</b>
<b>CRYPTOGRAPHIE : des activités adaptables de la 6<sup>e</sup> à la 3<sup>e</sup> .....</b>	<b>61</b>
<b>LE GOÛT DE L'EAU .....</b>	<b>99</b>
<b>UN EMPLOI DU TEMPS BIEN CHARGÉ ! .....</b>	<b>106</b>

Ont participé à la rédaction de cette brochure :

Sylvie CASTEL-DOMPS	Collège Saint-Exupéry 94 Fresnes
Virginie FORICHON	Collège E. Delacroix 77 Roissy En Brie
Valérie HERNANDEZ	Collège du Montois 77 Donnemarie-Dontilly
Kadir KEBOUCHI	Collège André Malraux 77 Montereau-Fault-Yonne
Laëtitia LÉAGE	Collège Louise Michel 93 Clichy Sous Bois
Jean-Baptiste MAYENSON	Collège Roger Martin du Gard 93 Épinay sur Seine
Coralie MOREL	Collège Mon Plaisir 77 Crécy la Chapelle
Pascal NORBELLY	Collège Jean Jaurès 93 Montreuil
Christelle SERRA	Collège Liberté 94 Chevilly Larue
Estelle VANCAUWENBERGHE	Collège Camille Pissarro 94 Saint-Maur des Fossés

ainsi que Philippe DUTARTE , I.A.-I.P.R. de mathématiques, pour la coordination.

Source de l'image de couverture :

All M.C. Escher works © 2011 The M.C. Escher Company - the Netherlands.  
All rights reserved. Used by permission. [www.mcescher.com](http://www.mcescher.com)

# PRÉAMBULE

Le décret relatif au socle commun (11 juillet 2006) affirme que « la maîtrise des principaux éléments de mathématiques s'exerce essentiellement par la résolution de problèmes, notamment à partir de situations proches de la réalité ». C'est ainsi que le document ressource pour le socle commun dans l'enseignement des mathématiques<sup>1</sup> insiste sur le fait que « ce n'est pas parce que l'exigence d'acquisition du socle commun concerne des élèves fragiles ou en difficulté en mathématiques que la formation qui leur est dispensée doit se cantonner dans l'apprentissage de techniques ou la mise en application de recettes. La résolution de problèmes est essentielle pour rendre opérationnelles les aptitudes à construire, notamment dans le cadre du socle ».

Si la résolution de problèmes, mise en avant dans les programmes de mathématiques du collège, est essentielle, tant en formation qu'en évaluation, sa mise en œuvre doit faire une part importante à la démarche d'investigation. Il s'agit, autant que possible, de présenter une « situation-problème » offrant un questionnement motivant et suffisamment ouvert. La mise en activité des élèves présente alors souvent une dimension expérimentale, favorisée, dans notre discipline, par l'utilisation de l'outil informatique. C'est généralement après une recherche individuelle que des travaux de groupes permettent des confrontations d'idées et offrent la possibilité de différenciation ou de « coups de pouces » ciblés de la part du professeur.

Les activités présentées dans cette brochure ont été réalisées par les professeurs du groupe de réflexion académique sur l'enseignement au collège de l'académie de Créteil. Ces activités ont été expérimentées en classe durant l'année scolaire 2010/2011. De nature, d'ambition et de mise en œuvre différentes, elles ont en commun le souci de faire travailler et d'évaluer des compétences du socle commun dans le cadre de la résolution de problèmes avec une dimension d'investigation. Après une page de présentation, chaque activité comporte une fiche « professeur », une fiche « élève » et un compte-rendu d'expérimentation en classe. Les TICE sont généralement mises en œuvre en appui des recherches. Les fichiers associés, lorsqu'ils sont utiles, sont disponibles sur le site académique.

Nous souhaitons que ces exemples variés offrent des pistes concrètes aux enseignants de mathématiques et apportent autant de bonheur à la recherche de problèmes à leurs élèves que cela a été le cas pour ceux des professeurs qui les ont expérimentés.

Les I.A. - I.P.R. de mathématiques de l'académie de Créteil.  
Septembre 2011.

---

<sup>1</sup> Eduscol mai 2011.

# DUPLICATION DU CUBE

Kadir Kébouchi  
Professeur au collège André Malraux  
Montereau

## Niveau concerné

Troisième.

## Modalité

En classe, travail individuel puis en binôme sur ordinateur, suivi d'un devoir en temps libre de synthèse.

## Pré-requis

- Savoir utiliser une calculatrice.
- Connaître les bases d'utilisation d'un tableur.
- Connaître la formule du volume d'un cube.

## Objectifs

- Introduire la notion *d'équations* (hors socle) par la résolution de problèmes, en privilégiant la démarche d'investigation avec un minimum de pré-requis, tout en restant accessible à un maximum d'élèves grâce à des outils simples comme la calculatrice ou le tableur (socle).
- Développer la prise de notes.
- Favoriser la prise d'initiatives.
- Favoriser les échanges entre élèves.
- Savoir rédiger une synthèse.

## DUPLICATION DU CUBE – Fiche professeur

**Durée : 1 séance**

**Classe de 3<sup>e</sup> (Salle informatique)**

### SITUATION-PROBLEME

*Un artisan spécialisé dans la décoration intérieure fabrique des bougies de forme cubique de côté 7 centimètres. Il reçoit, un jour, une commande de la part d'un client qui souhaiterait des bougies de même forme avec un volume doublé.*



### CONSIGNES

Aidez l'artisan à satisfaire la demande de son client.

### COMPÉTENCE 3 DU SOCLE COMMUN

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Organisation gestion données	Nombres et calculs	Géométrie	Grandeurs et mesures
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>		Pratiquer le calcul mental. Évaluer un ordre de grandeur.		
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>			Calculer un volume.	
<b>Raisonner, argumenter et démontrer.</b>		Comparer des nombres. Contrôler un résultat.		
<b>Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>		Utiliser un tableur.		Unités de volume.

### AIDES ELEVES

Écrire une équation qui permet de résoudre le problème.  
L'équation admet-elle une solution entière ?

Calculer le volume de la bougie que fabrique l'artisan.

Déterminer à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de  $x$  tel que  $x^3 = 686$ .

Quel autre outil utiliser pour trouver  $x$  avec plus de précision ?

Les fichiers **cube1.g3w** ; **parallelepipede\_patron.g3w** et **patron\_cylindre.g3w** sont à télécharger sur le site [maths.ac-creteil.fr](http://maths.ac-creteil.fr) à la rubrique collège accompagnant cette brochure.

## DUPLICATION DU CUBE – Fiche élève

Durée : 1 séance

Classe de 3<sup>e</sup> (Salle informatique)

### COMPÉTENCES TRAVAILLÉES

#### Rechercher, extraire des informations

- Pratiquer le calcul mental.

#### Calculer, appliquer une consigne

- Calculer un volume.

#### Raisonner, argumenter

- Évaluer un ordre de grandeur avant de se lancer dans un calcul.
- Comparer des nombres.
- Contrôler un résultat.
- Pratiquer la déduction.

#### Présenter, rédiger

- Utiliser un tableur.



Bougie cube

*Un artisan spécialisé dans la décoration intérieure fabrique des bougies de forme cubique de côté 7 centimètres. Il reçoit, un jour, une commande de la part d'un client qui souhaiterait des bougies de même forme avec un volume doublé.*

### Groupe 1

Aider l'artisan à satisfaire la demande de son client.

### Groupe 2

Écrire une équation qui permet de résoudre le problème.  
L'équation admet-elle une solution entière ? Expliquez votre démarche.  
Quelle réponse l'artisan peut-il donner à son client ?

### Groupe 3

Calculer le volume de la bougie que fabrique l'artisan.  
Quel est le volume des bougies que souhaite le client ?  
Déterminer à l'aide de la calculatrice une valeur approchée de  $x$  tel que  $x^3 = 686$ .  
Quel autre outil utiliser pour trouver  $x$  avec plus de précision ?

## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« DUPLICATION DU CUBE »**

Cette activité s'est déroulée en salle informatique, en une séance :

#### **Première étape (15 minutes)**

Un document commun est distribué. Les élèves sont laissés en autonomie, sans aucune intervention. Le professeur passe ensuite après quelques minutes dans les rangs, et distribue une 2<sup>e</sup>, voire une 3<sup>e</sup> version du document aux élèves en difficulté. Tous gardent sur leur cahier une trace écrite.

#### **Deuxième étape (15 minutes) :**

Échange et débat entre élèves, notamment sur les erreurs attendues : on double la dimension du côté du cube, les limites de la calculatrice, les valeurs exactes, les arrondis et l'affichage des résultats.

#### **Troisième étape (25 minutes)**

Par binôme, les élèves poursuivent leurs investigations à l'aide du tableur, que tous maîtrisent assez bien. C'est la démarche d'approche de la solution qui a posé quelques difficultés à certains élèves qui ont perdu un peu de temps en revenant en arrière sans toujours s'en apercevoir.

D'autres élèves, par référence à la racine carrée, ont compris à quoi sert la touche « racine cubique » de leur calculatrice.

#### **Quatrième étape**

Travail de rédaction à la maison sous la forme d'un devoir.

#### **Conclusion**

Cette activité a soulevé plusieurs débats, notamment sur la faisabilité de la commande des bougies : l'artisan peut-il satisfaire son client ? La question se pose-t-elle en ces termes, entre réalité et modèle mathématique.

En donnant du sens aux activités, avec des questions ouvertes et laissant le choix des méthodes, les élèves les plus en difficulté réussissent aussi bien et parfois mieux que les autres, grâce à l'introduction d'un minimum de techniques.



## Productions d'élèves avec annotations du professeur

Item 1 : Rechercher, extraire, organiser les informations.

Item 2 : Calculer, appliquer une consigne.

Item 3 : Raisonner, argumenter.

Item 4 : Présenter, rédiger.

### Élève 1

On sait que pour calculer le volume d'un cube, en fait: <sup>de</sup> <sub>départ</sub>

$$V = c^3$$

→ Item 2

Donc on remplace par ce qu'on sait:

$$V = 7^3 = 343 \text{ cm}^3$$

<sup>inté</sup> <sub>départ</sub>

On double le volume car le client le souhaite.

$$343 \times 2 = 686 \text{ cm}^3$$

→ Item 1

On écrit l'équation :  $c^3 = 686 \text{ cm}^3$ .

et on essaye de la résoudre en essayant à la calculatrice:

$$7^3 = 343 \text{ cm}^3$$

C'est entre  $8^3$  et  $9^3$

$$\begin{cases} 8^3 = 512 \text{ cm}^3 \\ 9^3 = 729 \text{ cm}^3 \end{cases}$$

→ Item 3 (Démarche)

On essaye avec des chiffres après la virgule:

$$8,5^3 = 614$$

$$8,8^3 = 681$$

$$8,82^3 = 686,12$$

$$8,81^3 = 683,79$$



Item 1 : Rechercher, extraire, organiser les informations.

Item 2 : Calculer, appliquer une consigne.

Item 3 : Reasonner, argumenter.

Item 4 : Présenter, rédiger.

Élève 2

On cherche à savoir si le volume du cube (de la bougie) fait bien 686.

~~Les calculs~~

La valeur de départ est  $7^3 = 343 \text{ cm}^3$

On fait : Cube =  $343 \times 2 = 686 \text{ cm}^3$  ?

On retourne avec la calculatrice

La solution est comprise entre  $8,81^3$  et  $8,82^3$

Solution exacte ?

3	$8,8110^3$ $8,819^3 = 685,8956173$ $8,8195^3 = 686,012284$ $8,8194^3 = 685,9829512$ $8,81945^3 = 686,0006185$ $8,81942^3 = 685,9936181$	) Calculatrice!
---	--	-----------------

La solution est entre  $8,81^3$  et  $8,82^3$

Donc la solution est d'utiliser un tableur (graphique) pour trouver le résultat qu'on cherche. ou une approximation

Item 2  
(Calculer)

Item 1  
(Rechercher des informations)

Item 3  
(Reasonner, argumenter)

- Item 1 : Rechercher, extraire, organiser les informations.
- Item 2 : Calculer, appliquer une consigne.
- Item 3 : Reasonner, argumenter.
- Item 4 : Présenter, rédiger.

Élève 3

Item 4 (Rédiger)

*Présentation à revoir. Titre colonne*

Feuille1

8,81000000000000	683,7978410000000000
8,81900000000000	685,8956172590000000
8,81940000000000	685,988951205384000000
8,81944000000000	685,998285065680000000
8,81944700000000	685,999918499937000000
8,81944730000000	685,999988504320000000
8,81944734000000	685,999997838238000000
8,81944734900000	685,999999938370000000
8,81944734930000	686,000000083750000000
8,81944734927000	686,000000001374000000
8,81944734926000	685,999999990410000000
8,81944734926500	686,000000000207000000
8,81944734926400	685,999999999740000000
8,81944734926411	686,000000000000000000

Item 2

*) Attention à bien choisir le formatage des cellules*

# DUPLICATION DU CUBE (devoir à la maison)

Pascal Norbelly  
Professeur au collège Jean Jaurès  
Montreuil

## Niveau concerné

Quatrième et troisième.

## Modalité

En classe, travail de recherche individuel puis en groupe sur une séance, suivi d'un devoir de recherche à la maison avec utilisation du tableur.

## Pré-requis

- Savoir utiliser une calculatrice.
- Savoir utiliser un tableur.
- Connaître la formule du volume d'un cube.

## Objectifs

- Introduire la notion *d'équation* (hors socle) par la résolution de problèmes, en privilégiant la démarche d'investigation avec un minimum de pré-requis, tout en restant accessible à un maximum d'élèves grâce à des outils simples comme la calculatrice ou le tableur (socle).
- Favoriser les échanges entre élèves.
- Savoir rédiger une synthèse.

## **DUPLICATION DU CUBE (devoir à la maison)**

### **Fiche professeur**

**Durée : 45 minutes**

**Classe de 4<sup>e</sup>**

#### **SITUATION-PROBLÈME**

Nous sommes en 431 avant J.-C., la peste ravage Athènes et les habitants implorent l'oracle de Delphes.

La sentence tombe : que l'on double le volume de l'autel cubique d'Apollon, situé dans l'île de Délos, et la peste cessera.

1-Recherche des informations sur l'oracle de Delphes, sur Apollon et sur le temple de Délos.

2-L'autel de Delos avant la peste avait un volume de 8 mètres cube.

a. Peux-tu trouver la longueur du côté de l'autel en mètres ? Comment as-tu trouvé ce résultat ?

b. Pour satisfaire l'Oracle, les Athéniens doivent doubler le volume de l'autel. Calcule alors le volume que devra avoir l'autel une fois refait.

c. Pour arriver au résultat, les Athéniens pensent à doubler la longueur du côté initial. Cette idée permet-elle de satisfaire la demande de l'Oracle ?

d. Peux-tu faire une meilleure proposition pour la longueur du côté du futur autel ?

e. Essaie de trouver une proposition encore plus précise. Comment procèdes-tu pour améliorer tes propositions ?

Rappel : La présentation et la rédaction du DM doivent être soignées, les explications claires et les calculs détaillés.

<b>COMPÉTENCES/OBJECTIFS</b>				
<b>RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME</b>	<b>Organisation gestion données</b>	<b>Nombres et calculs</b>	<b>Géométrie</b>	<b>Grandeurs et mesures</b>
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>		Pratiquer le calcul mental. Évaluer un ordre de grandeur.		
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>			Calculer un volume.	
<b>Raisonner, argumenter et démontrer.</b>		Comparer des nombres. Contrôler un résultat.		
<b>Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>		Utiliser un tableur.		Unités de volume.



### **AIDES ÉLÈVES**

Écrire une équation qui permet de résoudre le problème.  
L'équation admet-elle une solution entière ?

Donner un encadrement de la valeur cherchée entre deux entiers.

Donner un encadrement au dixième près de la valeur cherchée.

Quelles méthodes utiliser pour trouver la longueur du côté avec plus de précision ?

Utiliser la calculatrice pour effectuer les calculs avec de plus en plus de précision.

Comment utiliser le tableur pour faciliter le travail ?

### **Compétences**

#### **Rechercher, extraire des informations**

- Pratiquer le calcul mental.
- Évaluer un ordre de grandeur avant de se lancer dans un calcul.

#### **Calculer, appliquer une consigne**

- Calculer un volume.

#### **Raisonner, argumenter**

- Comparer des nombres.
- Contrôler un résultat.
- Pratiquer la déduction.

#### **Présenter, rédiger**

- Utiliser un tableur.

## DUPLICATION DU CUBE (devoir à la maison)

### Fiche élève

Classe de 4<sup>e</sup>

Nous sommes en 431 avant J.-C., la peste ravage Athènes et les habitants implorent l'oracle de Delphes.

La sentence tombe : que l'on double le volume de l'autel cubique d'Apollon, situé dans l'île de Délos, et la peste cessera.

1-Recherche des informations sur l'oracle de Delphes, sur Apollon et sur le temple de Délos.

2-L'autel de Delos avant la peste avait un volume de 8 mètres cube.

a. Peux-tu trouver la longueur du côté de l'autel en mètres ? Comment as-tu trouvé ce résultat ?

b. Pour satisfaire l'Oracle, les Athéniens doivent doubler le volume de l'autel. Calcule alors le volume que devra avoir l'autel une fois refait.

c. Pour arriver au résultat, les Athéniens pensent à doubler la longueur du côté initial. Cette idée permet-elle de satisfaire la demande de l'Oracle ?

d. Peux-tu faire une meilleure proposition pour la longueur du côté du futur autel ?

e. Essaie de trouver une proposition encore plus précise  
Comment procèdes-tu pour améliorer tes propositions ?

Rappel : La présentation et la rédaction du DM doivent être soignées, les explications claires et les calculs détaillés.



## COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ « DUPLICATION DU CUBE (devoir à la maison) »

### Séance en classe

#### Première étape (15 minutes)

Le problème est distribué aux élèves sans commentaire. Les élèves sont laissés en autonomie, sans aucune intervention. Les élèves ne prennent pas tous conscience de la difficulté du problème mais sont tous intéressés par le contexte historique.

#### Deuxième étape (30 minutes)

Explication du vocabulaire nécessaire pour comprendre la situation.

Répartition en groupes hétérogènes pour effectuer un travail de recherche commune.

Utilisation de la calculatrice pour encadrer la valeur cherchée. Les notions de valeurs approchées, de précision de l'encadrement sont soulevées et nécessitent un rappel à la classe.

La plupart des élèves entrent dans le problème en cherchant des valeurs de plus en plus précises avec la calculatrice.

Quand les calculs deviennent fastidieux, certains groupes pensent à utiliser un tableur.

### Travail à la maison :

#### Troisième étape (une semaine)

Travail de recherche documentaire, rédaction à la maison avec utilisation du tableur ou de la calculatrice. Le travail sur ordinateur s'est souvent déroulé au CDI. Peu d'élèves ont fait les calculs avec la calculatrice seulement.

Tous les élèves ont mené une recherche documentaire.

Beaucoup d'élèves ont utilisé le tableur et ont cherché à avoir le plus grand nombre de décimales possibles pour l'approximation.

Mise en place de la démarche et recherche d'une grande précision.

la solution la plus précise que j'ai trouvée avec 12 chiffres après la virgule est celle-ci : le nombre est compris entre 2,519842099789 et 2,519842099790.

Au début, j'ai essayé tous les nombres avec un chiffre après la virgule et je me suis aperçue que les résultats les plus proches de ce que je cherchais étaient compris entre 2,5 et 2,6. Après j'ai continué comme cela en rajoutant toujours un nombre après la virgule, jusqu'à avoir 12 chiffres après la virgule.

Utilisation du tableur, mise en place d'un programme de calcul.

### LE TABLEUR

Formule pour calculer le mètre-cube d'un nombre :  $n^3$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	8	27	64	125	216	343	512	729	1000	1331

2	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3
8	8.261	10.448	12.167	13.824	15.625	17.576	19.683	21.952	24.389	27

2.5	2.51	2.52	2.53	2.54	2.55	2.56	2.57	2.58	2.59	2.6
15.62	15.81225	16.00300	16.19427	16.38706	16.58137	16.77721	16.97459	17.17351	17.37397	17.577
5	1	8	7	4	5	6	3	2	9	6

2.51	2.511	2.512	2.513	2.514	2.515	2.516	2.517	2.518	2.519	2.52
15.813	15.83215	15.85108	15.8700	15.88897	15.90794	15.9269	15.94592	15.96493	15.98396	16.003
231	883	173	197	274	358	241	241	583	436	606

Copier des formules.

A	B	C	D	<p>Méthode:</p> <p>Je tape 2 puis dans la case droite = A1 + 0,1 (pour la 1<sup>ère</sup> ligne) et j'ajoute avec la petite et la case en dessous = A1 * A1 * A1 et je tire avec la petite case</p> <p>TBrien pour l'utilisation du tableur mais tu dois expliquer la démarche aussi.</p>
2.700000000000	2.800000000000	2.900000000000	3.000000000000	
19.583000000000	21.952000000000	24.389000000000	27.000000000000	
B	2.570000000000	2.580000000000	2.590000000000	
16.974590000000	17.173512000000	17.373970000000	17.577000000000	
C	2.517000000000	2.518000000000	2.519000000000	
15.945922413000	15.964930000000		16.003000000000	
D	2.519700000000		2.520000000000	
15.997293320373			16.003000000000	
E	2.519847000000	2.519848000000	2.519849000000	
16.000033433369	16.000112382293	16.000131441172	16.000150490097	
F	2.519842700000	2.519842800000	2.519842900000	
16.000011433295	16.000013338178	16.000015243060	16.000017147943	
G	2.519842070000	2.519842080000		
15.999999432541	15.999999823029			

Contrôler un résultat.

$2,519842 \times 2,519842 \times 2,519842$   
 $=$   
 $15,9999981$

$2,5198421 \times 2,5198421 \times 2,5198421$   
 $=$   
 $16 \text{ Nm}$

Explique pourquoi ton produit ne peut pas être EGAL à 16.

# BOÎTES DE CONSERVES

Kadir Kébouchi  
Professeur au collège André Malraux  
Montereau

## Niveau concerné

Troisième.

## Modalité

En classe, travail en binôme, suivi d'un devoir maison individuel de synthèse.

## Pré-requis

- Connaître les bases d'utilisation d'un logiciel dynamique de géométrie.
- Connaître les formules des volumes des solides usuels.
- Connaître et utiliser les propriétés d'un solide : patrons.
- Connaître les formules d'aires.

## Objectifs

- Prendre en compte du socle commun.
- Privilégier la démarche d'investigation : raisonner, argumenter, conjecturer et démontrer avec un minimum de pré-requis, tout en restant accessible à un maximum d'élèves en utilisant les « TICE ».
- Pratiquer la prise de notes.
- Favoriser les échanges entre élèves.
- Prendre des initiatives.
- Savoir rédiger une synthèse.

## BOÎTES DE CONSERVES – Fiche professeur

Durée : 3 séances

Classe de 3<sup>e</sup> (salle informatique)

### SITUATION-PROBLÈME

Vous venez de finir vos études. Vous êtes fraîchement diplômé.

Votre projet est de créer une entreprise qui fabrique des boîtes de conserves alimentaires, spécialisés dans les légumes. Pour concurrencer le marché, vous souhaitez vendre des boîtes d'une contenance de 1 litre, volume supérieur à ce qui existe actuellement dans les magasins.



*D'après Julien Hirn, professeur d'Arts plastiques, collège A. Malraux, 77130 Montereau.*

### CONSIGNES

Quel sera votre cahier des charges ?

Quelles sont les questions que vous devez vous poser et les réponses à y apporter ?

<b>COMPÉTENCES</b>				
<b>RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME</b>	<b>Organisation gestion données</b>	<b>Nombres et calculs</b>	<b>Géométrie</b>	<b>Grandeurs et mesures</b>
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>		Pratiquer le calcul mental. Évaluer un ordre de grandeur.	Utiliser les propriétés d'une figure dans le plan. Utiliser les propriétés d'un solide.	Utiliser des changements d'unités sur des grandeurs-quotients.
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>		Conduire un calcul littéral simple.	Effectuer des constructions simples (à la main, logiciel). Calculer des aires, des volumes.	
<b>Raisonnement, argumenter et démontrer.</b>		Choisir l'opération qui convient à la situation étudiée. Contrôler un résultat. Pratiquer la déduction.		
<b>Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>	Présenter des résultats sous forme de graphiques.			Choisir l'unité appropriée.

### **AIDES ÉLÈVES**

**Aide à la démarche :**

Repérer les grandeurs en jeu. Quels calculs doit-on faire ?

**Apport de connaissances :**

Connaitre les propriétés de solides. Patrons de solides. Formules d'aires et de volumes.

**Apport de savoir-faire :**

Comment utiliser les outils à notre disposition : Geoplan-Geospace, GeoGebra.

Calcul littéral.

## BOÎTES DE CONSERVES – Fiche élève

Durée : 3 séances

Classe de 3<sup>e</sup> (salle informatique)

### COMPETENCES ÉTUDIÉES :

#### RECHERCHER, EXTRAIRE, ORGANISER DES INFORMATIONS :

- Évaluer un ordre de grandeur du résultat avant de se lancer dans un calcul.
- Pratiquer le calcul mental.
- Utiliser les propriétés d'une figure dans le plan.
- Utiliser les propriétés d'un solide.
- Utiliser des changements d'unités sur des grandeurs-quotients.

#### MANIPULER, REALISER, MESURER, CALCULER, APPLIQUER :

- Conduire un calcul littéral simple.
- Effectuer des constructions simples (à la main, logiciel).
- Calculer des aires, des volumes.

#### RAISONNER, ARGUMENTER, PRATIQUER UNE DEMARCHE, DEMONSTRER :

- Choisir l'opération qui convient à la situation étudiée.
- Contrôler un résultat.
- Pratiquer la déduction.

#### PRESENTER, REDIGER :

- Présenter des résultats sous forme de graphiques.
- Choisir l'unité appropriée.

La boîte de conserve est utilisée partout dans le monde, principalement par l'industrie agro-alimentaire. Elle a bouleversé les conditions de travail.

Cet objet banal est aussi devenu l'un des symboles de notre société, basée sur une consommation effrénée.



### TRAVAIL A LA MAISON

Effectuer des recherches sur l'histoire de la boîte de conserve, son évolution,....  
Quels artistes a-t-elle inspirés ?

### PROBLÉMATIQUE

Vous venez de finir vos études. Vous êtes fraîchement diplômé.

Votre projet est de créer une entreprise qui fabrique des boîtes de conserves alimentaires, spécialisée dans les légumes. Pour concurrencer le marché, vous souhaitez vendre des boîtes d'une contenance de 1 litre, volume supérieur à ce qui existe actuellement dans les magasins.

Quelle sera votre cahier des charges ? Quelles sont les questions que vous devez vous poser ?



## **AIDES ELEVES**



### **CHOIX DE LA FORME DE LA BOÎTE**

1. Dans « Documents », ouvrir le dossier « Géospace », puis les 3 fichiers :
  - Cube.
  - Parallélépipède rectangle.
  - Cylindre.

En choisissant l'option « fenêtre mosaïque verticale » :

Faire apparaître le volume, l'aire et les dimensions des 3 solides. Quel solide semble répondre à vos exigences ?

2. En utilisant le clavier (flèches), piloter les patrons des 3 solides et rappeler les formules d'aires.



### **CHOIX DES DIMENSIONS DE LA BOÎTE**

Pour un même volume quelle est l'aire minimale de la boîte de conserve ?

- A l'aide de Géoplan, construire la courbe représentative de l'aire du parallélépipède rectangle (base carrée) et celle du cylindre en fonction d'une des dimensions.
- Vérifier les conjectures énoncées précédemment.



### **CHOIX DU MATÉRIAU, COÛT**

Effectuer des recherches sur les matériaux couramment utilisés pour les boîtes de conserves.

- Quels sont les critères essentiels à prendre en considération ?
- Quel est celui qui semble présenter le plus d'avantages ? Expliquer.



## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« BOÎTES DE CONSERVES »**

Cette activité s'est déroulée en salle informatique, en trois séances. A la fin de chaque séance, les élèves sont invités à poursuivre leurs recherches à la maison grâce à internet et à GeoGebra.

#### **Première séance**

##### **1<sup>e</sup> étape**

Un document commun est distribué. Les élèves sont en autonomie. Très vite, plusieurs idées sont proposées. Le professeur observe et écoute : les élèves discutent des différentes pistes à étudier : choix des modèles, du matériau, de la forme, des dimensions, des coûts... Avec l'aide du professeur, une liste de questions est présentée. Après avoir éliminé certains solides, la classe retient le cube, le pavé droit et le cylindre.

##### **2<sup>e</sup> étape**

Les élèves se replongent seuls dans leurs recherches : calcul des dimensions du cube, de son aire et étude du parallélépipède rectangle. Le professeur intervient auprès des élèves en difficulté en distribuant l'aide précieuse à cet effet. La classe s'interroge sur la suite à donner au problème. Quels sont les moyens d'investigation à notre disposition ?

##### **3<sup>e</sup> étape**

La séance se déroulant en salle informatique, les élèves ont vite compris l'intérêt que peut apporter un logiciel de géométrie. 3 fichiers « Géospace » correspondant aux solides étudiés ont été installés sur les postes. Les élèves doivent faire apparaître le volume, l'aire et les dimensions du solide, voir le lien entre ces trois variables et, à l'aide du clavier, piloter ces différents paramètres. Les premières conjectures sont émises.

#### **Deuxième séance**

##### **1<sup>e</sup> étape**

Suite de la séance « TICE », les élèves poursuivent leurs investigations : pavé droit, et cylindre. Dans les fichiers, des patrons dont on peut piloter l'ouverture, sont représentés.

##### **2<sup>e</sup> étape**

Bilan des conjectures présenté par les élèves. Passage aux calculs. Certains élèves ont pensé à poser une équation pour le cube. Les cas du pavé droit (base carrée) et du cylindre sont étudiés avec l'aide du professeur. Le calcul littéral est mis en valeur. La notion de fonction est réinvestie.

#### **Troisième séance**

Par binôme, les élèves utilisent « GeoGebra » pour représenter l'aire en fonction d'une des dimensions (pavé et cylindre). Ils rencontrent quelques difficultés pour le choix des unités. La lecture graphique (aire minimale) ne pose pas de problème.

Une synthèse est proposée au tableau par les élèves.

#### **Devoir maison**

Les élèves doivent rédiger de manière détaillée le travail effectué en classe.

**Item 1 : Rechercher, extraire, organiser les informations.**

**Item 2 : Calculer, appliquer une consigne.**

**Item 3 : Raisonner, argumenter.**

**Item 4 : Présenter, rédiger.**

**EXTRAITS DE PRODUCTIONS D'ELEVES**

Élève 1

**Geospace**  
 Arrivé dessus j'ai fais affiché le volume et l'aire ; Puis j'ai pivoté la figure avec le clavier afin d'obtenir un volume le plus proche de 1000 cm<sup>3</sup>, Et je fais pareil avec toutes les formes. Et j'obtiens les résultats suivants :

- ☛ CUBE : V= 1000 cm<sup>3</sup>  
A= 600 cm<sup>2</sup>
- ☛ CYLINDRE : V= 1000 cm<sup>3</sup>  
A= 504,5 cm<sup>2</sup>
- ☛ PAVE DROIT : V=1000,04 cm<sup>3</sup>  
A= 607 cm<sup>2</sup>

Item 4  
 Choisir l'unité appropriée

**Conjecture**

→ L'aire minimale pour un volume donné est celle du cylindre ; donc c'est la forme que nous allons choisir car c'est la plus économique. *Conjecture ? Affirmation ?*

**III / Conclusion**

La conjecture ne prouve rien, il faut maintenant calculer :

1) CUBE : *ni*

$$1000 \text{ mL} = 1000 \text{ cm}^3$$

$$V = x^3 = 1000$$

$$V = x = 10 \text{ (car } 10^3 = 1000)$$

$$A = 6 \times 10 \times 10 =$$

$$A_{\text{cube}} = 600 \text{ cm}^2$$

2) PAVE DROIT :

$$V = L \times l \times h = 1000 \text{ cm}^3$$

$$A = 2 \times (L \times l + l \times h + L \times h)$$

*Il y a 3 inconnues en même temps ; On ne peut pas calculer donc on teste :*

Exemple : L=10 cm

$$l = 4 \text{ cm}$$

$$h = ?$$

$$10 \times 4 \times h = 1000$$

$$40 \times h = 1000$$

$$h = 1000 \div 40$$

$$h = 25 \text{ cm}$$

*Maintenant que je connais la hauteur je peux calculer l'aire :*

$$A = 2 \times (10 \times 4 + 10 \times 25 + 4 \times 25)$$

$$A = 780 \text{ cm}^2$$

Item 3  
 Choisir l'opération qui convient

Item 3  
 Pratiquer la déduction

Item 4  
 Rédiger

Item 1  
 Utiliser les propriétés d'un solide

*preuve ou conjecture ?*

Élève 2

PAVE DROIT : A BASE CARRE

$$V = c \times c \times h = 1000$$

$$V = c^2 \times h = 1000$$

$$A = 2 \times c^2 + 4c \times h$$

Même variable pour A et V c'est à dire !

On veut faire disparaître h :

$$V = c^2 \times h = 1000 \quad \text{Soit : } h = 1000 \div c^2$$

$$A = 2c^2 + 4c \times 1000 \div c^2$$

$$A = 2c^2 + 4000 \div c = (c \times e)$$

$$A_{\text{pavé droit à base carré}} = 2c^2 + 4000 \div c \quad A \text{ est une fonction de } c \text{ (cotés de la base)}$$

\*On représente A par un graphique !

Compte

Item 2  
Conduire un calcul littéral simple

Item 2  
Calculer des aires et volumes

3) LE CYLINDRE

$$V = \pi R^2 \times h = 1000 \quad \rightarrow \quad h = 1000 \div (\pi R^2)$$

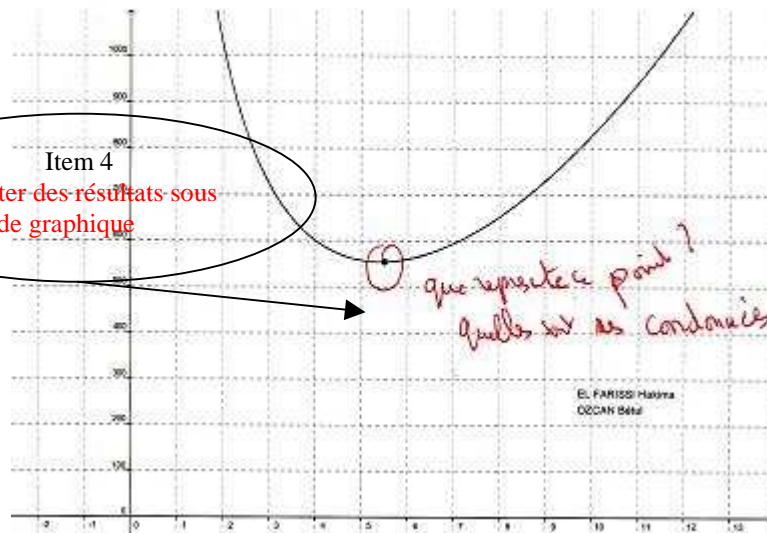
$$A = 2\pi R^2 + 2\pi R \times h \quad \text{On remplace } h : \text{ qui disparaît :}$$

$$A = 2\pi R^2 + 2\pi R \times 1000 \div \pi R^2 = \pi R \times R$$

$$A = 2\pi R^2 + 2000 \div R \quad A \text{ cylindre et une fonction de } R$$

\*On représente A par un graphique . !

Cylindre .



Item 4  
Présenter des résultats sous forme de graphique

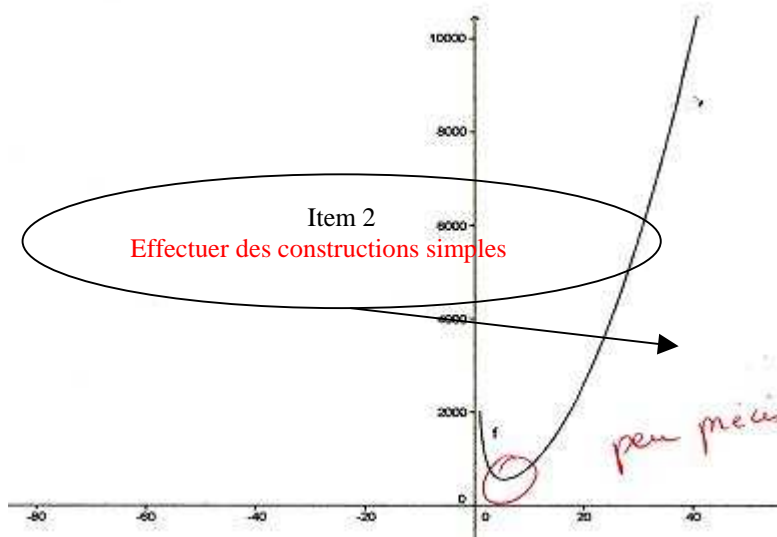
Élève 3

Fin manipulation  
 observation : avec géoplane c'est dur de tracer les dimensions et l'aire  
 des solides tel que le volume est dit  
 Δ c'est une conjecture pour une démonstration Δ  
 ↓ Résultats Manipulation ↓

	cube	cylindre	Rectaèpe
Volume	1000 ml	≈ 1003,81 ml	≈ 1000,047
Aire	600 cm <sup>2</sup>	573,37 cm <sup>2</sup>	607,08 cm <sup>2</sup>
dimensions	cube	$\phi = 9 \text{ cm}$ $h = ?$	$A = 6,09 \text{ cm}$ $E = 4,19 \text{ cm}$ <i>à quel correspond les dimensions ?</i>

Item 1  
Organiser les informations

Aire cylindre



Item 2  
Effectuer des constructions simples

Item 4  
Présenter des résultats sous forme de graphique

# AGRANDISSEMENT D'UN PUZZLE (proportionnalité)

Estelle Vancauwenberghe  
Professeure au collège Camille Pissarro  
Saint-Maur des Fossés

## Niveau concerné

Sixième.

## Modalité

En classe, travail de groupes (trois ou quatre élèves), suivi d'un compte-rendu individuel à la maison puis d'une synthèse collective.

## Pré-requis

Aucune leçon préalable sur la proportionnalité.

Nombres décimaux non entiers (le coefficient d'agrandissement choisi est 1,5).

## Objectifs

- Privilégier la démarche d'investigation avec un minimum de pré-requis, permettre à tous les élèves de s'engager rapidement dans la recherche et d'« entrer » dans le problème.
- Favoriser les échanges entre élèves au sein du groupe.
- Rendre les élèves autonomes pour la validation de la solution (celle-ci se fait par assemblage du puzzle).
- Savoir rédiger un compte-rendu et l'exposer à la classe.

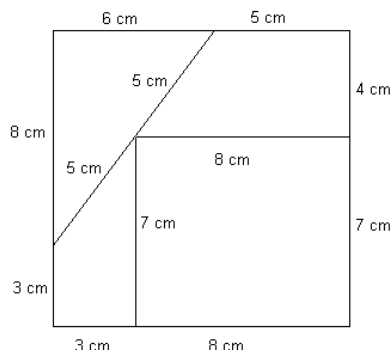


## AGRANDISSEMENT D'UN PUZZLE – Fiche professeur

Durée : 2 séances

Classe de 6<sup>e</sup>

### SITUATION-PROBLEME



A partir d'un puzzle carré donné, construire un puzzle agrandi.

Le coefficient d'agrandissement est donné par une dimension imposée.

Le puzzle agrandi doit pouvoir être reconstitué.

(D'après Roland Charnay – « Pourquoi les mathématiques à l'école » – ESF.)

### CONSIGNES

Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer 6 cm sur le puzzle agrandi.

Chaque élève du groupe doit agrandir la pièce qui lui est attribuée.

Chaque élève devra rédiger sur une feuille un compte-rendu, avec le raisonnement et tous les calculs, pour que n'importe quel membre du groupe puisse ensuite expliquer au reste de la classe le raisonnement du groupe.

### COMPÉTENCES / OBJECTIFS

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Organisation Gestion de données	Nombre et calculs	Géométrie	Grandeur s et mesures
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>	Extraire d'un document les informations utiles.		Utiliser les propriétés d'une figure dans le plan.	
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>		Pratiquer le calcul mental.	Effectuer des constructions simples avec des instruments.	Mesurer une longueur.
<b>Raisonner, argumenter et démontrer.</b>		Choisir l'opération qui convient à la situation étudiée.		Contrôler un résultat.
<b>Communiquer à l'aide langages adaptés.</b>	Présenter des résultats sous une forme appropriée.			

### AIDES ÉLÈVES

**Aide à la démarche :** proposer de passer de 4 cm à 8 cm (quelle procédure utiliser ?)

**Apport de savoir-faire :** utiliser les bords de la feuille pour gagner du temps.

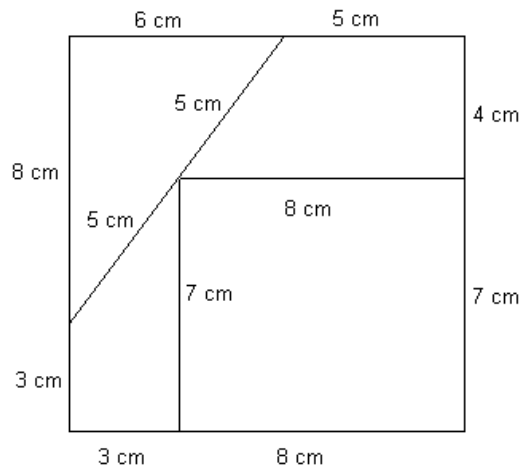


## AGRANDISSEMENT D'UN PUZZLE – Fiche élève

Durée : 2 séances

Classe de 6<sup>e</sup>

### PRESENTATION DU PROBLEME



Voici un puzzle carré.

Vous allez devoir construire « le même », mais en plus grand.

À la fin, il faudra pouvoir le reconstituer exactement avec les pièces agrandies.

### CONSIGNES

Le segment indiqué « 4 cm » devra mesurer en réalité 6 cm sur votre puzzle.

Chaque élève du groupe doit agrandir la pièce qui lui est attribuée.

Chaque élève devra rédiger sur une feuille un compte-rendu, avec le raisonnement et tous les calculs, pour que n'importe quel membre du groupe puisse ensuite expliquer au reste de la classe ce qui a été fait dans le groupe.

### COMPÉTENCES TRAVAILLÉES :

**Rechercher, extraire des informations :** Utiliser les propriétés d'une figure dans le plan.

**Mesurer, calculer :** Mesurer une longueur.

Pratiquer le calcul mental.

Effectuer des constructions avec les instruments.

**Raisonner, argumenter :** Choisir l'opération qui convient.

Contrôler un résultat.

**Présenter, rédiger :** Écrire et présenter un compte-rendu.

## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« AGRANDISSEMENT D'UN PUZZLE »**

Cette activité s'est déroulée en classe, en deux séances (la première pour la recherche, la seconde pour l'exposé des méthodes et la synthèse). A la fin de la première séance, les élèves sont invités à rédiger à la maison un compte-rendu individuel du travail effectué par le groupe.

#### **Déroulement de la première séance**

##### **Première étape**

Le professeur indique la composition des groupes, de trois ou quatre élèves. Ceux-ci sont hétérogènes : pour la plupart des élèves, il s'agit simplement de regrouper deux tables consécutives (une table sur deux est retournée). L'effectif étant ce jour-là de 26, deux groupes ne comprennent que trois élèves. Ces deux groupes sont d'un bon niveau.

Le document élève est distribué à chacun, ainsi qu'une feuille stipulant la pièce de puzzle attribuée à chacun. Pour les deux groupes de trois élèves, le choix est libre pour la responsabilité de la quatrième pièce. Chaque groupe dispose de feuilles de papier à dessin, de règles, d'équerres, de crayons et de ciseaux.

##### **Deuxième étape**

Les élèves sont en autonomie. Ils observent le puzzle, prennent connaissance de la consigne d'agrandissement. Certains se lancent très vite dans le tracé de leur pièce, avec la stratégie « ajouter 2 à chaque dimension ». Le professeur passe dans chaque groupe pour s'assurer que l'objectif du travail a bien été compris par chacun. Il est suggéré à certains élèves de se servir des bords de la feuille pour tracer plus facilement leur pièce.

##### **Troisième étape**

Tous les groupes ont utilisé la stratégie « ajouter 2 » et semblent satisfaits de leurs pièces obtenues individuellement. Ils essaient alors d'assembler le puzzle, et constatent l'échec de cette manipulation. Après avoir mis en cause un mauvais découpage ou de mauvaises mesures (ils s'empressent de vérifier), quatre groupes décident rapidement de réviser leur stratégie de calcul. Les trois autres groupes persistent dans les vérifications, et décident de refaire certaines pièces jugées imprécises ou mal découpées.

##### **Quatrième étape**

Nouvelles conjectures. Stratégies envisagées :

- ▶ procéder par « doublement » ou « moitié » afin d'obtenir toutes les mesures nécessaires (ce groupe aura l'idée de présenter ses calculs sous forme de tableau et précisera que « si on sait pour 1cm, on sait pour n'importe quelle longueur »)
- ▶ rajouter un tiers. Ce groupe s'apercevra vite que l'on doit raisonner par rapport à la mesure de départ, et qu'il faut donc « rajouter la moitié », et non le tiers.
- ▶ rajouter la moitié (deux groupes).
- ▶ multiplier par 2 et soustraire 2. Mais une élève du groupe convainc rapidement ses camarades « qu'on pourrait trouver plein de calculs comme ça, il y en a un qui ne doit pas dépendre et c'est celui-là qui va marcher ». Ils vont ensuite trouver la multiplication par 1,5.
- ▶ multiplier par 1,5.
- ▶ seul un groupe reste en échec, incapable d'envisager une autre méthode qu'une addition (malgré l'intervention du professeur leur demandant comment ils auraient fait si la

consigne était de passer de 4 cm à 8 cm), et mettant en cause la précision des mesures et du découpage. En fin de séance, ils « trichent » pour que les pièces semblent mieux s'emboîter.

### Devoir maison

Les élèves doivent rédiger de manière individuelle le compte-rendu du travail effectué dans leur groupe, en indiquant la stratégie adoptée et les calculs effectués. Ils devront tous être capables d'expliquer oralement au reste de la classe le travail effectué par leur groupe, même si celui-ci n'a pas abouti.

## Déroulement de la deuxième séance

### Première étape

Un élève par groupe est désigné « rapporteur », et présente le travail effectué.

Les autres membres du groupe peuvent intervenir pour apporter des précisions ou ajouter un élément. Ils répondent aux éventuelles questions du professeur ou des autres élèves.

### Deuxième étape

Bilan des stratégies proposées par les élèves. Le mot « proportionnalité » est prononcé par une élève, et d'autres expliquent que « si un nombre double il faut que l'autre double aussi, comme dans une recette de cuisine ». La présentation sous forme de tableau est jugée astucieuse, et adoptée. Un brouillon de bilan collectif a été noté au tableau au fur et à mesure, il est mis en forme et copié dans le cahier d'activités. Pour terminer, afin de prolonger ce travail, le professeur propose une autre consigne d'agrandissement : passer de 4 cm à 7 cm. Les explications sont à rédiger à la maison pour la séance suivante.

## PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

Pour plus de lisibilité, les travaux d'élèves sont ici restitués et l'orthographe a été « toilettée ».

### Élève 1

Il fallait agrandir un puzzle pour pouvoir le refaire. 4 cm devait mesurer 6 cm.  
On a ajouté 2 partout. On aurait dit que c'était bon mais quand on a mis le puzzle ensemble ça ne collait pas exactement.  
Alors on a ajouté la moitié et c'était bon. Exemple : 8 cm = 12 cm.

### Élève 2

On avait chacun une pièce de puzzle à agrandir, et il fallait que 4 cm mesure 6 cm sur le grand puzzle.  
Pour passer de 4 à 6 on multiplie par 1,5. On a calculé les nouvelles mesures :

4	6	3	4,5	6	9
8	12	5	7,5	7	10,5

### Élève 3

4 cm doit faire 6 cm alors 8 cm doit faire 12 cm (le double).  
2 cm doit faire 3 cm (la moitié) alors 1 cm doit faire 1,5 cm.  
3 cm doit faire 4,5 cm et pareil pour les autres mesures.  
C'est proportionnel.

### Élève 4

$4 + 2 = 6$  On calcule avec 2.  
Une pièce ne rentre pas bien, on va la refaire en mesurant et les autres aussi.

# SÉCURITÉ ROUTIÈRE

## (proportionnalité)

Coralie MOREL  
Professeure au collège Mon Plaisir  
Crécy-la-Chapelle

### **Niveau concerné**

Troisième.

### **Modalité**

En salle informatique, travail individuel suivi d'un compte-rendu analysant les résultats obtenus.

### **Pré-requis**

Savoir utiliser un tableur grapheur (deux séances ont déjà eu lieu au préalable permettant aux élèves de se familiariser avec ce logiciel).

Connaître la formule permettant de calculer une vitesse moyenne.

Savoir effectuer des changements d'unités sur des grandeurs produits ou des grandeurs quotients.

### **Objectifs**

Trouver un outil permettant d'évaluer directement lors d'une séance en salle informatique différents domaines des compétences 3 et 4 du palier 3.

Favoriser la démarche d'investigation : comprendre l'impact de la vitesse sur la distance d'arrêt d'un véhicule à partir d'un diaporama fourni sur le site de la Sécurité Routière. Être également capable de mettre en place un raisonnement à partir de l'observation faite sur le site en utilisant ses connaissances mathématiques (le niveau est accessible à la majorité des élèves).

## SÉCURITÉ ROUTIÈRE – Fiche professeur

**Durée : 1 séance**

**Classe de 3<sup>e</sup> (salle informatique)**

### SITUATION-PROBLÈME

Le logiciel « modulatoroute », édité par la Prévention Routière, permet de simuler l'arrêt d'un véhicule et de déterminer sa distance d'arrêt en faisant varier différents paramètres : la vitesse du véhicule, l'état de la chaussée (sol sec ou mouillé), le temps de réaction du conducteur et l'état des freins.

Vous vous apprêtez à passer l'examen du permis de conduire. Votre moniteur vous demande d'analyser une phrase fréquemment entendue dans les médias : « Lorsqu'on va deux fois plus vite, il faut deux fois plus de distance pour s'arrêter ».

### CONSIGNE

Que penser de l'affirmation citée dans les médias ?  
Déterminer l'influence de la vitesse sur la distance d'arrêt de votre véhicule.

### COMPÉTENCES/OBJECTIFS

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Organisation gestion données	Nombres et calculs	Géométrie	Grandeurs et mesures
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>	Savoir utiliser un tableur pour construire un tableau et un graphique.			Effectuer des changements d'unité sur des grandeurs produits ou quotients.
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>	Savoir créer une formule sur tableur comprenant des références relatives et absolues.	Conduire un calcul littéral simple.		
<b>Raisonner, argumenter et démontrer.</b>	Reconnaître et traiter une situation de proportionnalité.	Contrôler un résultat. Pratiquer la déduction.		
<b>Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>	Savoir utiliser un tableur pour présenter des données, une démarche, un résultat.			

### AIDES ÉLÈVES

#### **Apport de connaissances :**

Connaître la formule permettant de calculer une vitesse moyenne.  
Connaître le lien entre représentation graphique et proportionnalité.

#### **Apport de savoir-faire :**

Utilisation d'un tableur pour présenter sa démarche, son raisonnement et construire un graphique.  
Méthode permettant d'effectuer des changements d'unités sur des grandeurs quotients ou produits.

# SÉCURITÉ ROUTIÈRE – Fiche élève

**Durée : 1 séance** **Classe de 3<sup>e</sup> (salle informatique)**

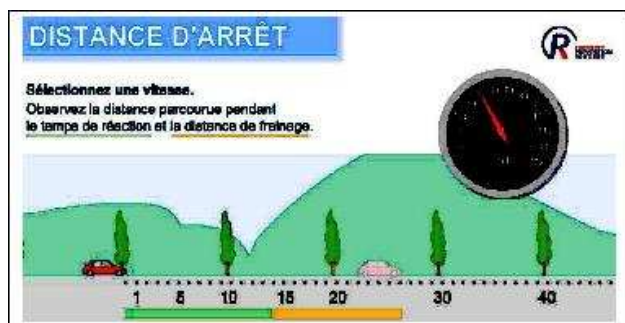
### Compétence 3

<u>Aptitudes à mobiliser des connaissances et des compétences pour résoudre des problèmes</u>	<u>Questions</u>	<u>Oui</u>	<u>Non</u>
Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus ; communiquer à l'aide d'un langage adapté : Savoir utiliser un tableur pour présenter une démarche, un résultat.	1		
Choisir et exécuter une méthode de résolution : savoir créer une formule comprenant des références relatives ou absolues.	1		
Réaliser, calculer, appliquer des consignes : savoir utiliser un tableur-grapheur pour créer un graphique.	2 ; 3		

### Compétence 4

S'approprier un environnement informatique de travail : utiliser les logiciels et les services à disposition.			
S'approprier un environnement informatique de travail : utiliser les périphériques à disposition.			
Adopter une attitude responsable : faire preuve d'esprit critique face à l'information et à son traitement.			
Créer, produire, traiter, exploiter des données : organiser la composition d'un document, prévoir sa présentation en fonction de sa destination.			

### De quels paramètres dépend la distance d'arrêt d'un véhicule ?



Le logiciel « modulatoroute » édité par la Prévention Routière, accessible à partir de : [http://www.preventionroutiere.asso.fr/acteur\\_education\\_interactif\\_lycee.aspx](http://www.preventionroutiere.asso.fr/acteur_education_interactif_lycee.aspx) permet de simuler l'arrêt d'un véhicule et de déterminer sa distance d'arrêt en faisant varier différents paramètres : la vitesse du véhicule, l'état de la chaussée (sol sec ou mouillé), le temps de réaction du conducteur et l'état des freins. On réalisera ainsi des simulations successives pour comparer l'effet de la modification d'un seul paramètre à la fois.

On s'intéressera ici uniquement à l'influence de la vitesse.

Cliquer sur



puis être attentif aux éléments expliqués avant de passer à la diapositive suivante.



**PROBLÉMATIQUE :**

Vous vous apprêtez à passer l'examen du permis de conduire. Votre moniteur vous demande d'analyser une phrase fréquemment entendue dans les médias « Lorsqu'on va deux fois plus vite, il faut deux fois plus de distance pour s'arrêter », en s'intéressant plus particulièrement à l'influence de la vitesse.

**Déterminer l'influence de la vitesse sur la distance d'arrêt de votre véhicule.**

**Première partie : la distance de freinage**

Sur route sèche, la distance de freinage  $D_F$  (en mètre) d'un véhicule correspond à la distance parcourue pendant que la vitesse du véhicule diminue.

Convertir en  $m.s^{-1}$  la limitation de vitesse imposée en agglomération et hors agglomération (sur route départementale ou nationale). Détailler votre raisonnement.

<i>Aide</i> <i>n°1</i>	
---------------------------	--

.....  
 .....  
 .....

Voici un tableau établi à partir d'informations fournies par la Sécurité Routière, donnant quelques indications sur la distance de freinage en fonction de la vitesse  $v$  du véhicule.

Vitesse $v$ en $m.s^{-1}$	5	13,8	25	36,1
Distance de freinage $D_F$ en mètre	20	152,352	500	1 042,568

On admet que la distance de freinage  $D_F$  est donnée par  $v \rightarrow kv^2$  où  $v$  est la vitesse du véhicule en  $m.s^{-1}$ . Déterminer  $k$  en détaillant votre raisonnement.

.....  
 .....  
 .....

Appeler le professeur et lui expliquer comment a été trouvé le résultat.

Construire la représentation graphique de la distance de freinage en fonction de  $v^2$ . Quelle remarque peut-on faire et comment peut-on l'expliquer ?

<i>Aide</i> <i>n°2</i>	
<i>Aide</i> <i>n°3</i>	

.....  
 .....  
 .....

Appeler le professeur et lui expliquer comment a été tracé le graphique.

**Deuxième partie : la distance d'arrêt**

La distance parcourue pendant le temps de réaction,  $D_R$  exprimée en mètres, est la distance que parcourt un automobiliste entre le moment où il voit un obstacle et celui où il commence à appuyer sur la pédale de frein. En moyenne, le temps de réaction est d'une seconde (pour un automobiliste attentif !).

La distance d'arrêt  $D_A$  d'un véhicule est la distance parcourue par un automobiliste entre le moment où il commence à freiner et celui où le véhicule s'arrête.

1. A l'aide du tableau d'informations fournies par la Sécurité Routière ci-dessus, construire sur le même graphique que précédemment, la représentation graphique de la distance d'arrêt d'un véhicule  $D_A$ . Quelles remarques peut-on faire ?

.....  
.....  
.....  
.....  
.....  
.....

Appeler le professeur et lui expliquer comment a été réalisé le graphique.
--

2. Commenter l'affirmation fréquemment entendue dans les médias : « Lorsqu'on va deux fois plus vite, il faut deux fois plus de distance pour s'arrêter ». Expliquer.

.....  
.....  
.....

3. Imprimer votre travail en choisissant une mise en page adaptée.

## AIDES ÉLÈVES



### Aide n°1

On rappelle la formule permettant de trouver la vitesse moyenne d'un véhicule :

$$vitesse \text{ (en } km.h^{-1}) = \frac{distance \text{ (en } km)}{temps \text{ (en heure)}}$$

On rappelle que :  $km.h^{-1} = km/h$

Méthode permettant d'effectuer des changements d'unités sur des grandeurs quotients :

Pour convertir une grandeur quotient en  $km.h^{-1}$  en  $m.s^{-1}$ , on remarque :

1.  $1 km = 1\,000 m$  donc  $30 km = 30 \times 1\,000 = 30\,000m$ .

2.  $1 h = 3\,600 s$

3. On fait le quotient :  $v = \frac{30\,000}{3\,600} \approx 8,3 m.s^{-1} = 30 km.h^{-1}$ .



### Aide n°2 : Comment construire un graphique à l'aide d'un logiciel tableur ?

1. Sélectionner les données à représenter avec la souris.
2. Ouvrir l'assistant graphique en cliquant sur l'icône ou en allant dans le menu « Insertion » et en cliquant sur « Graphique ».
3. Sélectionner le type de graphique souhaité (ici « Nuages de points »).
4. Avancer jusqu'à « Quadrillage » et cocher les quadrillages principaux en abscisses et en ordonnées.
5. Vous pouvez indiquer un titre pour votre graphique et éventuellement des titres pour les axes.
6. Terminer votre construction.

Remarque : Il est souvent nécessaire de modifier les unités des axes :

- Sélectionner l'axe à l'aide du clic droit de la souris
- Changer son format en choisissant une échelle mieux adaptée.



### Aide n°3

On rappelle la propriété suivante établie en classe de 4<sup>e</sup> : Si deux suites de nombres sont représentées par des points alignés avec l'origine du repère alors elles sont proportionnelles.

## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« SÉCURITÉ ROUTIÈRE »**

Cette activité a eu lieu en salle informatique disposant de 15 postes. Cette séance s'est déroulée en demi-groupe (un devoir sur une analyse et synthèse de documents en lien avec le thème de la proportionnalité a été donné au deuxième groupe travaillant sur les tables mises à disposition en salle informatique ; ce devoir a été ramassé et noté).

La durée de la séance a été d'une heure par groupe.

#### **1<sup>e</sup> étape**

Le document élève est distribué à chacun et les élèves prennent connaissance silencieusement de la situation à étudier. Rapidement, ils se connectent au réseau informatique afin de lancer le logiciel « Modulatoroute » (des casques sont à leur disposition afin de préserver le calme propice au travail de chacun). Ce logiciel est ludique pour les élèves et permet de visualiser rapidement l'impact d'un paramètre, tel que la vitesse, sur la distance d'arrêt du véhicule. Les explications données sont facilement compréhensibles par les élèves. Ces derniers travaillent ainsi complètement en autonomie.

#### **2<sup>e</sup> étape**

Certains élèves comprennent très vite, à partir d'une seule simulation, l'enjeu de la situation-problème posée et commencent ainsi à se pencher de façon précise sur le travail qui leur est demandé. Pour les autres élèves, cela va nécessiter un peu plus de temps, indispensable à la compréhension de la suite du TP. Le professeur leur laisse donc le loisir de prendre le temps souhaité au risque de ne pas achever l'intégralité du travail demandé. Pendant que les premiers élèves trouvent l'utilité de lancer le logiciel du tableur, le professeur peut alors passer vers eux et évaluer positivement le premier item de la compétence 4.

#### **3<sup>e</sup> étape :**

Les élèves cherchent à répondre aux questions posées. Certaines d'entre elles n'étant pas indispensables pour la suite du TP, les élèves prennent l'initiative de passer aux questions plus pratiques utilisant le tableur pour réussir ainsi à créer leur graphique. Chaque fois que cela est indiqué sur leur fiche de TP, les élèves appellent le professeur et cela lui permet d'évaluer positivement ou non chaque item des domaines des compétences 3 et 4. Cette évaluation peut ainsi se faire très rapidement.

Le professeur peut proposer aux élèves le souhaitant une aide de connaissances ou de savoir-faire sur certaines questions indiquées dans le TP. Les élèves, habitués à ce mode de fonctionnement, appellent le professeur qui leur distribue alors le document d'aide souhaité et coche ainsi la case correspondante à l'aide afin que cela soit pris en compte dans la notation finale du TP.

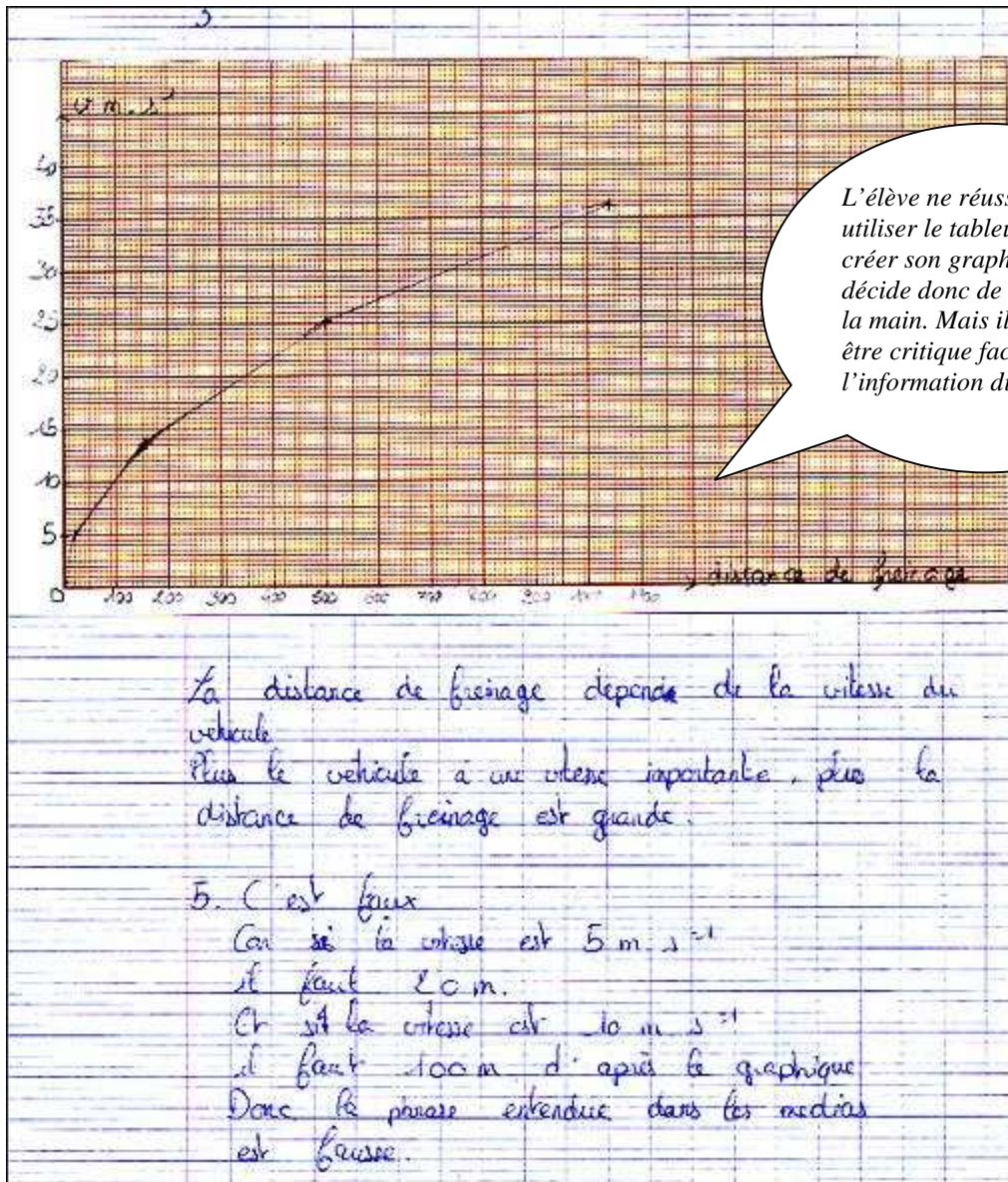
A la fin de la séance, tous les élèves, sauf deux en grande difficulté avec l'utilisation du tableur, achèvent leur travail en mettant en forme leurs résultats et en les imprimant.

Certains élèves n'ont pas eu le temps de rédiger de façon précise le raisonnement leur permettant de répondre à la problématique posée. Il leur a été demandé de terminer cette rédaction à la maison à partir du travail enregistré sur leur espace de stockage leur permettant de retrouver tous les éléments utiles à la construction des deux graphiques. À la fin de la séance, la fiche de TP est récupérée et permettra par la suite au professeur d'apprécier les acquisitions des items des compétences 3 et 4.

#### 4<sup>e</sup> étape :

Un bilan de la séance en salle informatique a lieu en classe entière avec reprise au vidéoprojecteur des graphiques attendus. Une analyse plus fine a pu ainsi être réalisée en classe. Ce TP a servi de base pour revenir sur les nombreuses propriétés de la proportionnalité et sera utilisé par la suite comme fil conducteur lors de l'étude des fonctions linéaires et affines.

#### Document élève





1. En Agglomération :  $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$   
 $50 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \rightarrow 50\,000 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}$   
 $50\,000 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1} \rightarrow \frac{50\,000}{3600}$   
 $= 13,89 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

Hors Agglomération :  $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$   
 $90 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} \rightarrow 90\,000 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1}$   
 $90\,000 \text{ m} \cdot \text{h}^{-1} \rightarrow \frac{90\,000}{3600}$   
 $= 25 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2.  $D_b = kv^2$   
 $k = \frac{D_b}{v^2}$   
 La distance de freinage d'un véhicule roulant à  $5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  est de  $20 \text{ m}$   
 Donc  $k = \frac{20}{5^2} = \frac{20}{25} = 0,8$   
 $k = 0,8$

# VENTES PRIVÉES (proportionnalité)

Laëtitia LÉAGE  
Professeure au collège Louise Michel  
Clichy-sous-Bois

## **Niveau concerné**

Cinquième.

## **Modalité**

En classe, travail en binôme.

## **Pré-requis**

Les pourcentages.

## **Objectifs**

- Prendre en compte du socle commun.
- Favoriser les échanges entre élèves.
- Développer la prise d'initiatives.
- Savoir rédiger une synthèse.



## VENTES PRIVÉES

### Fiche professeur

**Durée : 1 séance**

**Classe de 5<sup>e</sup>**

#### SITUATION-PROBLÈME

Depuis quelques années, il existe sur le Web des sites de ventes privées vous permettant d'acheter à prix réduit des objets de marque.

Madame X. est une cliente fidèle de ces sites de vente et a pour budget 200 €.

Voici la liste des articles qu'elle souhaite acheter :

- une jupe Kc noire ;
- un short Ecd marron ;
- un top Brad bleu ;
- un T-shirt Brad vert ;
- une robe Kook rose ;

– une ceinture Smith noire.

#### CONSIGNE

À l'aide des documents proposés, aidez Madame X. :

Peut-elle commander tous les articles de la liste sans dépasser le budget prévu ?

Sur quel site est-il plus intéressant de commander ?

Va-t-elle faire des économies ? Et si oui de quel montant ?

#### COMPÉTENCES/OBJECTIFS

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Organisation gestion données	Nombres et calculs	Grandeurs et mesures
<b>C3. Observer, rechercher, organiser les informations. (1)</b>	Lire et extraire des données présentées sous forme de tableaux.	Pratiquer le calcul mental.	
<b>C3. Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes. (2)</b>	Appliquer un pourcentage		
<b>C3. Raisonner, argumenter et démontrer. (3)</b>		Choisir l'opération qui convient à la situation étudiée. Pratiquer la déduction.	
<b>C3. Communiquer à l'aide de langages adaptés. (4)</b>			Choisir l'unité appropriée.
<b>C7. Être autonome dans son travail : savoir l'organiser, rechercher des informations</b>			

utiles.



### AIDES ÉLÈVES

#### Aides à la démarche :

- *Constat : un groupe d'élèves ne comprend pas certains mots : remises, budget, frais de port...*

Le professeur reformule avec les élèves ou prête un dictionnaire.

- *Constat : un groupe d'élèves ne sait pas par où commencer.*

Le professeur reformule avec les élèves :

Qu'est-ce que je dois faire ? Pourquoi dois-je le faire ?

- *Constat : le binôme d'élèves ne comprend pas ce qu'il doit faire (la tâche complexe).*

L'enseignant lui suggère une première étape, par exemple de déterminer la réduction pour un premier article. Puis de calculer le prix après réduction.

- *Constat : le binôme d'élèves a déjà avancé la résolution de son problème mais bloque.*

L'enseignant leur fait expliquer leur méthode de résolution et tente de leur faire comprendre quelle est l'étape qu'ils n'ont pas encore réalisée.

#### Apport de savoir-faire :

Appliquer un pourcentage.

## VENTES PRIVÉES

### Fiche élève

**Durée : 1 séance**

**Classe de 5<sup>e</sup>**

Depuis quelques années, il existe sur le Web des sites de ventes privées vous permettant d'acheter à prix réduit des objets de marque.

Madame X. est une cliente fidèle de ces sites de vente et a pour budget 200€.

Voici la liste des articles qu'elle souhaite acheter :

- une jupe Kc noire ;
- un short Ecd marron ;
- un top Brad bleu ;
- un T-shirt Brad vert ;
- une robe Kook rose ;
- une ceinture Smith noire.

À l'aide des documents proposés, aidez Madame X..

Peut-elle commander tous les articles de la liste sans dépasser le budget prévu ?

Sur quel site est-il plus intéressant de commander ?

Va-t-elle faire des économies ? Et si oui de quel montant ?

Désignation de l'article	Prix catalogue (€)	Remise sur le site A
Jupe Kc noire	65 €	70%
Jupe Kc rose	65 €	40%
Short Ecd marron	50€	55%
Top Brad bleu	20€	70%
T-shirt Brad vert	45€	63%
T-shirt Brad rouge	45€	50%
Robe Kook rose	100€	45%
Ceinture Smith noire	35€	60%
Frais de port	Gratuit	2€ par article



Désignation de l'article	Prix catalogue (€)	Remise sur le site B
Jupe Kc noire	65 €	20€
Jupe Kc rose	65 €	15€
Short Ecd marron	50€	30€
Top Brad bleu	20€	15€
T-shirt Brad vert	45€	20€
T-shirt Brad rouge	45€	30€
Robe Kook rose	100€	35€
Ceinture Smith noire	35€	15€
Frais de port	Gratuit	30€ quel que soit le nombre d'articles



## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« VENTES PRIVÉES »**

Cette activité s'est réalisée en classe sur une séance. Les élèves ayant une heure de permanence, sur le créneau suivant, ils ont terminé la rédaction seuls et ont rendu leurs travaux.

#### **Première étape**

Les élèves entrent dans la salle et s'installent en binôme de travail. Un document commun est distribué. Les élèves sont en autonomie. Très vite, il faut expliquer les mots « remise » et « frais de port ». Les élèves sont à nouveau en autonomie. Le professeur observe et écoute : les élèves discutent des différentes pistes à étudier.

#### **Deuxième étape**

Le professeur intervient auprès des élèves en difficulté, soit en donnant un « coup de pouce » en rappelant comment on applique un pourcentage, soit en les aidant dans leur démarche. Certains élèves ne comprennent pas la différence entre les deux sites de ventes privées.

#### **Troisième étape**

Les élèves continuent leur travail. Les élèves, ayant l'habitude de travailler en groupe, se répartissent le travail. Le professeur vérifie régulièrement l'avancée des travaux en répondant aux questions des élèves ( qui sont rares à cette étape).

Certains élèves, qui ont commencé les calculs, ont pris en compte tous les articles sur chaque site et n'ont pas suivi la liste.

Un binôme n'a pas vu que sur le site B, la réduction n'est pas en pourcentage.

#### **Quatrième étape**

Travail de rédaction fait pendant l'heure de permanence qui a suivi l'heure de cours.

#### **Conclusion**

Cette activité a motivé les élèves. Ils aiment relever des défis et les activités qui sont directement liées à la « vie courante ».

Elle a soulevé des discussions et demandé de l'organisation. Les élèves en binôme ont dû se mettre d'accord entre eux.

Ils ont de plus appris le sens de termes de la vie courante (« frais de port » ; « budget »...).

Cependant, même si la plupart des démarches sont correctes, deux binômes n'ont pas su appliquer les remises (comme le groupe 1). Des binômes ont fait des erreurs de calcul, ont utilisé les mauvais articles, mais les conclusions étaient cohérentes avec leurs résultats. Un seul groupe a mené à bien l'intégralité des calculs et des démarches.

## EXTRAITS DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

### Groupe 1

Désignation de l'article
Jupe Kc noire
Jupe Kc rose
Short Edc marron
Top Brad bleu
T-shirt Brad vert
T-shirt Brad rouge
Robe Kook rose
Ceinture Smith noire
Frais de port

Les élèves ont extrait les articles de la liste.

L'item (1) est évalué positivement.

Désignation de l'article
Jupe Kc noire
<del>Jupe Kc rose</del>
Short Edc marron
Top Brad bleu
T-shirt Brad vert
<del>T-shirt Brad rouge</del>
Robe Kook rose
Ceinture Smith noire
Frais de port

**SITE A**

exercice 1

Jupe Kc noire	Short Edc marron
$A = 70\% \text{ de } 65\text{€}$	$A = 55\% \text{ de } 50\text{€}$
$A = \frac{70}{100} \times 65$	$A = \frac{55}{100} \times 50$
$A = \frac{65}{100} \times 70$	$A = \frac{50}{100} \times 55$
$A = 0,65 \times 70$	$A = 0,50 \times 55$
$A = 45,50\text{€}$	$A = 27,50$
<del>45,50</del> $45,50 + 2 = 47,50$	$27,50 + 2 = 29,50$

✓ Les pourcentages sont bien appliqués. L'item (2) est évalué positivement.

✓ La réduction n'est pas appliquée. Les frais de port sont correctement pris en compte. L'item (3) n'est pas évalué positivement.



**Site B**

Jupe Ké maïka $65 - 20 = 45 \text{ €}$	Short Éole Maroon $50 - 30 = 20 \text{ €}$
Top Bridal Beau $20 - 15 = 5 \text{ €}$	T-shirt Brad vert $45 - 20 = 25 \text{ €}$
Robe Mack Rose $100 - 35 = 65 \text{ €}$	Cinture Sporta noire $35 - 15 = 20 \text{ €}$

$45 + 20 + 5 + 25 + 65 + 20 = 180 \text{ €}$   
 $180 + 30 = 210 \text{ €}$

Le Total des vêtements vaut 210 € donc elle ne pourra pas acheter car elle a que 200 €

- ✓ Les opérations sont bien choisies. Les frais de port sont correctement pris en compte. L'item (3) est évalué positivement.
- ✓ Le symbole « € » est utilisé. L'item (4) est évalué positivement.
- ✓ La conclusion partielle du travail mené est correcte.

**Groupe 2**

**Site A**

$\frac{65 \times 70}{100} = 45,5$	$65 \times 45,5 = 19,50 \text{ €}$
$\frac{65 \times 40}{100} = 26$	$65 - 26 = 39 \text{ €}$
$\frac{20 \times 70}{100} = 14$	$20 - 14 = 6 \text{ €}$
$\frac{45 \times 63}{100} = 28,35$	$45 - 28,35 = 16,65 \text{ €}$
$\frac{100 \times 45}{100} = 45,00$	$100 - 45 = 55 \text{ €}$
$\frac{35 \times 60}{100} = 21$	$35 - 21 = 14 \text{ €}$
$6 \times 2 = 12 \text{ €}$	
$19,50 + 39 + 6 + 16,65 + 55 + 14 = 162,15 \text{ €}$	

Le signe d'opération est mal choisi mais à la vue du résultat cela semble plus une erreur d'inattention.

Le binôme a utilisé un article non demandé dans la liste.

- ✓ Les pourcentages sont bien appliqués. L'item (2) est évalué positivement.
- ✓ Les opérations sont bien choisies. Les frais de port sont correctement pris en compte. L'item (3) est évalué positivement.
- ✓ Le symbole « € » est utilisé. L'item (4) est évalué positivement.

Site B =

$$65 + 50 + 20 + 65 + 100 + 35 = 345 \text{ €}$$

$$20 + 30 + 15 + 20 + 35 + 15 = 135 \text{ €}$$

$$345 - 135 = 180 \text{ €}$$

$$180 \text{ €} + 30 = 210 \text{ €}$$

✓ Les opérations sont bien choisies. Les frais de port sont correctement pris en compte. L'item (3) est évalué positivement.

✓ Le symbole « € » est utilisé. L'item (4) est évalué positivement.

Elle peut commander tous les articles dans le site A mais pas dans le site B.

✓ La conclusion du travail mené est correcte. L'item (3) est évalué positivement.

### Groupe 3

* $\frac{70}{100}$ de 65	* $\frac{55}{100}$ de 50	* $\frac{40}{100}$ de 20
= $\frac{70}{100} \times 65$	= $\frac{55}{100} \times 50$	= $\frac{40}{100} \times 20$
= $\frac{65}{100} \times 70$	= $\frac{50}{100} \times 55$	= $\frac{20}{100} \times 40$
= $0,65 \times 70$	= $0,5 \times 55$	= $0,2 \times 40$
= 45,5	= 27,5	= 14

\*  $65 - 45,5 = 19,5 \text{ €}$    \*  $55 - 27,5 = 27,5 \text{ €}$    \*  $20 - 14 = 6 \text{ €}$

✓ Les informations extraites du tableau sont bonnes, cependant on peut relever plusieurs erreurs de calcul mental.

✓ Les pourcentages sont bien appliqués. L'item (2) est évalué positivement.

✓ Les opérations sont bien choisies. Les frais de port sont correctement pris en compte. L'item (3) est évalué positivement.

✓ Le symbole « € » est utilisé. L'item (4) est évalué positivement.



$\frac{63}{100}$ de 45	$\frac{45}{100}$ de 100	$\frac{60}{100}$ de 35
$= \frac{63}{100} \times 45$	$= \frac{45}{100} \times 100$	$= \frac{60}{100} \times 35$
$= \frac{45}{100} \times 63$	$= \frac{100}{100} \times 45$	$= \frac{35}{100} \times 60$
$= 0,45 \times 63$	$= 1 \times 45$	$= 0,35 \times 60$
$= 20,35$	$= 45$	$= 21$

$45 - 20,35 = 24,65 \text{ €}$   $\times 100 = 2465$   $\div 45 = 54,77 \text{ €}$   $\times 35 = 1917,25$   
 $\times 25,50 + 27,34 + 6 + 84,65 + 149 + 55 = 156,65$   
 $\times 6 \times 2 = 12 \text{ €}$   $\times 156,65 + 12 = 168,65$

SITE B:

$65 - 20 = 45 \text{ €}$	$\times 45 + 20 + 5 + 25 + 65 + 20 = 180 \text{ €}$
$50 - 30 = 20 \text{ €}$	
$20 - 15 = 5 \text{ €}$	$\times 180 + 30 = 210 \text{ €}$
$45 - 20 = 25 \text{ €}$	
$100 - 35 = 65 \text{ €}$	
$35 - 15 = 20 \text{ €}$	

Conclusion

Site A = 168,65 €      Site B = 210 €

Oui, elle peut commander tous les articles sur les deux sites sans dépasser son budget de 200 €  
 Le site A est plus intéressant pour commander car il lui permet de faire une économie de 31,35 € (200 - 168,65).

- ✓ Les opérations sont bien choisies. Les frais de port sont correctement pris en compte. L'item (3) est évalué positivement.
- ✓ Le symbole « € » est utilisé. L'item (4) est évalué positivement.
- ✓ La conclusion du travail mené est correcte. L'item (3) est évalué positivement.

# LES LÉZARDS D'ESCHER

(Une nouvelle transformation : la symétrie centrale)

Virginie Forichon  
Professeure au collège E. Delacroix  
Roissy En Brie

## Niveau concerné

Cinquième.

## Modalité

Travail mené sur une séance d'une heure en salle informatique. Travail en binôme, suivi d'une recherche individuelle à la maison.

## Pré-requis

Connaître les bases d'utilisation d'un logiciel dynamique de géométrie.

## Objectifs

- ⇒ Amener les élèves à découvrir la symétrie centrale dans un contexte artistique.
- ⇒ Favoriser les échanges entre élèves.
- ⇒ Manipuler un logiciel de géométrie dynamique.

<p>Le document de travail élève <b>tableau_Escher.ggb</b> est à télécharger sur le site <b>maths.ac-creteil.fr</b> à la rubrique collège accompagnant cette brochure.</p>
---

## LES LÉZARDS D'ESCHER – Fiche professeur

**Durée : 1 séance**

**Classe de 5<sup>e</sup> (salle informatique)**

### SITUATION-PROBLÈME

Eva souhaite changer les couleurs du tableau d'Escher qu'elle utilise comme fond d'écran. Elle aimerait que tous les lézards soient blancs. Elle décide donc de fabriquer deux modèles de lézards blancs. En dupliquant chacun de ces modèles, elle parvient à recouvrir entièrement le fond d'écran de lézards blancs. Comment a-t-elle fait ?



### CONSIGNES

#### **PARTIE 1 (SOUS WORD)**

Tenter de recouvrir le tableau d'Escher de lézards blancs comme l'a fait Eva.

#### **PARTIE 2 (SOUS GEOGEBRA)**

Pour aller plus vite elle décide d'utiliser la commande « symétrie centrale » du logiciel GeoGebra.

→ Ouvrir le fichier « tableau Escher.ggb » envoyé par mail.

→ Reconstituer le fond d'écran de lézards blancs en faisant comme elle.

#### **PARTIE 3 (A LA MAISON)**

Pour aller plus loin ...

→ Faire une petite recherche sur *Maurits Cornelis Escher* afin de réaliser une mini-biographie.

→ Trouver un pavage d'Escher réalisé à l'aide d'au moins une symétrie centrale.

### COMPÉTENCE 3 DU SOCLE COMMUN

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Géométrie
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>	Extraire des informations à partir d'un document mis en forme. (1)
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>	Utiliser un logiciel de géométrie (2)
<b>Raisonnement, argumenter et démontrer.</b>	Participer à la conception d'une construction géométrique. (3)
<b>Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>	Donner une solution conforme aux consignes données. (4)
<b>S'approprier un environnement informatique de travail</b>	Utiliser le logiciel GeoGebra à disposition. (5)

### AIDES ÉLÈVES

#### **Aide à la démarche :**

Proposer deux lézards particuliers et essayer de passer de l'un à l'autre.

#### **Apport de savoir-faire :**

Savoir utiliser l'outil à notre disposition : GeoGebra.

## LES LÉZARDS D'ESCHER – Fiche élève

Durée : 1 séance

Classe de 5<sup>e</sup> (salle informatique)

### Partie 1

Eva souhaite changer les couleurs du tableau d'Escher qu'elle utilise comme fond d'écran. Elle aimerait que tous les lézards soient blancs. Elle décide donc de fabriquer deux modèles de lézards blancs. En dupliquant chacun de ces modèles, elle parvient à recouvrir entièrement le fond d'écran de lézards blancs. Comment a-t-elle fait ?

→ Tenter de recouvrir le tableau d'Escher de lézards blancs comme l'a fait Eva (on se limitera aux lézards qui apparaissent entièrement à l'écran).

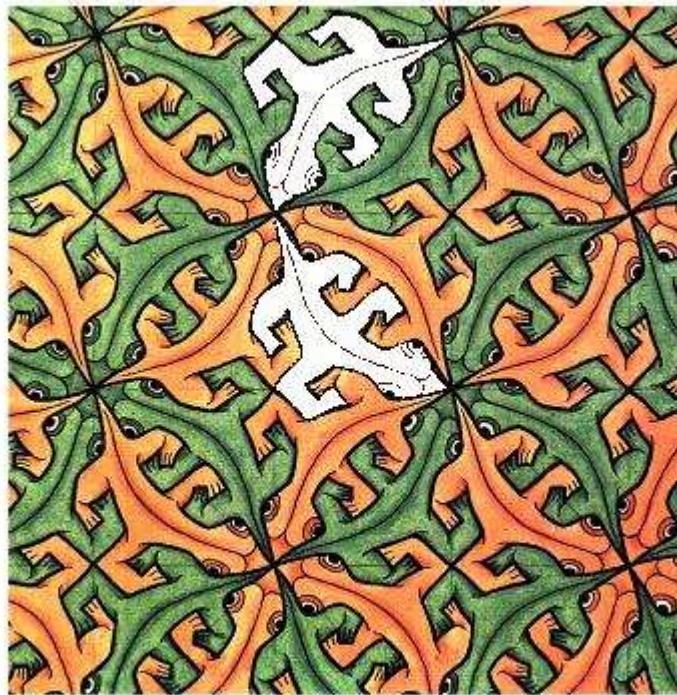


### Aide :

**Pour dupliquer un lézard blanc :** clique droit sur le lézard blanc, sélectionne « copier » puis clique droit et sélectionne « coller ».

**Pour déplacer un lézard blanc :** clique dessus, puis déplace-le à l'aide des flèches du clavier / pour être plus précis, tu peux maintenir la touche Ctrl appuyée en même temps que tu utilises les flèches.

**Pour modifier la position d'un lézard blanc :** clique gauche sur le rond vert dessus puis modifie la position du lézard.



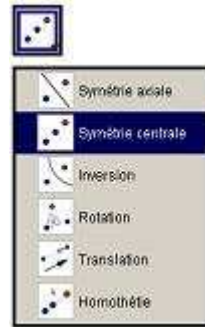
All M.C. Escher works © 2011 The M.C. Escher Company - the Netherlands. All rights reserved. Used by permission. [www.mcescher.com](http://www.mcescher.com)

## Partie 2

Pour aller plus vite, Eva décide d'utiliser la commande « symétrie centrale » du logiciel GeoGebra.

→ Ouvrir le fichier « tableau Escher.ggb ».

→ Reconstituer le fond d'écran de lézards blancs en faisant comme elle (là encore, on se limitera aux lézards qui apparaissent entièrement à l'écran).



## Partie 3

Pour aller plus loin ...

→ Faire une petite recherche sur Maurits Cornelis Escher afin de réaliser une mini-biographie dans laquelle figureront des informations telles que « Qui était Escher ? », « Où vivait-il ? », « Que faisait-il ? », « Quel est le lien entre son travail et les mathématiques ? »

→ Trouver un pavage d'Escher réalisé à l'aide d'au moins une symétrie centrale.

Le travail sera enregistré en format word et envoyé en pièce jointe au professeur par l'intermédiaire du Cartable En Ligne.



## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« LES LÉZARDS D'ESCHER »**

Cette activité s'est déroulée en une séance, en salle informatique. À la fin de la séance, les élèves sont invités à poursuivre leur recherche à la maison.

#### **Déroulement de la séance**

##### **1<sup>e</sup> étape (20 min)**

Le document commun est téléchargé par chaque binôme via le Cartable En Ligne. Les élèves sont en autonomie. Plusieurs binômes commencent par recouvrir les lézards les plus accessibles du pavage (très souvent les lézards oranges) et ne sont pas souvent amenés à faire de demi-tours. Une bonne partie des élèves n'a pas vu les lézards verts. En isolant deux lézards particuliers au tableau, le professeur peut donc solliciter les groupes à expliquer la transformation effectuée pour passer de l'un à l'autre et leur permettre de poursuivre leur travail.

##### **2<sup>e</sup> étape (15 min)**

Bilan avec l'ensemble de la classe. Les élèves ont dans l'ensemble bien visualisé les demi-tours. Avant de poursuivre l'activité sur GeoGebra, le professeur invite les élèves à débattre sur le ou les points autour desquels les lézards doivent tourner pour pouvoir compléter le pavage. La réponse la plus fréquemment donnée est : « demi-tour autour du nez ou de la queue ».

##### **3<sup>e</sup> étape**

Le document commun est téléchargé par chaque binôme via le Cartable En Ligne. L'activité se poursuit sur le logiciel GeoGebra.

Deux types de binômes se sont différenciés :

- Ceux qui ont isolé un lézard dans leur tête, puis ont imaginé un point tel qu'après demi-tour de ce lézard, celui-ci atterrisse sur un autre lézard du pavage. Ils ont donc ensuite placé le point puis effectué la symétrie centrale pour vérifier leur conjecture. Dans le cas où cela a fonctionné, ils ont continué à procéder ainsi. Dans le cas contraire, ils ont supprimé le point et recommencé.
- Ceux qui ont créé un point n'importe où sur le pavage, puis ont effectué la symétrie centrale d'un lézard. Ils ont ensuite déplacé le point jusqu'à ce que l'image construite se superpose sur un lézard du pavage. Ces binômes sont ceux ayant obtenu les meilleurs taux de remplissage du pavage et découvert le plus de centres de symétrie différents.

#### **Devoir maison**

Les élèves doivent rechercher des informations sur Escher puis trouver une œuvre dans laquelle l'auteur réalise un pavage en utilisant au moins une symétrie centrale. Le professeur réalise ensuite un fichier bilan regroupant les différentes œuvres proposées. Au tableau numérique, les différentes réponses sont visualisées, puis analysées par le groupe classe. Professeur et élèves valident ensuite les œuvres répondant à la consigne.

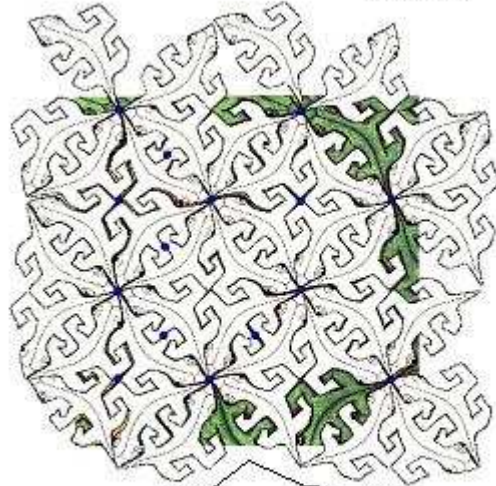
## EXTRAITS DE PRODUCTIONS D'ÉLÈVES

Binôme 1



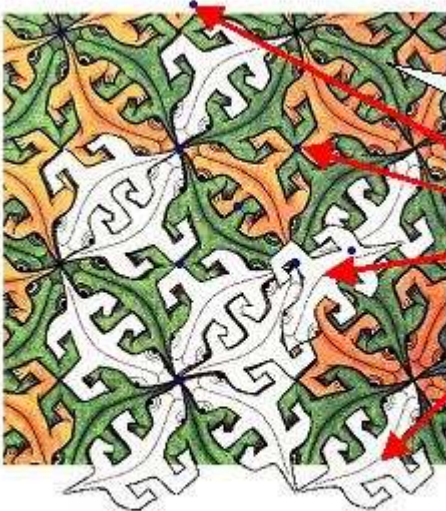
Les enjeux et consignes ont été compris, manque de temps pour terminer.

Binôme 2



L'item (4) n'est que partiellement atteint. Seuls les lézards entiers devaient être recouverts. Le reste est maîtrisé.

Binôme 3



La consigne semble être comprise mais des difficultés de réalisation. Les items (3), (4) et (5) sont en cours d'acquisition.



# HISTOIRE DE BONBONS

## Investigation avec un tableur

Valérie Hernandez  
Professeure au collège du Montois  
Donnemarie-Dontilly

### **Niveau concerné**

Cinquième.

### **Modalité**

En classe, travail individuel puis en binôme sur ordinateur, suivi d'une synthèse ;  
explication du titre (définition d'une équation diophantienne).

### **Pré-requis**

- Savoir utiliser une calculatrice.
- Savoir utiliser un tableur.

### **Objectifs**

- Utiliser le tableur pour résoudre un problème.
- Développer initiative et curiosité.

## HISTOIRE DE BONBONS – Fiche professeur

**Durée : 1 séance**

**Classe de 5<sup>e</sup> (salle informatique)**

### SITUATION-PROBLÈME

Pour le départ d'Alexis, les élèves de 5<sup>ème</sup> ont amené 100 bonbons. Chaque garçon mange 8 bonbons et chaque fille en mange 5. Tous les bonbons ont été mangés.



### CONSIGNES

1. Combien peut-il y avoir de filles et de garçons dans cette classe ?
2. On considère à présent qu'il y a 17 élèves dans cette classe. Combien peut-il y avoir de filles et de garçons ?

### COMPÉTENCES/OBJECTIFS

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Organisation gestion données	Nombres et calculs	Géométrie	Grandeurs et mesures
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>		Rechercher les informations utiles.		
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>		Mettre en œuvre une démarche de résolution/ mettre en œuvre plusieurs pistes de solutions		
<b>Raisonner, argumenter et démontrer.</b>		Contrôler un résultat.		
<b>Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>		Utiliser un tableur/une calculatrice		

## HISTOIRE DE BONBONS – Fiche élève

Durée : 1 séance

Classe de 5<sup>e</sup> (salle informatique)

### Compétences

#### Rechercher, extraire des informations

Rechercher les informations utiles.

#### Calculer, appliquer une consigne

Mettre en œuvre une démarche de résolution ; mettre en œuvre plusieurs pistes de solutions.

Utiliser un tableur/ une calculatrice.

#### Raisonner, argumenter

Contrôler un résultat.

Utiliser un tableur/ une calculatrice.

#### Présenter, rédiger

Exposer un raisonnement.

Pour le départ d'Alexis, les élèves de 5<sup>ème</sup> ont amené 100 bonbons. Chaque garçon mange 8 bonbons et chaque fille en mange 5. Tous les bonbons ont été mangés.

1. Combien peut-il y avoir de filles et de garçons dans cette classe ?

2. On considère à présent qu'il y a 17 élèves dans cette classe. Combien peut-il y avoir de filles et de garçons ?



## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« HISTOIRE DE BONBONS »**

Cette activité est menée en salle informatique. Après avoir lu l'énoncé, les élèves commencent à chercher comment répondre au problème individuellement, puis en binôme. Le professeur précise qu'ils ont droit à tous les outils pour résoudre ce problème.

Les calculatrices sont les premières utilisées pour la recherche par « tâtonnement ». D'autres songent à utiliser judicieusement le tableur. D'autres enfin cherchent à décomposer le nombre de bonbons : 100, comme une somme de deux nombres puis regardent si « il y en a un qui est égal à 8 fois quelque chose et l'autre qui est égal à 5 fois quelque chose ».

Certains s'interrogent sur la question « pourquoi y a-t-il écrit : combien PEUT-IL y avoir de filles et de garçons » ? Y a-t-il plusieurs solutions ?

Un bilan de mi-parcours est fait au bout de 20 min. Les élèves font brièvement part de leur méthode et de l'outil utilisés, ainsi que de leur questionnement quant à l'unicité de la solution.

Les recherches se poursuivent.

La méthode par tâtonnement, qui a permis de répondre facilement à l'existence d'une solution se révèle laborieuse pour en trouver d'autres.

Des stratégies se mettent alors en place dans différents groupes et l'idée de trouver des multiples de 8 et de 5 pour répondre à ce questionnement apparaît.

Place alors au tableur qui va permettre d'y répondre « plus vite ».

L'heure s'achève avec une synthèse des différentes méthodes et solutions proposées.

Voici quelques extraits de réponses :

Le premier montre une recherche « à la main » par décomposition du nombre 100. Les élèves n'ont cependant pas tenu compte de l'interrogation du groupe-classe pour la première question.

Le deuxième extrait montre l'utilisation du tableur pour répondre au problème posé.

La deuxième question pourrait être supprimée pour favoriser l'analyse et l'approfondissement de la première question..

**Autres compétences pouvant être mises en jeu (selon le niveau) :**

- utiliser/produire une expression littérale ;
- tester une égalité.

**Prolongement possible :** les équations diophantiennes.

Productions d'élèves

① GARÇONS  
 $10 \times 8 = 80$

Les garçons sont 10 et ont mangé chacun 8 bonbons.

FILLES

$4 \times 5 = 20$

Les filles sont 4 et ont mangé chacune 5 bonbons.

TOTAL

$20 + 80 = 100$

Dans la classe il y a 4 filles et 10 garçons.

Y a-t-il une autre solution ? Y a-t-il d'autres possibilités ?

② GARÇONS

$8 \times 5 = 40$

Les garçons sont 8 et ont mangé chacun 5 bonbons.

FILLES

$5 \times 12 = 60$

Les filles sont 12 et ont mangé chacune 5 bonbons.

TOTAL

Dans la classe il y a 12 filles et 8 garçons.

D14				
=8*A14+5*B14				
	A	B	C	D
1	nombre de garçons	nombre de filles	nombre d'élèves	nombre de bonbons mangés
2		11	12	75
3		10	11	21
4		7	8	17
5		5	5	11
6		7	8	15
7		8	7	15
8		8	8	16
9		10	5	16
10		10	4	14
11				0
12		11	5	17
13		5	11	17
14		5	12	17
15				

A	B	C	D
bonbons mangés par les garçons	bonbons mangés par les filles		nombre
8	5		1
16	10		2
24	15		3
32	20		4
40	25		5
48	30		6
56	35		7
64	40		8
72	45		9
80	50		10
88	55		11
96	60		12
104	65		13
112	70		14
120	75		15
128	80		16
136	85		17
144	90		18
152	95		19
160	100		20

1. Comme on a 100 bonbons, et que le nombre de bonbons mangés par les filles est un multiple de 5 alors on a trouvé 40 bonbons (5 garçons) et 60 bonbons (12 filles) et aussi 80 bonbons (10 garçons) et 20 bonbons

2. Il y a alors 5 garçons et 12 filles

Réponse du groupe :

1. Comme on a 100 bonbons et que le nombre de bonbons mangés par les filles est un multiple de 5, alors on cherche aussi un multiple de 5 pour le nombre de bonbons mangés par les garçons. On a trouvé 40 bonbons (5 garçons) et 60 bonbons (12 filles), et aussi 80 bonbons (10 garçons) et 20 bonbons (4 filles)
2. Il y a alors 5 garçons et 12 filles.



# CRYPTOGRAPHIE :

## des activités adaptables de la 6<sup>e</sup> à la 3<sup>e</sup>

Jean-Baptiste MAYENSON  
Professeur au collège Roger Martin du Gard  
Épinay-sur-Seine

Christelle SERRA  
Professeure au collège Liberté  
Chevilly Larue

### Niveau concerné

Sixième, quatrième et troisième

### Modalité

– En sixième, tout ce qui est présenté a été abordé dans l'ordre annoncé. Le travail même des élèves en classe ou à la maison dépend des activités. Les activités peuvent cependant se traiter séparément, sans lien effectif entre elles.

Ces séances ont été menées, en sixième, dans le cadre d'un projet d'écriture de conte mathématique, lien interdisciplinaire mathématiques-français réalisé tout le long de l'année scolaire. Les élèves bénéficiaient donc pour cela d'une heure supplémentaire de mathématiques (et de français) inscrite dans leur emploi du temps.

– En quatrième, de même qu'en sixième, les activités ont été abordées dans l'ordre annoncé. Elles ont été traitées en classe entière, sur trois fins de séances successives de 10/15 minutes, puis sur deux heures en salle informatique en alternant l'utilisation individuelle des ordinateurs. La mise en commun et la synthèse ont nécessité une séance supplémentaire.

– En troisième, les activités ont été testées sur quatre séances en classe entière en salle informatique (deux fois deux heures) avec une utilisation alternée des ordinateurs.

### Pré-requis

– Activités sixième : aucun pré-requis mathématique important n'est nécessaire. La compréhension de consignes est le principal pré-requis.

Toutefois, avant de lancer les activités présentées, la notion de cryptographie a été rapidement présentée à la classe pour qu'il n'y ait pas d'ambiguïté sur ce que l'on entend par *texte codé* et *texte clair*.

– Activités quatrième : compréhension de consignes, notions de statistique de cinquième.

– Activités troisième : compréhension de consignes, notion de fonction (TP1), fonction affine et arithmétique (TP2)

## Objectifs

Ces activités permettent de travailler certaines méthodes de cryptographie (compréhension par les élèves des procédures à utiliser) et sont adaptables à différents niveaux du collège, selon les objectifs que l'on veut se fixer.

En 6<sup>e</sup>, ces activités sont un support pertinent pour la compréhension des consignes à travers l'appropriation des méthodes de cryptage. Elles abordent les connaissances et compétences mathématiques suivantes : lire, utiliser et interpréter des données à partir de tableaux ou de représentations graphiques. Elles obligent enfin les élèves à s'organiser dans la gestion des données qui sont à leur disposition.

Le prolongement sur tableur en 4<sup>e</sup> peut être traité indépendamment des autres méthodes de cryptographie. Ces activités permettent d'asseoir les acquis de 5<sup>e</sup>, d'utiliser le tableur, de présenter une démarche statistique et d'étudier la limite de la méthode par analyse de fréquence.

Le prolongement en 3<sup>e</sup> sur le chiffrement linéaire permet de s'initier au raisonnement algorithmique, de revoir les notions de fonction et fonction affine, ainsi que d'utiliser le tableur à bon escient. Ces activités sont aussi développées en lycée.

## Interdisciplinarité

Ces activités sont un prétexte intéressant pour faire un lien avec le français : reprise de textes étudiés en cours de français (travail interdisciplinaire avec la collègue de lettres) et notamment pour travailler autour de littérature et mathématique avec des textes évoquant les mathématiques (voir les exemples donnés dans la fiche professeur).

En effet, l'extrait de *Marius* de Marcel Pagnol (document 1) est particulièrement riche lorsque l'on travaille sur les fractions (partie importante du programme pour la classe de sixième) ; il permet également, de façon générale, de montrer la différence entre l'usage rigoureux d'un outil et son usage « sauvage » dans la vie de tous les jours.

Dans le document 2, le poème de « géométrie » est extrait du recueil d'Eugène Guillevic. Il constitue une manière originale d'aborder cette partie des mathématiques. Il peut être complété avec d'autres poèmes : la discussion évoque alors la compatibilité avec les définitions apprises en géométrie. On peut aussi espérer que les élèves s'approprient mieux les notions, grâce au jeu et à la création.

Dans le document 3, la chanson de Boris Vian est un exemple permettant de travailler, tout en « s'amusant », sur la polysémie des mots et on sait à quel point, en classe de sixième, il est nécessaire de s'y attarder.

En quatrième le thème sur la poésie, a été choisi avec les professeurs de français. Les poèmes utilisés pour l'étude des fréquences d'apparitions des voyelles ont été étudiés en cours. Dans l'une des deux classes, cette étude a permis de préparer un travail en français sur les contraintes d'écriture.

## CRYPTOGRAPHIE – Fiche professeur

**Durée : 6 séances**

**Classe de 6<sup>e</sup>**

### Situation

*Code de César* : coder et décoder un texte à partir de la méthode décrite.

*Variante du code de César* : décoder un texte à partir d'un diagramme en bâtons qui indique la fréquence d'apparition de chaque lettre dans le texte clair.

*Carré de Polybe* : coder un texte grâce aux coordonnées des lettres lisibles dans tableau double-entrée.

*Substitution mono-alphabétique* : décoder un texte à partir d'un diagramme en bâtons qui indique la fréquence d'apparition de chaque lettre dans le texte clair.

### Supports et ressources de travail (fournis pages suivantes)

*Document 1* : principe de la méthode, extrait du poème « C'est les Mathématiques » de Tom Lehrer à décoder et extrait de la pièce de théâtre « Marius » de Marcel Pagnol (acte 2) à décoder.

*Document 2* : principe de la méthode, poème extrait des « Euclidiennes » de Eugène Guillvec à décoder et diagramme en bâtons qui indique le nombre de fois où apparaît chaque lettre dans le texte clair.

*Document 3* : principe de la méthode (un tableau double entrée) et chanson « Racine Carrée » de Boris Vian à coder.

*Document 4* : extrait des « Contes » de Charles Perrault à décoder grâce à un diagramme.

### Compétences

Pratiquer une démarche scientifique ou technologique	Capacités susceptibles d'être évaluées en situation	Exemples d'indicateurs de réussite
<i>Rechercher, extraire et organiser l'information utile</i>	Extraire d'un document papier les informations utiles Organiser les informations pour les utiliser	Entreprendre le comptage de chaque lettre Présenter les nombres d'apparition pour les comparer
<i>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes</i>	Suivre un protocole	Compter chaque lettre sans oublier
<i>Raisonnement, argumenter, pratiquer une démarche expérimentale ou technologique, démontrer</i>	Proposer une procédure	Mettre en œuvre une stratégie pour associer les lettres du texte codé à celles du texte clair
<i>Présenter la démarche suivie, les résultats obtenus, communiquer à l'aide d'un langage adapté</i>	Rendre compte de la démarche de résolution	Expliquer les choix pour remplacer les lettres. Reconstituer les textes sans erreur

Savoir utiliser des connaissances et compétences mathématiques	Capacités susceptibles d'être évaluées en situation	Exemples d'indicateurs de réussite
<i>Organisation et gestion de données</i>	Lire des données présentées sous forme de graphiques	Reconnaître que le nombre d'apparition de chaque lettre du texte codé est lié au nombre d'apparition des lettres du graphique (texte clair)

Niveaux	Connaissances	Capacités
6 <sup>e</sup>	Représentations usuelles des données	Lire, utiliser et interpréter des informations à partir d'une représentation graphique simple Organiser des données en choisissant un mode de représentation adapté : tableau à deux ou plusieurs colonnes

## CRYPTOGRAPHIE – Fiche élève

Durée : 6 séances

Classe de 6<sup>e</sup>

### Document 1

#### Principe de la méthode du code de César

Le texte codé s'obtient en remplaçant chaque lettre du texte clair par la lettre qui est située trois rangs plus loin dans l'alphabet.

La longueur du décalage constitue la clé du chiffrement

#### *Extrait du poème « C'est les Mathématiques », de Tom Lehrer*

Compter les moutons  
Quand tu essayes de dormir,  
Etre juste  
Quand il y a quelque chose à partager,  
Etre soigneux  
Quand tu plies une feuille,  
C'est les mathématiques !  
Quand une balle  
Rebondit contre un mur,  
Quand tu cuisines  
Avec un livre de recettes,  
Quand tu sais  
Combien d'argent tu dois,  
C'est les mathématiques !  
Quelle quantité d'or tient dans l'oreille d'un éléphant ?  
A midi sur la lune, quelle heure est-il sur terre ?  
Si tu pouvais compter pendant toute une année, arriverais-tu à l'infini,  
Ou quelque part, dans les environs ?  
Quand tu décides  
Combien de timbres utiliser,  
Quand tu sais  
Quelles sont les chances qu'il neige,  
Quand tu paries  
Et finis par t'endetter,  
Oh tu peux toujours essayer,  
Tu ne pourras jamais échapper  
Aux mathématiques !  
[...]

**En choisissant une clé de 3, coder le poème ci-dessus et expliquer la méthode.**

**Extrait de la pièce de théâtre « Marius », de Marcel Pagnol (acte II)**

FHVDU

HK ELHQ, SRXU OD GLALPH IRLV, MH YDLVWH O'HASOLTXHU, OH SLFRQ-  
FLWURQFXUDC, DR. DSSURFKH-WRL ! WX PHWV G'DERUG XQ WLHUV GH  
FXUDC, DR. IDLV

DWWHQWLRQ : XQ WRXW SHWLW WLHUV. ERQ. PDLQWHQDQW, XQ WLHUV  
GH

FLWURQ. XQ SHX SOXV JURV. ERQ. HQVXLWH, XQ ERQ WLHUV GH SLFRQ.  
UHJDUGH

OD FRXOHXU. UHJDUGH FRPPH F'HVW MROL. HW D OD ILQ, XQ JUDQG  
WLHUV G'HDX. YRLOD.

PDULXV

HW C,D IDLV TXDWUH WLHUV.

FHVDU

HADFWHPHQW. M'HVSHUH TXH FHWWH IRLV, WX DV FRPSULV.

PDULXV

GDQV XQ YHUUH, LO Q'B D TXH WURLV WLHUV.

FHVDU

PDLV, LPEFHLOH, C,D GHSHQG GH OD JURVVHXU GHV WLHUV!...

PDULXV

HK QRQ, C,D QH GHSHQG SDV. PHPH GDQV XQ DUURVRLU, RQ QH SHXW  
PHWWUH

TXH WURLV WLHUV.

FHVDU

DORUV, HASOLTXH-PRL FRPPHQW M'HQ DL PLV TXDWUH GDQV FH YHUUH!

**En choisissant une clé de 3, décoder l'extrait ci-dessus et expliquer la méthode.**

## Document 2

### Principe de la méthode du code de César

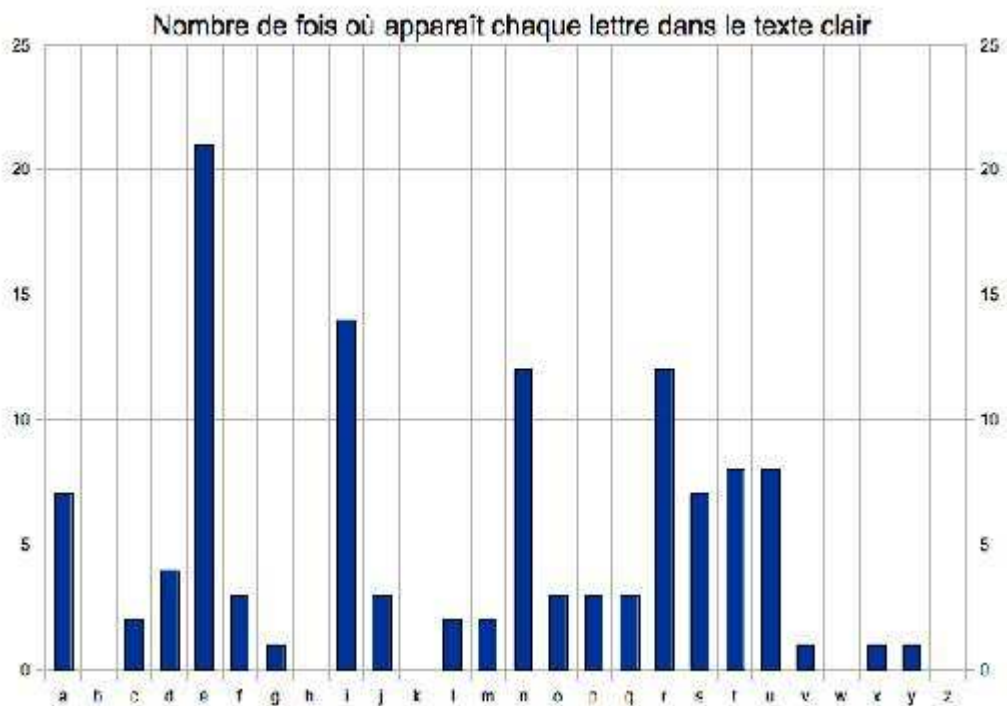
Le texte codé s'obtient en remplaçant chaque lettre du texte clair par la lettre qui est située trois rangs plus loin.

La longueur du décalage constitue la clé du chiffrement.

#### Poème extrait des « *Euclidiennes* », de Eugène Iuillvec

YT CT HJXH FJT AT UGJXI ETJI-TIGT  
ST STJM AXVCTH FJX HT GTCRDCIGTCI.  
YT C'PX GXTC  
DC SXI : EPGIXG SJ EDXCI,  
N PGGXKTG.  
YT C'TC HPXH GXTC.  
BPXH FJX  
B'TUUPRTGP?

#### Diagramme en bâtons



Le professeur a crypté, avec le code de César, le poème donné ci-dessus. Il a oublié la clé pour le décoder. Avec le diagramme en bâtons, aider le professeur à décoder le poème et expliquer la méthode.



### Document 3

#### Principe de la méthode du Carré de Polybe

Polybe est à l'origine d'une méthode très originale pour coder. Pour cela, il dispose les lettres dans un tableau 5×5 (on identifie le I et le J) :

	1	2	3	4	5
1	A	B	C	D	E
2	F	G	H	I, J	K
3	L	M	N	O	P
4	Q	R	S	T	U
5	V	W	X	Y	Z

On remplace alors chaque lettre par ses coordonnées dans le tableau, en écrivant d'abord la ligne, puis la colonne.

#### *Chanson « Racine carrée » de Boris Vian*

Il y a des racines de tout'les formes  
 Des pointues, des rond' et des difformes  
 Cell'de la guimauve est angélique  
 Il y a un Racin' qui est classique  
 Et la mandragore est diabolique  
 Mêm's'il nous bassin' on n'y peut plus rien  
 Mais la racine que j'adore  
 Et qu'on extrait sans effort-eu  
 La racin' carrée c'est ma préféré-ée  
 Une racine qu'a un aspect louche  
 C'est cell'de l'arbre de couche  
 Le drogué vend son âme  
 Pour cell' de l'arbre à cames  
 Si la racine du manioc a  
 De quoi fair'du tapioca  
 Evitons tout'not' vie (de bouffer)  
 Celle du pissenlit  
 Il y a des racin' qui s' vend'en bottes  
 Le radis, l'navet ou la carotte  
 Vous connaissez celle de la bruyère  
 Dans laquell' on taille des pip' en terre  
 Il y a la racin' de canne à pêche  
 Cultivez-la donc, qu'est-c'qui vous empêche ?  
 Mais la racine que j'adore  
 Donnez m'en-z-encore, encore  
 La racin' carrée c'est ma préféré-ée.

**Coder la chanson ci-dessus et expliquer la méthode.**

## Document 4

### Principe de la méthode de substitution mono-alphabétique

On définit une substitution mono-alphabétique en indiquant de quelle façon remplacer chaque lettre de l'alphabet par une autre différente. Pour qu'une telle substitution puisse servir au cryptage d'un texte, il faut respecter les deux conditions suivantes : deux lettres différentes sont codées de façons différentes et la même lettre est toujours codée de la même façon.

#### Extrait des « Contes » de Charles Perrault

GN OLZXFQ CGLHVNSD QN HNINVGGN NP QSHQFSE,  
 NZS UN ONEEN ISN NE U' SP NQXLVH QV JFSE.  
 VG HNPU CHFON FS QLGNVG, NE ANHZN OLZZN SP FVCGN  
 GN HNCFHUN NE Q'NP IF : XSVQ HNPOLPEHN GF HNCGN;  
 UHLVEN, U' SP CHFIN XLHE, XGNVPN UN ZFBNQEN,  
 VPAGNDVWGN NE QSHELSE LWQNHIFPE G'NMSVEN (...)  
 ELSENALVQ PLQ FZLSHQ, HNXGVMSF GN OLZXFQ,  
 XHLUSVHLPE UNQ NPAFPEQ MSV IFVPOHLPE GN EHNXFQ.  
 UN PLSQ UNSD QLHEVHF GF WNGGN FHOJVENOESHN,  
 NE ZVGGN PLWGNQ FHEQ XLSH XLGVH GF PFESHN, (...)  
 GN OLZXFQ FSQQVELE QSH SP XVNU QN UHNQQF,  
 NE UN G'FSEHN, NP ELSHPFPE SP CHFPU ONHOGN EHFOF,  
 GF HNCGN NP ASE HFIVN, NE QLSUFVP QN IVPE ZNEEHN  
 UFPQ GN ZVGVNS US ONHOGN, NE AVE GN UVFZNEHN.  
 QLP FZFPE G'NZWHFQQF, G'FRFPE F QF ZNHOV,  
 EFPELE Q'NGFHCVQQFPE NE EFPELE HFOOLSHOV,  
 NE G'LP IVE PFVEHN FGLHQ UN GNSHQ ULOENQ XLQESHNQ  
 EHVPCGNQ NE OFHHNQ, NE ZVGGN FSEHNQ AVCSHNQ.

#### Diagramme en bâtons



Avec le diagramme en bâtons, décoder le texte ci-dessus et expliquer la méthode.

## CRYPTOGRAPHIE – Fiche professeur

**Durée : 3 fins de séances (doc 1 à 3) + 3 séances (doc 4 à 6)      Classe de 4<sup>e</sup>**

### Situation

*Code de César* : coder et décoder un texte à partir de la méthode décrite.

*Variante du code de César* : décoder un texte à partir d'un diagramme en bâtons qui indique la fréquence d'apparition de chaque lettre dans le texte clair.

*Carré de Polybe* : coder un texte grâce aux coordonnées des lettres lisibles dans le tableau à double-entrée.

*Substitution mono-alphabétique* : décoder un texte à partir d'un diagramme en bâtons qui indique la fréquence d'apparition de chaque lettre dans le texte clair.

*Fréquence d'apparition des voyelles* : (trois documents par groupe) utilisation du tableur.

### Supports et ressources de travail (fournis pages suivantes)

*Document 1* : principe de la méthode, mots à coder ou décoder, poèmes à coder.

*Document 2* : principe de la méthode, poème extrait des « Euclidiennes » de Eugène Guillvec à décoder et diagramme en bâtons qui indique le nombre de fois où apparaît chaque lettre dans le texte clair.

*Document 3* : principe de la méthode (un tableau à double entrée), chanson « Racine Carrée » de Boris Vian à coder, citations à décoder.

*Document 4* : principe de la méthode (tableau des fréquences), analyse et étude de fréquence d'apparition des lettres dans un poème.

*Document 5* : TP tableur, fréquence d'apparition des voyelles dans des poèmes.

*Document 6* : recueil des données, calcul de pourcentage.

### Compétences (Prolongement)

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Organisation et gestion de données	
<b>C3. Observer, rechercher, organiser les informations.</b>	Traduire des symboles, des consignes, coder, décoder...	Exploiter des données statistiques
<b>C3. Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>	Utiliser un tableur-grapheur pour : <ul style="list-style-type: none"> <li>• Présenter des données ;</li> <li>• Calculer des effectifs, des fréquences ;</li> <li>• Créer un graphique ou un diagramme à partir des données d'une feuille de calcul</li> <li>• Calculer, utiliser une formule</li> <li>• Créer, analyser, utiliser une formule</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser et construire des tableaux, diagrammes et graphiques</li> <li>• Calculer une fréquence</li> <li>• Calculer le pourcentage relatif à plusieurs groupes</li> </ul> Compétence 4 domaine 3
<b>C3. Raisonner, argumenter et démontrer.</b>	Confronter le résultat au résultat attendu	Choisir la bonne représentation statistique ; Porter un regard critique sur des résultats.
<b>C3. Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>	Compte rendu : rédiger la réponse avec les critères de rigueur mathématiques	

## CRYPTOGRAPHIE – Fiche élève

Durée : 3 + 3 séances Classe de 4<sup>e</sup>

### Document 1

Principe de la méthode du code de César :  
 Le texte codé s'obtient en remplaçant chaque lettre du texte clair par la lettre qui est située trois rangs plus loin dans l'alphabet.  
 La longueur du décalage constitue la clé du chiffrement

**Pour chaque codage et décodage, expliquer la méthode.**

Exercice 1 :

Décoder le message *ERQ GHEXW* a été crypté avec la méthode de codage de Jules César.

Exercice 2 : Maintenant, on utilise la **clé 17**.

1°) Coder le message : *CRYPTAGE* .

2°) Décoder le message : *JKRZJKZHLVL* .

3°) Décoder le message : *MIRZDVEK WRTZCV R UVTIPGKVI*.

Exercice 3 : Décoder le message *KWLIOM BZWX AQUXTM* sachant qu'il a été crypté avec la méthode de chiffrement de César et que la lettre *H* est codée par la lettre *P*.  
 Quelle est la clé ?

**Aide pour le cryptage et le décryptage par la méthode de César.....**

Pour faciliter le cryptage et le décryptage, on utilise un tableau de chiffrage. Voici comment. :

➤ On numérote les lettres de l'alphabet de 0 à 25 :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

➤ Il suffit d'ajouter la clé au numéro de la lettre à crypter et de chercher à quelle lettre correspond le nombre obtenu.

**Aide pour l'exercice 2 .....**

Compléter le tableau de chiffrage avec la clé 17

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
		20										4													
		T										D													

Exercice 4 :

Crypter un message pour le donner à un groupe qui devra le décrypter sans lui donner la clé.  
*Facultatif :*

**En choisissant une clé de votre choix, coder un des deux poèmes suivant et expliquer la méthode**

*Extrait du poème « C'est les Mathématiques », de Tom Lehrer*

Compter les moutons  
Quand tu essayes de dormir,  
Etre juste  
Quand il y a quelque chose à partager,  
Etre soigneux  
Quand tu plies une feuille,  
C'est les mathématiques !  
Quand une balle  
Rebondit contre un mur,  
Quand tu cuisines  
Avec un livre de recettes,  
Quand tu sais  
Combien d'argent tu dois,  
C'est les mathématiques !  
Quelle quantité d'or tient dans l'oreille d'un éléphant ?  
A midi sur la lune, quelle heure est-il sur terre ?  
Si tu pouvais compter pendant toute une année, arriverais-tu à l'infini,  
Ou quelque part, dans les environs ?  
Quand tu décides  
Combien de timbres utiliser,  
Quand tu sais  
Quelles sont les chances qu'il neige,  
Quand tu paries  
Et finis par t'endetter,  
Oh tu peux toujours essayer,  
Tu ne pourras jamais échapper  
Aux mathématiques ! [...]



## Document 2

### Principe de la méthode du code de César

Le texte codé s'obtient en remplaçant chaque lettre du texte clair par la lettre qui est située trois rangs plus loin.

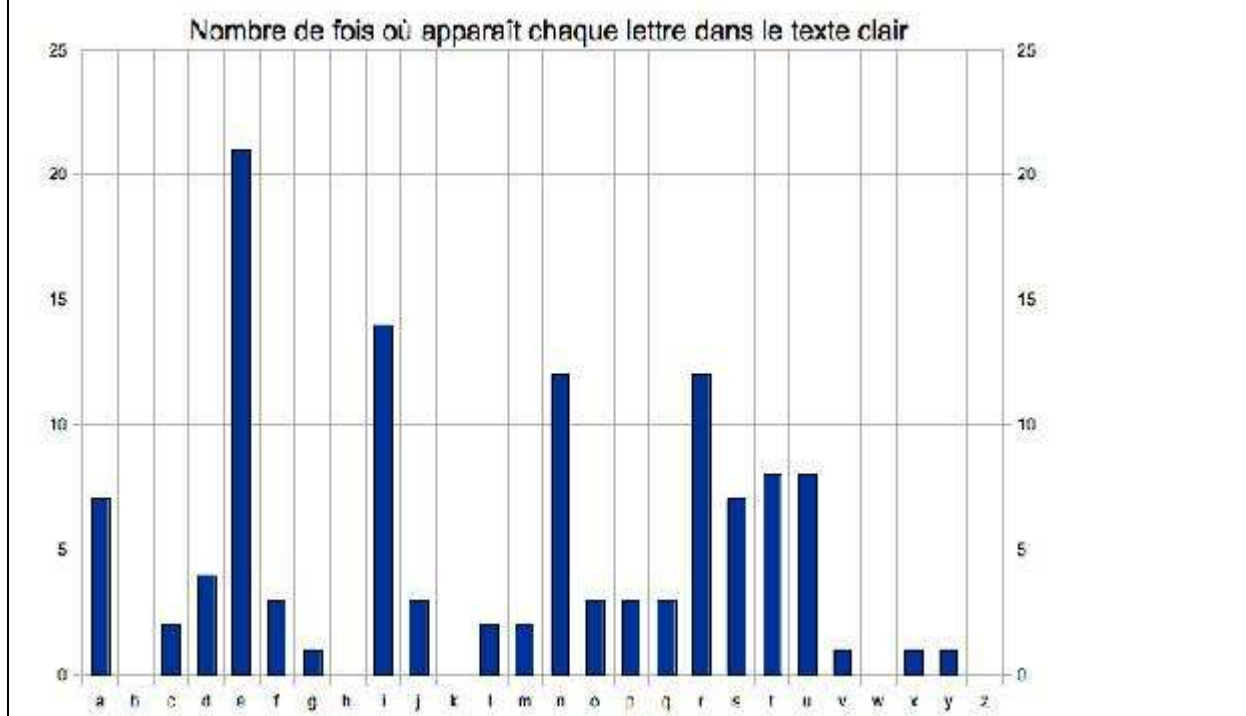
La longueur du décalage constitue la clé du chiffrement

#### Exercice 5

Poème extrait des « Euclidiennes », de Eugène Guillvec.

YT CT HJXH FJT AT UGJXI ETJI-TIGT  
 ST STJM AXVCTH FJX HT GTCRDCIGTCI.  
 YT C'PX GXTC  
 DC SXI : EPGIXG SJ EDXCI,  
 N PGGXKTG.  
 YT C'TC HPXH GXTC.  
 BPXH FJX  
 B'TUUPRTGP?

#### Diagramme en bâtons



Le professeur a crypté, avec le code de César, le poème donné ci-dessus. Il a oublié la clé pour le décoder.

1°) Avec le diagramme en bâtons, aider le professeur à décoder le poème et expliquer la méthode.

2°) Calculer les fréquences en pourcentages

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	



### Document 3

#### Principe de la méthode du Carré de Polybe

Polybe est à l'origine d'une méthode très originale pour coder. Pour cela, il dispose les lettres dans un tableau 5×5 (nous sommes ici obligés d'identifier le I et le J) :

	<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>	<b>5</b>
<b>1</b>	A	B	C	D	E
<b>2</b>	F	G	H	I/J	K
<b>3</b>	L	M	N	O	P
<b>4</b>	Q	R	S	T	U
<b>5</b>	V	W	X	Y	Z

On remplace alors chaque lettre par ses coordonnées dans le tableau, en écrivant d'abord la ligne, puis la colonne. Par exemple, le mot EVASION, se code avec le carré de Polybe en 15511143243433.

#### Exercice 6 : Décoder les deux citations suivantes

« 3115 3534154415 154344 453315 2111124224414515 14'243211221543 »  
 Pierre Reverdy (1889-1930)

« 3111 353415432415 42153314 3111 512415 434542 4415424215 35314543  
 1215313115, 3234243343 1535231532154215, 3234243343 322443154211123115 »  
 Adonis (né en 1930)

#### Exercice 7 : Créer votre propre carré de Polybe et coder le texte de votre choix.

### Document 4

Principe de la méthode de substitution mono-alphabétique :

On définit une substitution mono-alphabétique en indiquant de quelle façon remplacer chaque lettre de l'alphabet par une autre différente. Pour qu'une telle substitution puisse servir au cryptage d'un texte, il faut respecter les deux conditions suivantes : deux lettres différentes sont codées de façons différentes et la même lettre est toujours codée de la même façon.

C'est Al Kindi qui découvrit une méthode pour déchiffrer les messages chiffrés par toute substitution mono-alphabétique sans la connaissance de la clef du chiffrement, ni même du type exact du chiffrement.

Le procédé mis au point par Al-Kindi est basé sur l'analyse des fréquences des lettres. Il observa que la fréquence des lettres d'une langue pour un long texte est toujours sensiblement la même. En conséquence, pour déchiffrer un texte chiffré, Al-Kindi propose de calculer les fréquences des lettres que l'on trouve dans ce texte afin de les comparer aux fréquences constatées dans la langue qui a servi à l'écrire : il devient alors possible, non sans difficultés, de déchiffrer un texte chiffré par substitution mono-alphabétique.

Il y a autant de langues que de fréquences d'apparitions des lettres. Le tableau suivant montre les fréquences moyennes des lettres utilisées dans les textes écrits en français (les valeurs sont données en %).

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
9.42	1.02	2.64	3.39	15.87	0.95	1.04	0.77	8.41	0.89	0.00	5.34	3.24

N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
7.15	5.14	2.86	1.06	6.46	7.90	6.26	6.24	2.15	0.00	0.30	0.24	0.32

Exercice 1 :

- 1°) Dans un texte chiffré, que représente donc la lettre qui apparaît le plus fréquemment ?
- 2°) Dans un texte chiffré, que représentent donc les lettres qui apparaissent le moyennement fréquemment ?
- 3°) Dans un texte chiffré, que représentent donc les lettres qui apparaissent le moins fréquemment ?

Exercice 2 : (à faire à la maison) **Faire une petite étude statistique des fréquences des lettres dans le poème ci-dessous. Retrouvez son auteur et son titre.**

Je m'en allais, les poings dans mes poches crevées;  
 Mon paletot soudain devenait idéal;  
 J'allais sous le ciel, Muse, et j'étais ton féal;  
 Oh! là là! que d'amours splendides j'ai rêvés!

Mon unique culotte avait un large trou.  
 Petit-Poucet rêveur, j'égrenais dans ma course  
 Des rimes. Mon auberge était à la Grande-Ourse.  
 Mes étoiles au ciel avaient un doux frou-frou

Et je les écoutais, assis au bord des routes,  
 Ces bons soirs de septembre où je sentais des gouttes  
 De rosée à mon front, comme un vin de vigueur;

Où, rimant au milieu des ombres fantastiques,  
 Comme des lyres, je tirais les élastiques  
 De mes souliers blessés, un pied près de mon cœur!

**Les pourcentages correspondent-ils au tableau proposé ?**

## Document 5

### FRÉQUENCE D'APPARITION DES VOYELLES (1) - groupe 4

#### Étude de la fréquence d'apparition des voyelles dans le poème classique *Booz endormi*

##### Tableur de Open Office

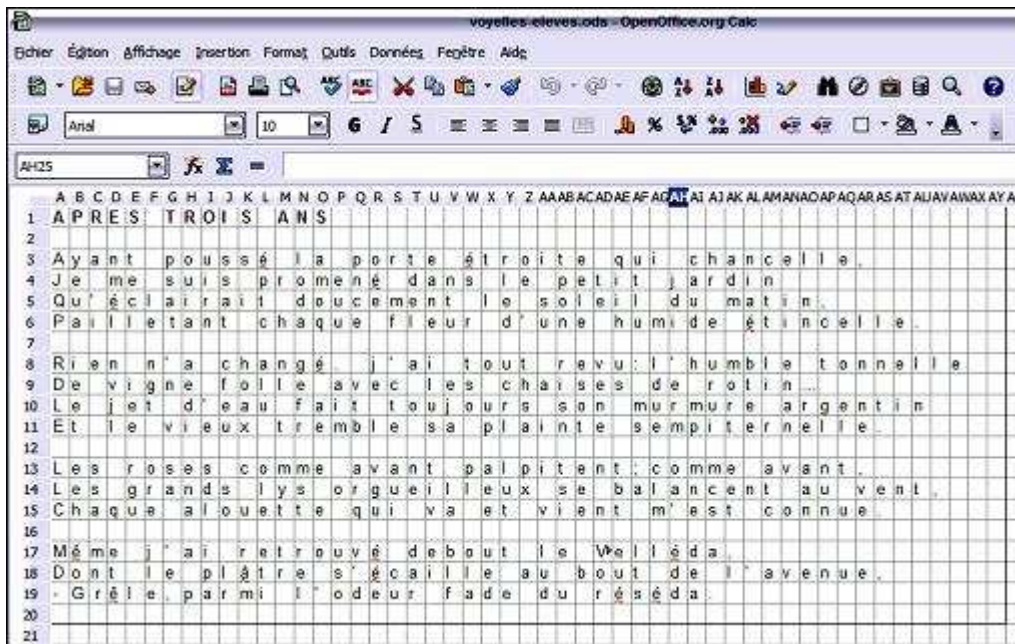
Nous allons travailler sur le tableur de Open Office, qui est un logiciel gratuit que l'on peut télécharger, si c'est possible, à la maison.

- a. Ouvrir le fichier *Voyelles-élèves* qui est composé de six feuilles de tableur.
- b. L'enregistrer sous *MES DOCUMENTS : Nom.prénom*.
- c. Dans l'onglet « Exercice 4 », lire le poème *Booz endormi*.
- d. Dans la cellule BF2, compter le nombre total de « a », dans le poème, en utilisant la formule suivante :  $=NB.SI(A1:BD32;"a")+NB.SI(A1:BD32;"à")+NB.SI(A1:BD32;"â")$ .  
 Comment comprenez-vous cette formule ? .....  
 .....  
 .....
- e. Recommencer le travail dans les cellules BG2, BH2 jusqu'à BK2 pour les lettres E, I, O, U et Y.  
 (Penser aux différentes variantes de chacune de ses lettres)  
 E : "e";"é";"è";"ê";"ë"    I : "i";"î";"ï"    O : "o";"ô"    U : "u";"ù";"û"    et    Y : "y"  
 BG2 : .....  
 BH2 : .....  
 BI2 : .....  
 BJ2 : .....  
 BK2 : .....
- f. Dans la cellule BL2, faire compter le nombre total de voyelles du poème.  
 Entrer la formule suivante :  $=BF2+BG2+BH2+BI2+BJ2+BK2$   
 Quelle autre formule peut-on entrer ? .....
- g. Dans la cellule BF3, faire compter le pourcentage de « a » par rapport au nombre total de voyelles dans le poème.  
 Quelle formule doit-on entrer ? .....
- h. Recommencer le travail dans les cellules BG3, BH3 jusqu'à BK3.  
 BG3 : .....    BH3 : .....  
 BI3 : .....    BJ3 : .....  
 BK3 : .....
- Quelle formule pour BL3 ? .....
- i. Représenter graphiquement, par un diagramme en bâtons, les pourcentages d'apparition des voyelles dans *Booz endormi*.
- j. Citer les voyelles dans l'ordre décroissant de leur fréquence d'apparition.  
 .....
- k. Cliquer sur Fichier puis enregistrer le travail.

D'après la fiche 35 © SCÉRÉN/CRDP Nord – Pas de Calais – *Mathématiques et Socle commun au collège*



## Aides : texte édité et comment insérer un graphique



EA	EB	EC	ED	EE	EF	EG	EH	EI	EJ	EK	EL	EM
				Voyelles	A	E	I	O	U	V	Total	
				Effectifs								
				Pourcentages								

### Graphique

**Pour insérer un graphique .....**

- Sélectionner les cellules BE1 à BK1 [Ctrl] puis sélectionner les cellules BE3 à BK3
  - Sélectionner l'icône 'insérer un graphique'
  - Choisir 'colonne' comme type de graphique suivant
  - Plage de données sélectionner : séries de données en ligne ; 1<sup>ère</sup> ligne et 1<sup>ère</sup> colonne en étiquette suivant
  - Séries de données suivant
  - Éléments du diagramme : choisir un titre, un nom pour chaque axe et sélectionner 'afficher légende' terminer
- .....

## Recherche en temps libre

### FREQUENCE D'APPARITION DES VOYELLES (2) – Groupe 4

1°) Effectuer une recherche internet pour répondre aux questions suivantes.

a. Quel est l'auteur de *Booz endormi* ?

.....

b. Durant quel siècle a-t-il vécu ?

.....

c. De quel recueil ce poème fait-il partie ?

.....

2°) Étudier la fréquence d'apparition des voyelles dans le poème *Booz assoupi* (Exercices 5 du fichier *Voyelles-élèves*.)

Comparer les fréquences avec celles de *Booz endormi*.

En quoi cet extrait fournit-il un exemple de limite de la méthode d'Al-Kindi ?

## Document 6

### FREQUENCE D'APPARITION DES VOYELLES (3)

#### Recueil et comparaison des résultats

1°) Fréquence en %

	Texte 1	Texte 2	Texte 3	Texte 4	Texte 5	Texte 6	Texte 7
A							
E							
I							
O							
U							
Y							

2°) Effectifs

	Texte 1	Texte 2	Texte 3	Texte 4	Texte 5	Texte 6	Texte 7
A							
E							
I							
O							
U							
Y							
Nombre Total de lettres							

3°) Calculer les fréquences d'apparition de voyelles relatives au nombre total de lettres du texte.

4°) Comparer les résultats obtenus aux valeurs données dans la situation 4 de cryptographie.

5°) En quoi ces extraits fournissent-ils des exemples de limite de la méthode d'Al-Kindi ?

## CRYPTOGRAPHIE – Fiche professeur

**Durée : 4 séances**

**Classe de 3<sup>e</sup>**

### Situation

*Code de César* : coder et décoder un texte à partir de la méthode décrite. Utilisation du tableur.

*Code affine* : coder et décoder un texte à partir de la méthode décrite. Utilisation du tableur.

### Supports et ressources de travail (fournis pages suivantes)

*Document 1* : principe de la méthode, mots à coder et décoder. Créer un outil de codage à l'aide du tableur.

*Document 2* : principe de la méthode, mots à coder et décoder. Créer un outil de codage à l'aide du tableur. Vérifier ses résultats.

Documents 2 et 3 de 4<sup>e</sup> donnés aux plus rapides. *Variante du code de César*: principe de la méthode, poème extrait des « Euclidiennes » de Eugène Iyguve à décoder et diagramme en bâtons qui indique le nombre de fois où apparaît chaque lettre dans le texte clair.

On peut évoquer la faiblesse du code de César, connaissance la fréquence d'occurrence des lettres dans la langue cryptée.

*Carré de Polybe* : principe de la méthode (un tableau à double entrée), une chanson « Racine Carrée » de Boris Vian à coder, des citations à décoder.

### Compétences

RESOLUTION D'UN PROBLEME	Organisation et gestion de données	
<b>C3. Observer, rechercher, organiser les informations.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Utiliser un tableur pour recueillir, mettre en forme les informations afin de les traiter.</li> <li>• Modéliser un problème</li> </ul>	
<b>C3. Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Créer, analyser, utiliser une formule.</li> <li>• Compétence 4 domaine 3 : créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Mener à bien un calcul instrumenté.</li> <li>• Conduire un calcul littéral simple.</li> </ul>
<b>C3. Reasonner, argumenter et démontrer.</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Participer à l'écriture d'un algorithme simple et mettre en œuvre le programme correspondant.</li> <li>• Évaluer la pertinence d'un algorithme, d'un programme simple.</li> <li>• Confronter le résultat au résultat attendu.</li> </ul>	
<b>C3. Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>	Compte rendu : rédiger la réponse avec les critères de rigueur mathématiques.	

## CRYPTOGRAPHIE – Fiche élève

Durée : 4 séances

Classe de 3<sup>e</sup>

**Document 1 : idem doc 4<sup>e</sup>**

**Document 2 : Le chiffrement de César**

Exercice 5

**But** : utiliser le tableur pour effectuer ces tâches plus rapidement.

1° Réfléchir comment construire un tableau similaire à celui de l'exercice 2.

2° Ouvrir le fichier *code de César* (sous serveur commun/travail/maths/3<sup>ème</sup>)

Voici des formules utilisées dans ce fichier ; observe et explique leur utilisation.

### CAR

Convertit un nombre en caractère en fonction du tableau de code actif. Il peut s'agir d'un nombre entier à deux ou trois chiffres.

#### Syntaxe

CAR(nombre)

**nombre** est un nombre entre 1 et 255 représentant la valeur de code du caractère.

#### Exemple

=CAR(100) renvoie le caractère d.

.....  
.....  
.....

### MOD

Renvoie la différence après la division d'un nombre.

#### Syntaxe

MOD(dividende;diviseur)

Pour les arguments de nombres entiers, cette fonction renvoie le dividende modulo le diviseur, c'est à dire le reste quand le **dividende** est divisé par le **diviseur**.

#### Exemple

=MOD(22;3) renvoie 1, le reste quand 22 est divisé par 3.

=MOD(11,25;2,5) renvoie 1,25.

.....  
.....  
.....

Que permet de faire la fonction **RECHERCHE** utilisée dans ce fichier ?

.....  
.....  
.....  
.....

3° A l'aide du 1°) et 2°) créer votre propre outil de cryptage (et décodage si temps)

Enregistrer votre travail sous *MES DOCUMENTS* : *Nom.prénom. crypto1*.



### Document 3 : **Le codage affine**

#### Principe de la méthode

Le texte chiffré s'obtient en remplaçant chaque lettre du texte clair par la lettre correspondant à la valeur numérique obtenue par le calcul du reste par 26 de l'expression affine  $(ax + b)$  où  $x$  est la valeur numérique de la lettre du texte clair.

**Exemple avec la clé (7, 5)** qui est associée à la fonction affine définie par  $f(x) = 7x + 5$

Pour faciliter le cryptage et le décryptage, on utilise un tableau de chiffrage. Voici comment. :

➤ On remplace chaque lettre de l'alphabet par son chiffre correspondant de 0 à 25 :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

➤ Chaque lettre claire est d'abord remplacée par son équivalent numérique  $x$  puis chiffrée par le calcul du reste par 26 de  $f(x) = 7x + 5$ .

Si on veut crypter la lettre C,

- le nombre correspondant à C est 2
- $f(2) = a \times 2 + b = 7 \times 2 + 5 = 14 + 5 = 19$
- la lettre correspondant à 19 est T
- C est codé par la lettre T

Si on veut crypter la lettre M,

- le nombre correspondant à M est 12
- $f(12) = 12 \times 7 + 5 = 84 + 5 = 89$
- le problème est que 89 est supérieur à 26 et ne correspond à aucune lettre mais  $89 = 3 \times 26 + 11$  donc le nombre qui code M est 11 (reste de la division euclidienne de 89 par 26)
- la lettre correspondant à 11 est L
- M est codé par la lettre L

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
		19									11														
		T									L														

#### Exercice 1 :

1°) Compléter le tableau ci-dessus et **expliquer vos calculs**

*ATTENTION : on ne peut pas faire un simple décalage des lettres comme dans le code de César qui est un cas particulier de ce chiffrement, il faut faire le calcul pour chaque lettre de l'alphabet.*

2°) Coder le texte suivant : *Le début du codage* .....

3°) Décoder les mots suivants : *OZSTIJZS FOOJSH* .....

Exercice 2 :

1°) Quelle fonction affine est associée au code de César ? .....

2°) **Des contraintes ....**

a. L'expression affine  $2x + 3$  permet-elle de définir une fonction de codage ? (Deux lettres distinctes sont-elles codées de façons différentes ?)

Clair	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
$x$	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
$f(x)$																										
Reste de $f(x) \div 26$																										
Chiffré																										

b. Les nombres 2 et 26 sont-ils premiers entre eux (justifier) ?

c. En fait, les seules valeurs de  $a$  permettant de décoder clairement un message sont les 12 valeurs suivantes : **1; 3; 5; 7; 9; 11; 15; 17; 19; 21; 23; 25.**

*Dans toute la suite, dès que l'on parlera d'une fonction affine de codage il sera sous-entendu que son coefficient  $a$  est un de ces 12 nombres.*

Quelle condition vérifient ces nombres ? .....

.....

d. Combien de fonctions affines de codage différentes peut-on faire ? .....

3°) Quelle fonction affine permet de crypter le mot « CODE » par le mot « LHCT » ?

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

Exercice 3

**But :** utiliser le tableur pour effectuer le codage plus rapidement

1°) Réfléchir comment construire un tableau similaire à celui de l'exercice 2. Choisir une clé et un message à coder.

2°) A l'aide du 1°) et du TP sur le code de César (cf. fichier *code de César* sous serveur commun/travail/maths/3<sup>ème</sup> + *Nom.prénom crypto1*), créer votre propre outil de cryptage dans une nouvelle feuille de travail.

Quelle est la formule pour obtenir les 26 lettres de l'alphabet ? .....

Quelle est la formule pour obtenir la valeur numérique correspondante ? .....

Comment réduire les lignes 3 et 4 à une seule ligne ? .....

3°) Enregistrer votre travail sous *MES DOCUMENTS* .

## COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ « CRYPTOGRAPHIE »

### En sixième

#### **Code de César : une séance + discussion autour du texte**

Les élèves ont travaillé seul en début de séance afin de s'approprier au mieux la situation proposée. Le principe de la méthode a été globalement compris par l'ensemble de la classe. Pour commencer le codage, les élèves ont tous pris la première lettre à laquelle ils ont appliqué la méthode de cryptage puis ils ont réitéré l'expérience pour chaque lettre du mot, et ceci pour tous les mots de la première phrase.

A ce stade de l'activité, j'ai senti la nécessité de faire un retour oral pour toute la classe : exposé de la situation par les élèves et exposé des méthodes appliquées. C'est à ce moment là que l'organisation même de leur travail est apparue. Les élèves ont été conscients que coder en comptant 3 lettres de plus pour chaque lettre de chaque mot de chaque phrase du texte clair allait prendre du temps pour ce poème. Le choix d'un texte assez long aux yeux des élèves est donc important pour cette activité. L'intérêt ne réside pas dans le fait de coder l'intégralité du texte mais la longueur de ce dernier oblige les élèves à se poser la question de la méthode de travail, de la démarche à appliquer. Quel serait l'avantage de trouver une méthode pour un texte de deux lignes et comment alors convaincre les élèves de la lourdeur de leur procédé ? Cette activité, dans sa nature de tâches réitératives, est intéressante dans le fait même qu'elle oblige à automatiser le processus (à ce propos, même si cela n'a pas été fait, on peut tout à fait envisager une présentation à la classe d'une possible résolution de l'activité avec le tableur, outil pertinent dans cette fonction d'automatisation).

Ce moment a donc été l'occasion d'une discussion autour de la question : « Comment procéder pour coder efficacement ? »

Les élèves ont rapidement remarqué qu'une fois la lettre claire codée, la substitution pour cette lettre reste la même tout au long du texte ; cette remarque étant vraie pour toutes les lettres de l'alphabet. A partir de cette réflexion, certains élèves ont eu l'idée de construire un tableau avec deux lignes : une pour les lettres du texte clair, l'autre pour ce que deviennent les lettres dans le texte codé.

Les élèves ont alors été invités à retravailler de façon individuelle pour réaliser le tableau et tester la rapidité de ce nouvel outil mis à leur disposition. La construction du tableau a été riche d'enseignements sur l'organisation même du travail.

En effet, un nombre important d'entre eux n'a pas inscrit dans la première ligne les lettres dans l'ordre alphabétique, mais a commencé à remplir le tableau avec les lettres dans l'ordre d'apparition du poème. Cette méthode est bien évidemment correcte pour coder le texte « un peu plus rapidement » que leur méthode initiale (pour les lettres n'apparaissant pas dans le texte clair, il est vrai qu'il n'est pas nécessaire de connaître leur substitution) mais n'est pas très pratique dès que l'on cherche une lettre. Cette remarque montre à quel point la notion d'ordre pour beaucoup d'élèves n'est pas acquise (difficultés pour comparer des nombres entiers, des fractions, des décimaux mais aussi en français pour chercher dans un dictionnaire).

Pour les élèves ayant rempli la première ligne avec apparition des lettres dans l'ordre alphabétique, beaucoup d'entre eux ont compté le décalage de 3 pour toutes les lettres. L'idée d'un décalage immédiat de l'alphabet après avoir effectué le décalage d'une lettre n'a été mis en œuvre par aucun élève de la classe.

Une fois le tableau réalisé par tous les élèves, ils n'ont décodé que deux phrases.

Comme expliqué précédemment, l'intérêt n'était pas dans le codage même du texte, mais dans la prise de conscience par les élèves d'une organisation automatisée du travail.

Les élèves sont ensuite passés à la suite de l'activité, qui leur demandait de décoder un texte. Cette partie a été faite en fin de séance. Même si pour la majorité d'entre eux, la mise au travail dans le décodage a été rapide, comprise et utilisant le tableau précédent, certains élèves n'ont pas su utiliser le tableau correctement. Ils ont recommencé comme dans la première partie de l'activité : lire les lettres du texte chiffré dans la première ligne pour trouver la lettre correspondante dans la deuxième ligne. Et naturellement les mots codés devenaient des mots qui n'avaient toujours aucun sens dans la langue française, d'où leur interrogation et leur prise de conscience d'une erreur de méthode. Une aide a alors été donnée, soit par moi, soit par les autres élèves qui avaient trouvé la solution.

La fin du décodage a été donnée en travail à la maison. La correction (texte obtenu compréhensible) a eu lieu en cours de français. La collègue a utilisé ce prétexte pour leur faire jouer la scène avec les textes qu'ils venaient de découvrir.

En cours de mathématiques, je suis revenu sur le texte en leur montrant deux adaptations : version théâtre et version opéra. Nous avons alors discuté sur le fond de ce texte faisant référence à la notion de fractions : polysémie des mots, différence entre l'usage du contexte mathématique et celui du quotidien.

*Prolongement possible* : on peut demander aux élèves le nombre de clés de déchiffrement que l'on peut trouver avec cette méthode du code de César.

### **Variante du code de César : 2 séances**

Au début de la séance, chaque élève reçoit les documents et en prend connaissance de façon individuelle. Puis, pour la suite de la séance, les élèves travaillent par groupe de 4. Je pense que ce mode de fonctionnement convient pour cette activité. Il permet la discussion autour des méthodes de chacun. Je choisis de faire moi-même les groupes, de façon à mettre ensemble filles et garçons (les élèves, d'eux-mêmes, font très rarement des groupes mixtes !) et de niveaux hétérogènes (pour essayer d'obtenir le plus d'autonomie !).

Les élèves rentrent très rapidement dans l'activité, curieux de découvrir ce qui se cache derrière ce poème codé.

Dans les groupes, l'idée de compter la lettre E dans le texte chiffré apparaît. Mais après cette première idée, une première discussion surgit. Certains ne comprennent pas pourquoi le nombre trouvé ne correspond pas à l'effectif de la lettre E donné par le graphique. Même si l'élève n'a pas lu correctement le titre du graphique ou même s'il n'a pas compris l'enjeu de l'activité, sa remarque nous indique que, non seulement il est capable de « lire » un diagramme en bâtons, mais qu'il est aussi capable de remettre en question son début de démarche, d'avoir un sens critique sur son résultat. Dans tous les groupes, un ou plusieurs élèves sont capables de comprendre l'information donnée par le diagramme en bâtons et d'expliquer la différence entre le nombre trouvé et la barre du E dans le diagramme.

Après un certain temps, tous les groupes se lancent dans le décompte des différentes lettres présentes dans le texte. A ma grande surprise, ce moment de l'activité est très long. Tous les élèves font leur propre compte, de façon plus ou moins rigoureuse et souvent retranscrit de façon très désordonnée sur la copie. Le résultat est que, à l'intérieur du groupe, les données diffèrent ! Chaque élève est donc obligé de recompter ! C'est à ce moment là que

j'interviens auprès des groupes pour une aide à la démarche de résolution, pour faire naître un questionnement sur l'organisation des données : comment s'organiser pour dénombrer les lettres, comment s'y prendre de façon efficace au sein d'un groupe, comment résumer ce que l'on obtient.

A la fin de la séance, presque tous les groupes sont enfin d'accord sur le nombre d'apparition de chaque lettre.

Ils trouvent donc quelle lettre code le E. Et si le principe avait été compris, ils auraient eu le temps de terminer l'activité. Mais aucun groupe n'a pensé à chercher la clé ni à décaler l'alphabet. Ils ont pour la plupart cherché les lettres qui revenaient le plus après le E (pour le I pas de problème, mais souci ensuite : R et N apparaissent le même nombre de fois). Cette démarche, même si elle n'est pas la plus rapide, fonctionne très bien. A condition d'être un minimum organisé et rigoureux, ce qui est loin d'être acquis pour cette classe de sixième !

Je décide donc de reprendre l'activité lors d'une prochaine séance.

Au début de la deuxième séance, les élèves expliquent à l'oral ce qu'ils ont fait dans la première séance. Et à ce moment là encore, ils sont tous convaincus qu'il faut s'occuper de chaque lettre. Je leur laisse une demi-heure pour essayer de décoder le texte.

Dans les groupes, c'est un peu la panique : l'idée d'un tableau est rarement reprise, le blocage est important quand au fait qu'une lettre pourrait en coder deux autres, et l'idée de remplacer les lettres dans le texte codé au fur et à mesure se fait rarement. Au final, personne n'a de réponse satisfaisante à proposer.

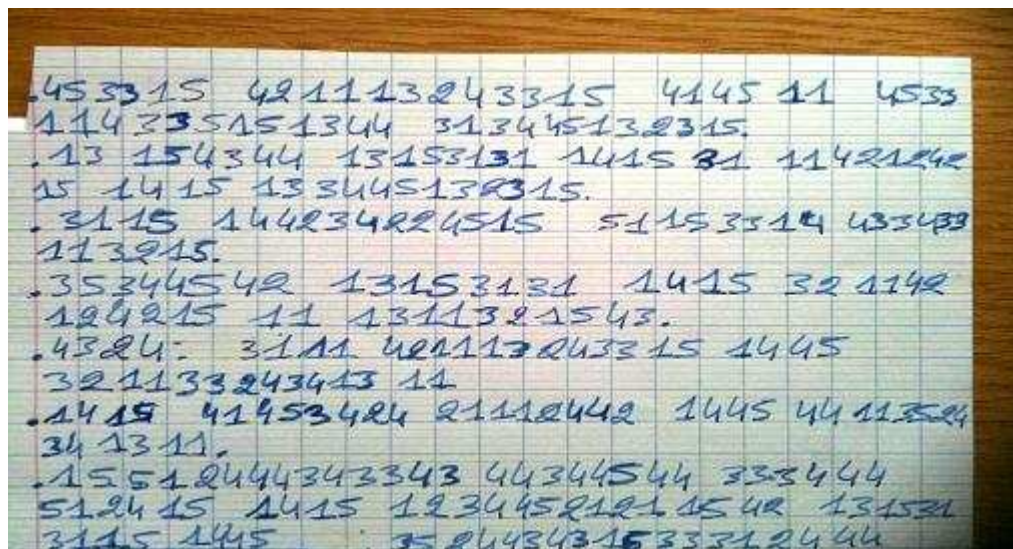
Pour terminer la séance, on reprend ensemble les étapes de la recherche, on réalise un tableau, et on souligne les mots importants (Code de César, décalage, clé) pour qu'un élève trouve enfin la méthode rapide.

Les élèves doivent donc décoder le texte à la maison et apprendre la poésie par cœur. Le travail sera alors vérifié lors d'une récitation orale pendant le cours de français.

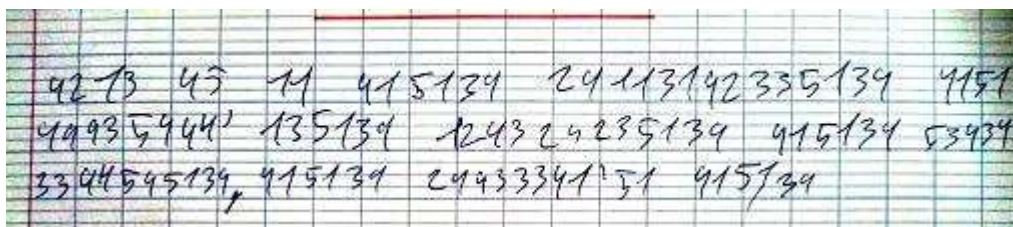
### **Carré de Polybe : devoir à la maison**

Cette activité a été donnée en travail à la maison.

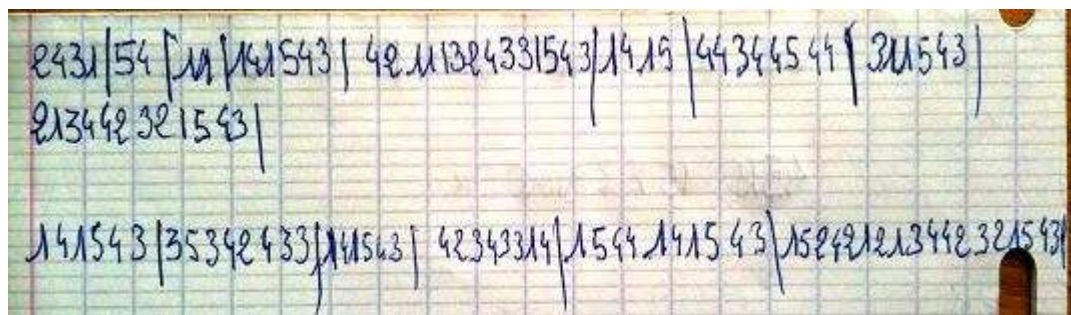
Il y a des élèves qui donnent une suite de chiffres sans que l'on comprenne la logique de leur résultat et qui ne sont pas capables, à l'oral, de donner une explication claire.



Certains élèves confondent le sens de lecture du tableau : ils ne respectent pas la consigne et commencent par donner la colonne.



Enfin certains élèves savent correctement lire le tableau donné.



Le retour en classe avec la correction a permis de travailler autour de la notion de coordonnées avec l'exemple particulier d'un tableau à double entrée (définition des lignes, des colonnes, des cases).

Prolongement possible : on peut travailler en lien avec le professeur de musique. Pour faire référence au morse, on peut coder musicalement la chanson de Vian : chaque ligne correspond à une hauteur de note, et chaque colonne correspond à une durée de la note. Ainsi, après leur avoir fait écouter la version originale de la chanson, ils découvriront la version codée.

## **Substitution mono-alphabétique : 3 séances + séance d'écriture expliquant leur recherche**

La recherche commence par une prise de connaissance individuelle des documents. Puis les élèves travaillent par groupe de quatre (pour la constitution, même remarque que l'activité sur la variante du code de César) sur une seule séance. La recherche est individuelle sur les 2 autres séances (beaucoup de passivité et de bavardages lors de la première séance, et au final peu de travail intéressant).

Cette activité étant assez difficile pour les élèves, je dois faire de nombreux moments de synthèse-bilan (en début et en fin de séance), mes interventions sont assez nombreuses (avec des aides à la démarche de résolution) et au final, très peu d'autonomie.

Pour le compte-rendu de cette activité, je propose de retranscrire des extraits des textes d'élèves (qui ont raconté leur recherche lors d'une séance d'écriture), auxquels j'ajouterai quelques commentaires.

### Présentation des documents et compréhension de la consigne

- Il y a ceux qui analysent correctement les documents :

*« Sur le document, il y avait un texte codé et en dessous, il y avait un graphique à barre où il y avait combien chaque lettre était dans le texte clair »*

- Il y a encore des élèves qui, après trois séances de travail sur cette recherche, n'ont pas acquis une bonne compréhension de la situation :

*« Sur la feuille, il y a avait un graphique où il y avait des barres grandes, petites et moyennes et en dessous de ces barres, il y avait des lettres par ordre alphabétique, et il y a avait un texte qui correspondait à ce graphique »*

*« Nous avons un graphique à barres pour savoir combien de fois il y avait les lettres dans le texte clair »*

### Démarche de résolution

- 1. Extraire d'un document papier les informations utiles : entreprendre le comptage des lettres.**

*« On a eu du mal à commencer mais après les idées sont venues »*

*« Ma camarade m'a donné une idée, mais cela n'allait pas »*

*« On a essayé de trouver les méthodes plus rapides pour ne pas compter. Mais on avait rien trouvé. Alors on a essayé de comprendre le graphique et le texte codé. Et après on a compris. Il fallait compter les lettres qui apparaissent le plus dans le texte codé.»*

*« Chaque groupe eu ses idées et compta les lettres du texte codé pour voir grâce au graphique quelle lettre est remplacée par quelle lettre. »*

- 2. Suivre un protocole : compter le nombre d'apparition de toutes les lettres sans oublier**

- Non Acquis



*« Pour compter les lettres, il y avait des pairs (ex N-Y et T-Y) : cela voulait dire que le N est crypté par le T »*

- Acquis

*« On était quatre à compter les lettres dans le texte codé. Mais, il y avait un problème, on oubliait des lettres. Alors, on a eu une idée : partager le texte codé en quatre paragraphes. Pour compter les lettres, notre organisation était de barrer les lettres quand on les avait comptées »*

*« On a compté une par une les lettres, mais c'est trop long, alors on a pris chacun un paragraphe »*

*« Toutes les lettres qui ont été comptées, on les a coloriées. Chaque lettre avait sa couleur, donc normalement toutes les lettres doivent être coloriées »*

*« Nous étions quatre pour compter les lettres. Chaque élève prend une lettre à compter. Et quand on termine, il faut faire un tableau pour décompter les lettres avec leurs nombres. »*

*« Nous avons fini et alors nous avons rassemblé nos lettres, nous avons fait les comptes, nous avons fait un tableau pour chaque lettre »*

*« Nous avons bien avancé mais nous n'avons pas réussi à finir »*

Cette dernière remarque d'élève montre à quel point le comptage des lettres a été long et mal organisé. C'est la raison pour laquelle, pour avancer dans la recherche, j'ai donné un tableau bilan pour toute la classe.

*« Quelques jours plus tard, M.Mayenson nous redonna une feuille avec le même texte, le même graphique mais en plus il y avait un tableau avec le nombre de lettres qui apparaît dans le texte codé. Il nous a mis un par un pour décoder le texte ».*

### **3. Proposer une procédure : mettre en œuvre une stratégie pour associer les lettres du texte codé à celles du texte clair.**

- Non acquis

*« Le lien avec le graphique : les lettres qui apparaissent sont le double des autres »*

Même si les élèves n'en parlent pas dans leur récit, certains ont eu un problème avec la lecture de consigne : confusion avec l'activité 1 et le Code de César. Les élèves ont alors appliqué la méthode du décalage, mais après un essai (texte codé toujours incompréhensible), ils ont vu leur erreur.

- Acquis

*« Nous avons fait un tableau avec les lettres rangées dans l'ordre décroissant du nombre de fois où elles apparaissent dans le texte codé. »*

*« Il fallait décoder le texte en commençant par faire un tableau qui se compose de trois lignes. Dans la première, il fallait mettre le nombre de lettres qui apparaît le plus de fois. Dans la deuxième ligne, il fallait mettre la lettre correspondante au nombre. Ensuite, on s'occupe de la dernière ligne qui a un rapport avec le graphique : on regarde la graduation la plus grande jusqu'à la plus petite, on regarde les lettres qui correspondent et on classe. »*

*« On a fait un tableau où on a comparé les nombres des lettres du texte codé et les nombres des barres »*

En circulant dans les rangs, j'ai rencontré différents procédés concernant la lecture du graphique :

- les élèves classent du plus grand au plus petit avec l'utilisation de l'équerre :

*« On fait la correspondance grâce au graphique : les barres des plus grandes au plus petites correspondent à l'ordre décroissant des lettres du texte codé : la lettre qui apparaît le plus est remplacée par la lettre de la barre la plus grande, ... »*

- certains, du fait des ordonnées de 20 en 20, veulent connaître le nombre exact donné par les barres du graphique : soit par une approximation du nombre de chaque lettre, soit par proportionnalité (nombre de cm pour 20 ramené à l'unité)...mais tout cela est incohérent avec le tableau des lettres du texte codé

*« Grâce au graphique et au tableau nous regardions quel nombre était pareil qu'un autre, mais plein de nombre ne correspondait avec aucun autre »*

#### **4. Rendre compte de la démarche : expliquer les choix pour remplacer les lettres.**

*« Quand on voulait décoder, on a eu un problème, il y avait des lettres qui avaient le même nombre. »*

*« Avec le tableau enfin rempli, nous avons commencé à décoder le texte, mais il y avait des lettres qui avaient le même nombre. Alors, on les a mis dans les mots pour voir si cela correspondait à un mot français. »*

Pour conclure, je pense que l'activité a été un peu longue et donc décourageante alors qu'elle suscitait curiosité et intérêt lors de la première séance.

*« J'ai bien aimé mais c'était trop long et énervant à force » ;*

*« C'était dur mais assez rigolo à faire » ;*

*« J'ai trouvé cela dur et compliqué » ;*

*« C'était assez bien car il y avait un peu de français avec le texte et un peu de maths avec le graphique ».*

## En quatrième

### LES FINS DE SEANCES

Ce travail aurait pu être fait sur une seule séance, mais il m'a semblé plus intéressant de l'exploiter ainsi, sans transformer ma progression, et créant une certaine attente chez les élèves. Et surtout cela a généré un moment récréatif de fin de séance, apprécié des élèves qui en sont devenus demandeurs !

Présentation du travail qui va être effectué sur la cryptographie et de l'objectif en cours de français.

Petite histoire du codage.

Présentation des trois types de codages : les élèves prennent connaissance individuellement de chaque document et cherchent à répondre aux premières questions. Mise en commun des questions/ réponses sur chaque méthode. Correction des premiers exercices. Codages et/ou décodages à faire pour la séance suivante. Seuls les textes codés pour d'autres sont à faire pour la séance des deux heures consécutives (la semaine suivante).

#### **Document 1 : Code de César**

Pas de problème pour le codage, le décodage a pris un peu plus de temps (le réflexe de soustraire au lieu d'ajouter n'est pas systématique même en quatrième). Rapidement est apparu la nécessité de l'utilisation d'un tableau pour les textes plus longs, même si ce recours ne s'est pas fait naturellement. Pour remplir le tableau, de même qu'en sixième, le décalage n'est pas fait automatiquement. Même si l'algorithme est compris, les élèves refont les calculs pour chaque lettre et n'utilisent pas le tableau.



Cependant, d'emblée, les élèves des deux classes de quatrième ont été réceptifs et le lendemain, tous avaient fait les exercices et étaient demandeurs d'autres codages : d'où l'exercice facultatif des textes donnés à coder.

#### **Document 2 : Variante**

Les élèves se sont immédiatement mis dans l'activité. Beaucoup ont compté le nombre total de lettres (inutile ici mais je leur ai demandé de le noter car ce résultat sera utilisé par la suite pour le calcul de fréquence d'apparition de lettre dans un texte)...Malgré la donnée du tableau, certains élèves ont calculé la fréquence de plusieurs lettres avant de penser à avoir recours au décalage à partir de la première lettre trouvée. Décodage fait à la maison.

Rappel : fréquence et calcul d'une fréquence en pourcentage.

#### **Document 3 : Carré de Polybe**

Les élèves sont maintenant « rodés », le décodage de la première citation a été faite par tous lors de cette séance. Certains ont transformé le carré de Polybe en tableau à deux lignes et 25 colonnes (plus facile ?...).

A	B	C	D	E	F	G	H	I/J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
11	12	13	14	15	21	22	23	24	25	31	32	33	34	35	41	42	43	44	45	51	52	53	54	55

Pour le plaisir ...

~~Exercice 1~~ Im vino veritas. 6877 95687778 95598668885387  
 La vérité dans le vin. 7555 959986688855 54557787  
 7559 956877.  
 Ina furor brevis est. 688655 6589867886  
 568655956887 598788.  
 La colère est une courte folie. 7555 577875598659  
 598788 897759 5748898859 6578 956859.  
 Maxime d'Horace.

### SEANCE EN SALLE INFORMATIQUE : 2 heures consécutives

#### Document 4 : Substitution mono-alphabétique

Au groupe classe : présentation de la méthode. Même 'rituel' que pour les autres méthodes.

Exercice 1.

Réponse non rédigée par la plupart des élèves (et donc à travailler !) :

1) E  
 2) AILNRSTUO  
 3) WXYZKBFHCFGMPQU

Ou réponse donnant du sens mais sans réponse à la question :

1) La lettre qui apparaît le plus fréquemment est la lettre que l'on utilise le plus souvent quand on parle. Telle que les lettres qui apparaissent moyennement fréquemment et moins fréquemment.

Compétence évaluée positivement :

1°) La lettre qui apparaît le plus fréquemment est le E (15,37).  
 2°) Les lettres qui apparaissent le moyennement fréquemment sont le A (9,42), I (8,41), N (7,15), O (5,14), R (6,46), S (7,90), T (6,26) et U (6,24).  
 3°) Les lettres qui apparaissent le moins fréquemment sont le B (1,02), C (2,64), D (3,39), F (0,95), G (1,04), H (0,77), J (0,89), K (0,00), M (3,24), P (2,36), Q (1,04), V (2,15), W (0,00), X (0,30), Y (0,24) et Z (0,32).

La classe est alors « séparée » en deux : les élèves travaillent en alternance :

- soit par petits groupes pour échanger et corriger les codages et décodages ;
- soit individuellement sur le tableur (Document 5).

### **Document 5 : Fréquence d'apparition des voyelles**

**Activités extraites du document** « SCÉRÉN/CRDP Nord – Pas de Calais – Mathématiques et Socle commun au collège - Juin 2010. »

Un texte de référence est donné à chacun ainsi qu'une recherche à faire (ou finir) à la maison. Les trois premiers poèmes ont été étudiés en français.

Groupe 1 : Dans l'onglet « Exercice 1 », relire le poème *Après trois ans* - Comparaison avec « *Booz assoupi* »

Groupe 2 : Dans l'onglet « Exercice 2 », relire le poème *L'Ennemi* de Charles Baudelaire - Comparaison avec « *La disparition* » avec *L'ennemi*

Groupe 3 : Dans l'onglet « Exercice 3 », relire le poème *Le ciel est, par-dessus les toits* de Paul Verlaine - Comparaison avec « *les Revenentes* »

Groupe 4 : Dans l'onglet « Exercice 4 », lire le poème *Booz endormi* - Comparaison avec « *Booz assoupi* ».

Le but de cette activité est d'avoir le plus grand nombre de données à comparer sans avoir trop de calculs à effectuer. Expliquer les différences observées par rapport à la norme. Les résultats de ces observations sur les voyelles doivent servir de lien, de support à l'introduction du travail sur les contraintes d'écritures en français.

Dans les petits groupes, les échanges ont été fructueux, les exercices tous corrigés, et les textes décodés. Les élèves ont réussi à se gérer avec beaucoup d'autonomie. Très peu m'ont sollicité.

En revanche, la partie « travail à l'aide du tableur » m'a demandé beaucoup plus de présence et d'interventions. Les automatismes du tableur ne sont pas acquis et l'entrée de formule devient parfois un travail fastidieux... Quant à la lecture, compréhension et application de consignes, ces compétences s'avèrent moins mobilisées et maîtrisées que lors du travail sur la cryptographie sur papier ou à l'oral !

Cependant, le travail a été mené à bien dans les deux classes.

Les élèves ont accès à tous les textes et peuvent calculer les fréquences d'apparition des voyelles dans tous les textes s'ils le souhaitent (à la maison ou au CDI, à l'aide du tableur ou manuellement). La plupart ont eu le temps de faire le calcul sur les deux textes qui leur étaient attribués. Le copier/coller a été vite maîtrisé !

Mais pour l'insertion du graphique j'ai dû leur rappeler la démarche. Très peu d'élèves ont utilisé la formule SOMME.

Pour les élèves qui le souhaitaient, une version papier de chaque texte est mise à disposition (ces versions étaient prévues au départ pour les élèves ne respectant pas les règles d'utilisation de l'ordinateur !).

## SYNTHESE (deux semaines plus tard)

### Recueil et comparaison des résultats

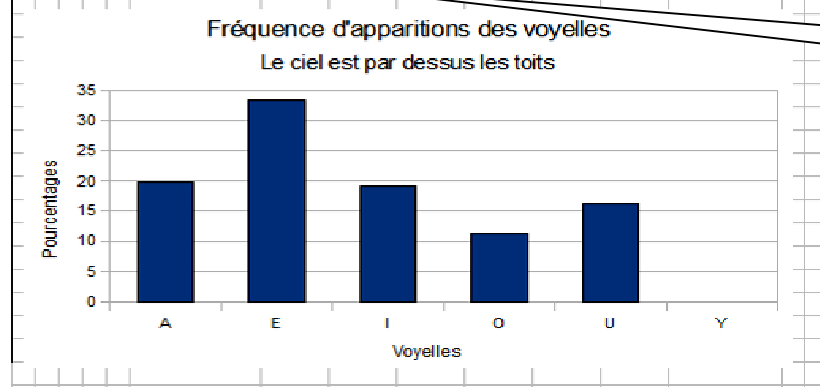
**Document 6 :** L'objectif de cette activité est d'élargir le calcul des fréquences au nombre total de lettres du texte pour comparer les résultats lors de la synthèse au tableau du document 4. L'objectif mathématique est d'établir les limites de la méthode de l'analyse de fréquence en tant que méthode de cryptage et de servir de support au calcul de pourcentages relatifs à la réunion de deux groupes.

La plupart des élèves ont effectué le travail demandé sur papier, mais un tiers a réutilisé le tableur en précisant qu'ils l'avaient fait parce que « c'était plus rapide pour le calcul ! »

Dans la classe qui a travaillé sur les contraintes d'écriture en français, certains élèves ont calculé les fréquences d'apparitions des lettres dans les textes en prose étudiés en français : des extraits de *Lettre à Acilius* de Pline le Jeune, et d'*Oscar et la dame rose* d'Eric-Emmanuel Schmitt. Dans l'autre classe de 4<sup>ème</sup>, deux élèves se sont proposés pour présenter une démarche similaire avec des textes d'anglais (l'exposé est prévu pour la dernière semaine de cours).

### Le ciel est, par-dessus les toits : Colline

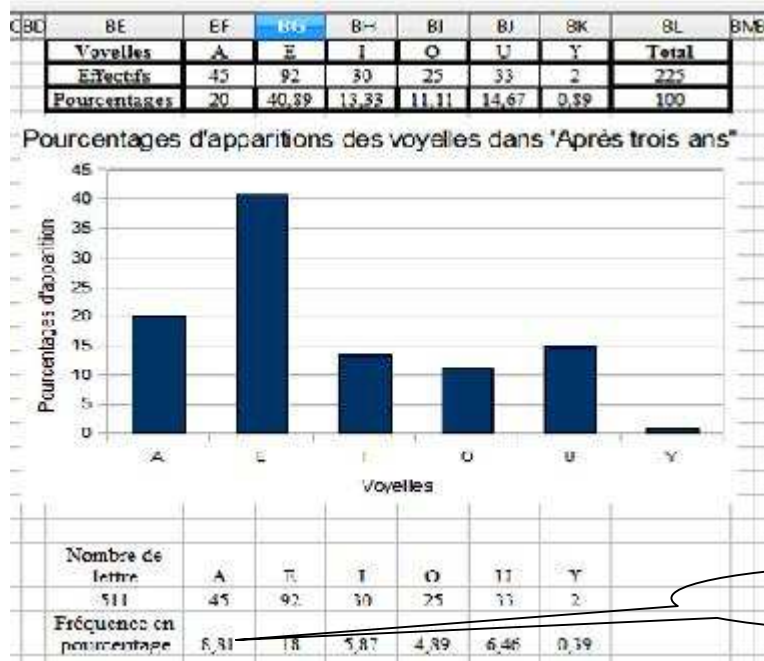
	BE	BF	BG	BH	BI	BJ	BK	BL	BMBI
<b>Voyelles</b>	<b>A</b>	<b>E</b>	<b>I</b>	<b>O</b>	<b>U</b>	<b>Y</b>	<b>Total</b>		
<b>Effectifs</b>	28	47	27	16	23	0	141		
<b>Pourcentages</b>	19,86	33,33	19,15	11,35	16,31	0	100		
<b>Total Lettres</b>							328		
<b>Pourcentages</b>	8,54	14,33	8,23	4,88	7,01	0			



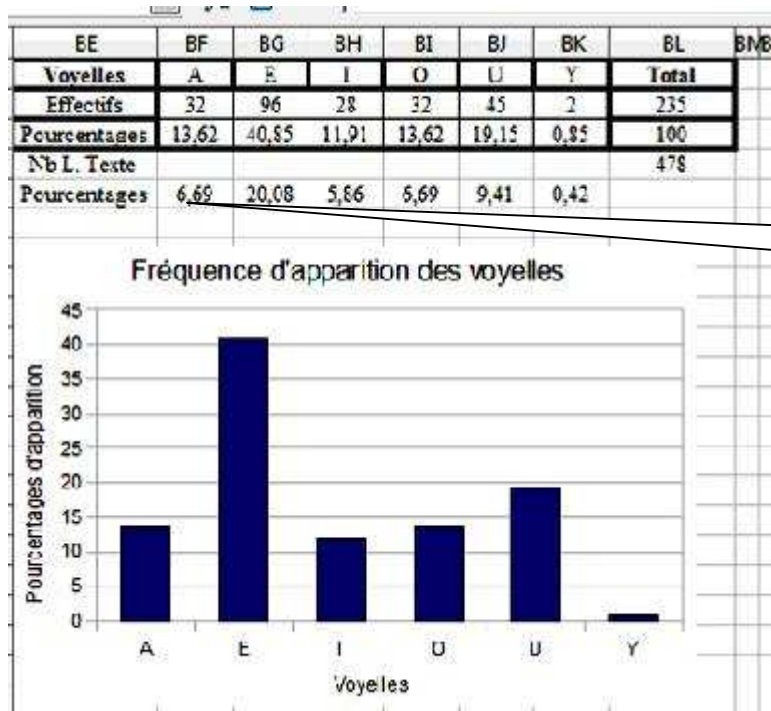
=BF2/BL4\*100

Après trois ans : Adèle « si on met des \$ on peut recopier la formule sans que ça change le numéro de la cellule »





Ennemi : Alexandre, plus rapide avec le tableur ?



Les compétences qui restent en cours d'acquisition concernent l'utilisation du tableur et la communication des résultats à l'écrit.



## En troisième

### **Code de César : séance de deux heures consécutives (testée avec deux classes de 3<sup>ème</sup>)**

Consignes orales sur l'objectif et le déroulé de la séance ; Document à rendre ou à sauvegarder. Lecture individuelle des documents, échange collectif sur la méthode. Après la réussite des exercices 1 et 2, travail individuel (exercice 5) sur l'ordinateur (15 postes) en alternance, pendant que les autres poursuivent en groupe ou individuellement les exercices 3 et 4. Les plus intéressés ont eu le temps de travailler sur la variante du Code de César et le Carré de Polybe (documents de 4<sup>ème</sup>).

Comme en quatrième, le travail sur tableur a été moins autonome que celui sur papier : les élèves ne lisent pas attentivement les consignes écrites. Cependant, le travail a été fait sérieusement pour la première partie (étude des fonctions CAR, MOD et RECHERCHE) mais un quart seulement des élèves a créé son propre outil de codage. La moitié a créé une feuille de calcul en entrant les données manuellement, certains n'utilisant que la fonction RECHERCHE pour le codage ; Les autres ont surtout utilisé le fichier *code de César* pour créer leur tableau de codage en changeant la clé et pour vérifier les textes chiffrés. (« Ah oui, ça marche !!! »).

NB : Les fonctions affines et linéaires n'avaient pas encore été étudiées à cette période de l'année.

#### **Le codage de César**

Coder le message : *CRYPTAGE* : 2 - 17 - 24 - 15 - 19 - 0 - 6 - 4

Erreur non rencontrée en quatrième ! Par la suite, les messages seront bien décodés.

#### **La recherche pour CAR**

= CAR(90) renvoie à z	De 65 à 90 = lettre majuscule
= CAR(100) renvoie à d	De 97 à 123 = lettre minuscule
= CAR(40) renvoie à (	Espaces de 65 = <del>lettre</del> des signes.
= CAR(130) renvoie à ,	Autres de 123, c'est des signes.

#### **La recherche pour MOD**

= MOD(20;3) = 1	3 x 7 = 21	21 + 1 = 22
= MOD(45;5) = 0	5 x 8 = 40	40 + 5 = 45
= MOD(16;4) = 0	4 x 4 = 16	16 + 0 = 16
= MOD(18;4) = 2	4 x 4 = 16	16 + 2 = 18

#### **Explication pour RECHERCHE**

Que permet de faire la fonction RECHERCHE utilisée dans ce fichier ?  
 La fonction prend la lettre concernée dans "message" et la cherche dans les lettres de B5 à P05. Puis il prend la lettre correspondante codée pour crypter le message.

La plupart des élèves ont compris le rôle des fonctions en les appliquant, en les testant sur différentes valeurs. Ils ont passé plus de temps à vérifier les valeurs données par les fonctions du tableur qu'à essayer de programmer un outil d'aide au cryptage.

### Les outils de cryptage :

Bastien et le copier/coller qui n'est pas drôle !

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA
1	BASTIEN																										
2																											
3	Clé	3																									
4																											
5	lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
6		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
7		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
8		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0	1	2
9	Code	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C
10																											
11	Message	C	E	N	'	E	S	T	P	A	S	D	R	Ô	L	E											
12	cryptage	F	H	###	Q	###	H	V	W	###	S	D	V	G	U	R	O	H									
13																											

### Le décodage de Médéric : utilisation de la fonction RECHERCHE

B13  $\Sigma$  = =RECHERCHE(B12;B9:AA9;B5:AA5)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	AA	AB
1	Médéric																											
2																												
3	Clé	3																										
4																												
5	lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	
6		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	
7		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	
8		3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	0	1	2	
9	Code	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	
10																												
11	Message	J	U	L	E	S	C	E	S	A	R	E	T	S	O	N	F	I	L	S								
12	cryptage	M	X	O	H	V	F	H	V	D	U	H	W	V	R	Q	I	L	O	V								
13	décodage	J	U	L	E	S	C	E	S	A	R	E	T	S	O	N	F	I	L	S								
14																												

### La méthode d'Anthony

C6  $\Sigma$  = =RC+1

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z	7	AA	AB	AC
1	Méthode																													
2	d'Anthony																													
3	Clé:	19																												
4																														
5	Lettre	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z			
6		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25			
7		19	20	21	22	23	24	25	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18			
8	Code	T	U	V	W	X	Y	Z	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S			
9																														
10	Message:	J	E	***	R	A	S	E	***	L	A	***	T	E	T	E	***	D	E	***	L	'	E	S	C	L	A	V	E	
11	Cryptage	C	X	***	K	T	L	X	***	E	T	***	M	X	M	X	***	W	X	***	E	***	X	L	V	E	T	N	X	
12																														

B7  $\Sigma$  = =B6+19

7  $\Sigma$  = =K+19-26

B8  $\Sigma$  = =CAR(65+B7)

B11  $\Sigma$  = =RECHERCHE(B10;B5:AA5;B8:AA8)

**Code affine : séance de deux heures consécutives (avec une seule classe de 3<sup>e</sup>)**

Rappels : synthèse du TP « Code de César », fonction affine et arithmétique (division euclidienne, nombres premiers entre eux).

Consignes orales sur l'objectif de la séance et son déroulé. Distribution des documents. Les élèves ont travaillé en groupe pour les exercices de compréhension de la méthode et se sont répartis plus rapidement sur les ordinateurs que lors du premier TP de cryptographie.

Le va et vient entre le tableur et la table de travail a été plus fréquent et plus efficace que lors du premier TP. J'ai donc donné, au cours de la deuxième heure, l'accès au fichier tableur *Code affine* pour permettre aux élèves de vérifier leurs cryptages. Les élèves n'ayant pas créé leur outil de codage pour le code de César lors de la première séance ont souhaité le faire, ce dernier leur semblant plus facile que pour le code affine généralisé.

Exercice 1 : calculer la valeur d'une expression, acquis par tous malgré des présentations manquant de rigueur.

*Exercice 1:*

$A = f(0) = 7 \times 0 + 5$   
 $= 0 + 5 = 5$

$B = f(1) = 7 \times 1 + 5$   
 $= 7 + 5 = 12$

$f(3) = 7 \times 3 + 5$   
 $= 21 + 5$   
 $= 26$

$26 = 1 \times 26 + 0$   
 la lettre correspondante à 0 est A  
 0 est codé par la lettre A.

$f(4) = 7 \times 4 + 5$   
 $= 28 + 5$   
 $= 33$

$33 = 1 \times 26 + 7$   
 la lettre correspondante à 7 est H  
 7 est codé par la lettre H.

Exercice 2

Tous les élèves ont trouvé la fonction correspondant au code de César, et déduit que la fonction affine  $2x + 3$  ne permettait pas de définir une fonction de codage.

Plusieurs réponses pour montrer que 2 et 26 ne sont pas premiers entre eux :

Les nombres 2 et 26 sont-ils premiers entre eux (justifier) ? Non, ils ne sont pas premiers entre eux car 2 et 26 sont deux chiffres entre eux

? Non, car... ce sont... deux... nombres pairs (au moins divisible par 2)

.. Ils ne... sont pas... premiers... entre eux car 2 est un diviseur commun

? Non... car...  $\frac{2}{26} = \frac{1}{13}$ .....

Ils sont divisible par 2

Trois quart des élèves ont trouvé le nombre de fonctions affines possibles.

$12 \times 26 = 312$

Pour la recherche d'une fonction affine ( 3<sup>o</sup>) de l'exercice 2) : 6 élèves sur 28 ont élaboré un raisonnement basé sur la résolution de systèmes d'équations avec utilisation des contraintes et des multiples de 26 pour obtenir une valeur positive pour  $a$  et  $b$ . 10 élèves ont trouvé par



essai erreur à partir des 12 valeurs possibles de  $a$  dont 6 à l'aide du fichier *Code affine*. Quatre élèves ont trouvés des valeurs négatives pour  $a$  et  $b$  et n'ont pas traité la question (« Trop compliqué ! »).

*Une recherche non aboutie, mais un bon départ ....des compétences même hors socle peuvent être évaluées positivement.*

Handwritten student work showing a mapping from 'CODE' to 'LHCT' and a system of linear equations:

$$\begin{array}{ccc} \text{CODE} & \rightarrow & \text{LHCT} \\ \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow & & \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\ 2 \ 14 \ 3 \ 4 & & 11 \ 7 \ 2 \ 19 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} f(2) = 11 = ax + b = 11 \\ f(14) = 7 = ax + b = 7 \\ f(3) = 2 \quad ax + b = 2 \\ f(4) = 19 \quad ax + b = 19 \end{array}$$

*Une égalité qui apparaît ...fruit d'un travail collaboratif ?*

$$11 - 2a = 2 - 3a$$

Aucun élève n'a eu le temps de programmer son propre outil de codage mais ils ont tous sauvegardé leur travail de test et de recherches effectuées à partir de la donnée du fichier *Code affine*. Cette donnée a bien sûr réduit l'intérêt de fabriquer son propre outil, mais ce n'était pas l'objectif principal de cette séance.... Il aurait fallu pour cela disposer de plus de temps. De plus, je n'ai pas souhaité freiner l'enthousiasme des élèves qui préféraient inventer des fonctions affines et calculer manuellement!

Lors de cette séance les échanges ont été très riches entre les élèves et je n'ai eu à gérer aucun conflit ni manque d'implication ! Une élève a même prétendu avoir enfin compris les fonctions affines grâce à ce travail... peut-être parce qu'elle s'est un peu plus impliquée.

**Conclusion :** La cryptographie est un thème riche en source d'activités adaptables à tous les niveaux de classes, et motivant pour les élèves. Elle permet de travailler le raisonnement et la démarche de résolution de problème ainsi qu'un certain nombre de connaissances et savoir-faire mathématiques du programme.

# LE GOÛT DE L'EAU

Valérie Hernandez  
Professeure au collège du Montois  
Donnemarie-Dontilly

## Niveau concerné

5<sup>e</sup>.

## Modalité

En classe avec le professeur de physique et de mathématiques.

## Pré-requis

- Conversions.
- Notion de proportionnalité.
- Comparaison d'écritures fractionnaires.

## Objectifs

Mobiliser des outils mathématiques et montrer l'intérêt de ceux-ci lorsque l'expérimentation physique ne permet pas de conclure.

## LE GOÛT DE L'EAU – Fiche professeur

**Durée : 2 séances**

**Classe de 5<sup>e</sup>**

### SITUATION-PROBLÈME

On considère les quatre boissons suivantes :

Nom de la boisson	A	B	C	D
Volume d'eau	$\frac{1}{4}$ L	340 mL	1,5 dL	51 cL
Masse de sel	13 g	16 g	8 g	26 g

Range les quatre boissons de la moins salée à la plus salée.

### COMPÉTENCES/OBJECTIFS

<b>RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME</b>	<b>Organisation gestion données</b>	<b>Nombres et calculs</b>	<b>Géométrie</b>	<b>Grandeurs et mesures</b>
<b>Observer, rechercher, organiser les informations.</b>		Rechercher les informations utiles.		Organiser les informations.
<b>Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>		Mettre en œuvre une démarche de résolution/ mettre en œuvre plusieurs pistes de solutions		Manipuler/Appliquer des consignes
<b>Raisonner, argumenter et démontrer.</b>		Contrôler un résultat.		
<b>Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>		Utiliser une calculatrice		

## LE GOÛT DE L'EAU – Fiche élève

Durée : 2 séances

Classe de 5<sup>e</sup>

### Compétences

#### Rechercher, extraire des informations

Rechercher et organiser les informations utiles.

#### Calculer, appliquer une consigne

Mettre en œuvre une démarche de résolution/ mettre en œuvre plusieurs pistes de solutions.

#### Raisonner, argumenter

Contrôler un résultat

#### Présenter, rédiger

Utiliser une calculatrice.

### SITUATION-PROBLÈME

On considère les quatre boissons suivantes :

Nom de la boisson	A	B	C	D
Volume d'eau	$\frac{1}{4}$ L	340 mL	1,5 dL	51 cL
Masse de sel	13 g	16 g	8 g	26 g

Range les quatre boissons de la moins salée à la plus salée.



## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« LE GOÛT DE L'EAU »**

#### **Introduction**

Il y a un an, avec des collègues volontaires, nous avons décidé de travailler en interdisciplinarité avec une classe de 6<sup>e</sup> sur le thème du développement durable.

A la fin de l'année, nous souhaitons poursuivre – avec ces mêmes élèves – le travail par compétences établi, avec pour fil conducteur : le thème de l'eau.

On présente ici, à titre d'exemple, une activité menée avec ces élèves de 5<sup>e</sup>.

L'idée de cette activité est venue lors d'une sortie au salon du développement durable en décembre, où les élèves ont participé à un atelier dans lequel ils ont goûté de l'eau et tantôt fait la grimace lorsqu'une eau n'avait, pour eux, pas bon goût ; il s'agissait dans ce cas d'une eau salée.

#### **Compte rendu de l'activité**

La lecture de l'énoncé faite, je questionne les élèves quant aux méthodes qu'ils allaient utiliser pour résoudre le problème. « La langue » répondent-ils en chœur. Les élèves ont tout d'abord l'idée de réaliser l'expérience et goûter les différentes boissons.

Expérience faite par le professeur de physique, qui en a profité pour rappeler le protocole et les consignes de sécurité nécessaires. Mais les avis divergent en raison d'une concentration massique en sel peu différente dans les boissons.

Les élèves cherchent alors des outils mathématiques pour résoudre le problème.

Dans la version expérimentée en classe, les questions intermédiaires suivantes avaient été posées : 1) Quelle est la boisson la moins salée ? Justifie. 2) Parmi les boissons A et C, quelle est la plus salée ? 3) Parmi les boissons B et D, quelle est la plus salée ?

Au vu des procédures variées de recherche mises en oeuvre par les élèves, il nous a semblé préférable, à l'avenir, de laisser le problème le plus ouvert possible.

Nous présentons à la page suivante, des extraits de réponses d'élèves.

1. Les boissons la moins salées sont la B.

$$A = \frac{13}{250} = 0,052 \quad B = \frac{16}{340} = 0,047$$

$$C = \frac{8}{100} = 0,08 \quad D = \frac{26}{510} = 0,051$$

2. La C est la plus salée ( $A = 0,052 / C = 0,08$ )

3. La B est la plus salée ( $B = 0,047 / D = 0,051$ )

4.  $B < D < A < C$ .

1.  $A = \frac{13}{250} = \frac{52}{1000}$  (multiplier par 40)

$B = \frac{16}{340} = \frac{26}{510}$  (multiplier par 45)

$C = \frac{8}{100} = \frac{32}{400}$  (multiplier par 25)

$D = \frac{26}{510}$

On convertit d'abord toutes les unités en "cl"

1.

	L	dl	cl	ml
A		2	5	
B		3	4	0
C		1	5	
D		5	1	

$$A = \frac{25}{13} \quad B = \frac{34}{16} \quad C = \frac{15}{8} \quad D = \frac{51}{26}$$

$$25 \div 2 = 12,5 \quad 34 \div 2 = 17 \quad 15 \div 2 = 7,5 \quad 51 \div 2 = 25,5$$

On pour B:  $16 < 17$

La boisson la moins salée est la B car 17 est plus grand que 16

À titre d'information, voici une grille de compétences transversales (à partir de la grille du socle commun) que nous avons élaborée pour cette classe. La règle était que chaque item serait évalué par au moins deux disciplines.

A = Acquis ; ECA = En voie d'acquisition ; NA = Non acquis.

**Compétences interdisciplinaires de la 5<sup>ème</sup> 6**

Nom de l'élève : .....

	A	ECA	NA
<b>Compétence1 : Maîtrise de la langue française</b>			
Dégager, par écrit ou oralement, l'essentiel d'un texte lu			
Manifester sa compréhension de textes variés, par des moyens divers			
Reproduire un document sans erreurs			
Écrire lisiblement un document sans erreur, sous la dictée en respectant l'orthographe et la grammaire			
Rédiger un texte bref, cohérent et ponctué, en réponse à une question			
Utiliser ses connaissances			
Rendre compte d'un travail à l'oral			
Adapter sa prise de parole à la situation de communication			
Participer à un débat			
<b>Compétence 3 : Les principaux éléments de mathématiques et la culture scientifique et technologique</b>			
Rechercher, extraire et organiser l'information utile			
Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes			
Raisonner, argumenter, démontrer, pratiquer une démarche expérimentale			
Présenter la démarche suivie			
Organisation et gestion de données			
Grandeurs et mesure			
Mobiliser ses connaissances pour comprendre des questions liées à l'environnement et au développement durable			
<b>Compétence 4 : B2i</b>			
Utiliser les logiciels et les services à disposition (domaine 1)			
Faire preuve d'esprit critique face à l'information et à son traitement (domaine 2)			
Participer à des travaux collaboratifs en respectant les règles (domaine 2)			
Identifier, trier, évaluer les ressources (domaine 4)			
Chercher et sélectionner l'information demandée (domaine 4)			
<b>Compétence 5 : la culture humaniste</b>			
Se repérer dans le temps			
Situer des évènements, œuvres littéraires, découvertes, dans le temps et l'espace			
Identifier la diversité des civilisations, langues, sociétés, religions			
Porter un regard critique sur un fait, une œuvre			
Manifester sa curiosité			
<b>Compétence 6 : les compétences sociales et civiques</b>			
Respecter les règles de la vie collective			
Comprendre l'importance du respect mutuel			
Adopter des comportements favorables à sa santé et sa sécurité			
<b>Compétence 7 : l'autonomie et l'initiative</b>			
Savoir s'auto évaluer, décrire ses intérêts, ses acquis			
Etre autonome dans son travail			

Identifier ses points forts et ses points faibles dans des situations variées		
S'engager dans un projet individuel		
S'intégrer dans un travail collectif		
Manifester curiosité, créativité à travers des activités de l'établissement		
Assumer des rôles, prendre des initiatives et des décisions		

# UN EMPLOI DU TEMPS BIEN CHARGÉ !

Coralie Morel  
Professeure au collège Mon Plaisir  
Crécy-la-Chapelle

Virginie FORICHON  
Professeure au collège E. Delacroix  
Roissy-en-Brie

## **Niveau concerné**

Cinquième.

## **Modalité**

Cette activité a été menée en classe de cinquième en trois temps, alternant des périodes de réflexion personnelle, de groupe, de travail à la maison en autonomie et de débats en classe entière. Cette activité a créé une réelle émulation au sein de la classe et l'aboutissement en est très intéressant.

## **Pré-requis**

Calculs de durées qui font l'objet d'un entraînement permanent au cours de l'année scolaire (cette activité s'est déroulée au mois d'avril).

## **Objectifs**

Favoriser la démarche d'investigation : comprendre le problème de décalages horaires afin de proposer une solution pour le calcul de durées de vol.

Développer le travail de groupe, l'autonomie et l'initiative (compétence 7).

## UN EMPLOI DU TEMPS BIEN CHARGÉ !

### Fiche professeur

**Durée : 2 heures réparties sur 3 séances**

**Classe de 5<sup>e</sup>**

#### SITUATION-PROBLÈME

Benoit part de Los Angeles pour atterrir à Paris.

Pendant la première partie du vol, il prévoit de dormir 6h, prendre ses repas (dîner, petit déjeuner et déjeuner) pendant environ 1h30 et de travailler pendant 2h. Il prévoit ensuite, pour le reste du vol entre Londres et Paris, de regarder un documentaire d'une durée de 1h05. Pour se détendre, Benoit a emporté son roman. Il lui reste 100 pages à lire. Sachant qu'il lit une page par minute, Benoit aura-t-il le temps de terminer son livre s'il ne lit que pendant les vols ?

#### CONSIGNES

A l'aide des documents proposés, déterminer si Benoit aura le temps de terminer son livre pendant le vol ?

#### COMPÉTENCES 3 ET 7 DU SOCLE COMMUN

RÉSOLUTION D'UN PROBLÈME	Nombres et calculs	Grandeurs et mesures
<b>C3. Observer, rechercher, organiser les informations.</b>		Extraire des informations relatives au décalage horaire à partir d'une carte et d'un récapitulatif de plan de vol. (1)
<b>C3. Réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes.</b>		Calculer des durées, des horaires. (2)
<b>C3. Reasonner, argumenter et démontrer.</b>	Choisir l'opération qui convient à la situation étudiée. (3) Contrôler un résultat. Pratiquer la déduction. (4)	
<b>C3. Communiquer à l'aide de langages adaptés.</b>	Savoir retranscrire convenablement le décalage horaire. (5) Présenter et rédiger convenablement la réponse. (6)	
<b>C7. Être autonome dans son travail : savoir l'organiser, rechercher des informations utiles.</b>		
<b>C7. S'intégrer et coopérer dans un projet collectif.</b>		



#### AIDES ÉLÈVES

Aide à la démarche : Repérer les grandeurs en jeu (prise en compte du décalage horaire).  
Quels calculs doit-on faire ?

Apport de savoir-faire :

Repérer des informations sur une carte à l'aide des axes (fuseaux horaires) : voir le fichier **aide\_eleves\_fuseaux\_horaires.xls**.

Le fichier **aide\_eleves\_fuseaux\_horaires.xls** est à télécharger sur le site **maths.ac-creteil.fr** à la rubrique collège accompagnant cette brochure.

## UN EMPLOI DU TEMPS BIEN CHARGÉ ! – Fiche élève

Durée : 2 heures réparties sur 3 séances

Classe de 5<sup>e</sup>

Benoit part de Los Angeles pour atterrir à Paris.

Pendant la première partie du vol, il prévoit de dormir 6h, prendre ses repas (dîner, petit déjeuner et déjeuner) pendant environ 1h30 et de travailler pendant 2h. Il prévoit ensuite, pour le reste du vol entre Londres et Paris, de regarder un documentaire d'une durée de 1h05. Pour se détendre, Benoit a emporté son roman. Il lui reste 100 pages à lire. Sachant qu'il lit une page par minute, Benoit aura-t-il le temps de terminer son livre s'il ne lit que pendant les vols ?

**Départ : 27 févr. 2011**

### **VOL N°1**

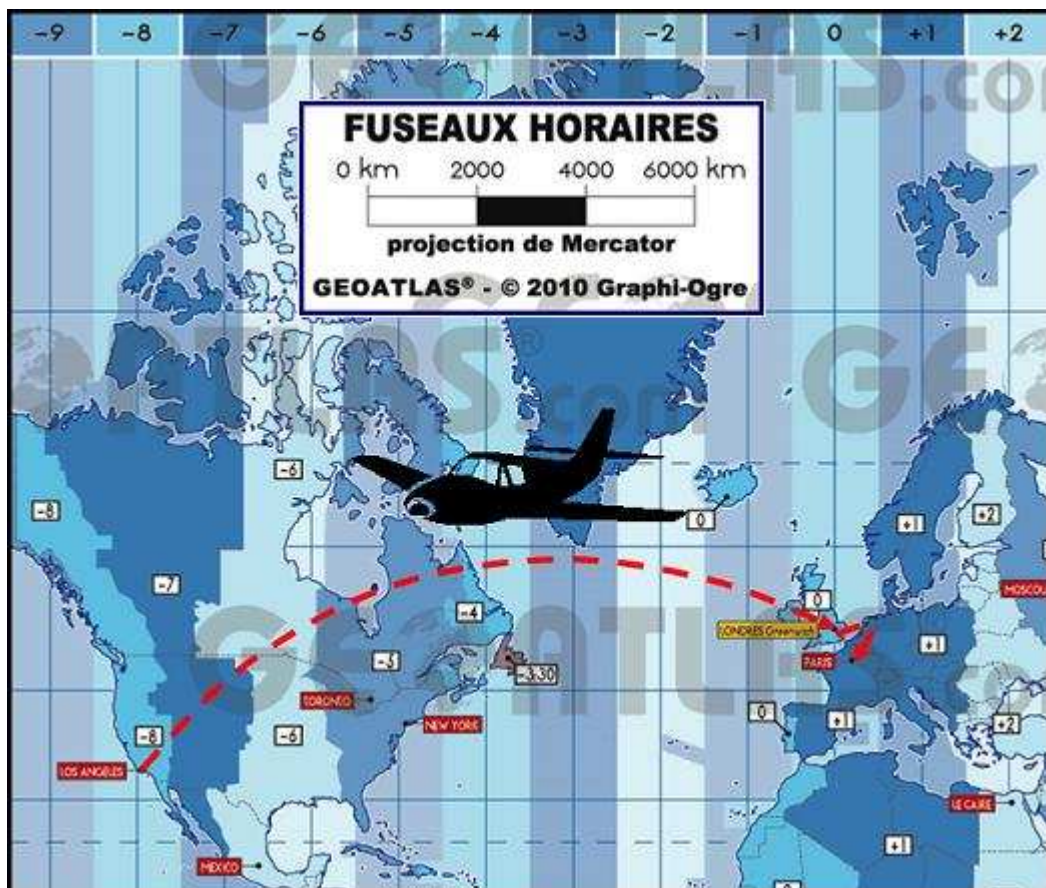
<b>Départ :</b>	16 : 00	27 févr. 2011	Los Angeles International Airport
<b>Arrivée :</b>	10 : 40	28 févr. 2011	London Heathrow Airport

### **ESCALE (CHANGEMENT D'AVION)**

### **VOL N°2**

<b>Départ :</b>	12 : 45	28 févr. 2011	London Heathrow Airport
<b>Arrivée :</b>	15 : 00	28 févr. 2011	Paris Charles de Gaulle Airport

**Arrivée : 28 févr. 2011**





## **COMPTE-RENDU DE L'ACTIVITÉ**

### **« UN EMPLOI DU TEMPS BIEN CHARGÉ ! »**

#### **Mise en œuvre au collège Mon plaisir de Crécy-la-Chapelle**

---

##### **1<sup>e</sup> étape (durée d'environ 20 minutes)**

Les élèves prennent connaissance et se familiarisent silencieusement avec la situation. Après quelques minutes de réflexion, les discussions entre élèves commencent. Ils avaient le loisir de réfléchir avec leurs voisins au problème posé. Quelques-uns prennent rapidement conscience d'une difficulté sous-jacente sans pour autant être en mesure de la formuler clairement. Les discussions entre élèves vont conforter ce sentiment et vont leur permettre d'entreprendre rapidement une réflexion approfondie. A leur demande, la version couleur du plan de vol est projetée au tableau.

Deux ou trois élèves s'exclament avoir trouvé la solution. Je leur ai ainsi proposé d'aller au tableau l'exposer oralement. Bien entendu, ces élèves n'avaient absolument pas tenu compte du décalage horaire entre Los Angeles et Londres, ni entre Londres et Paris. L'exposé à la classe ne fait pas l'unanimité et l'incohérence du temps de vol la fait réagir. La solution est donc rejetée. Les élèves se questionnent alors quant à la raison pour laquelle la durée de vol proposée par les deux élèves semble incohérente.

Le cours s'achève sur ces interrogations soulevées par la classe. Les élèves repartent à la maison avec pour consigne de mettre par écrit (au brouillon) leurs questions et le début de réponse qu'ils pourraient apporter au problème posé.

##### **2<sup>e</sup> étape : Travail à la maison pendant trois jours**

##### **3<sup>e</sup> étape (durée environ 40 minutes)**

Je retrouve ma classe, excitée et impatiente de savoir si leur démarche d'investigation est correcte. Dès la montée en classe, de nombreuses questions me sont posées. Les élèves ont vraiment entrepris une démarche de raisonnement et se questionnent sur la véracité de ce dernier. Certaines réflexions, incohérentes, sont rapidement réfutées par d'autres élèves. Le débat commence donc dans les couloirs et se prolongera en classe par travail de groupe. Cette fois, les élèves choisissent leur groupe (par trois ou quatre élèves maximum) et se répartissent dans la salle avec pour consigne de débattre au sein du groupe du problème posé. L'objectif visé étant, quarante minutes plus tard, la rédaction de leur raisonnement, abouti ou non. Ils ont à disposition tous leurs documents ainsi que des postes informatiques. Chaque élève est invité à rédiger personnellement le travail réalisé au sein du groupe. Le débat est actif et intéressant. Je ne suis intervenue qu'auprès de deux groupes, incapables de débattre et justifier leur raisonnement. Je les ai invités à utiliser l'outil informatique, outil qui va leur être bénéfique pour l'un d'eux puisqu'ils vont trouver une carte différente expliquant les décalages horaires et leur permettra d'aboutir à une production quasi-totale. L'autre groupe n'a pas réussi à se mettre d'accord et pour cause, ils trouvent le même résultat final mais par deux raisonnements totalement différents, dont un complètement faux. Ces élèves, d'un niveau très satisfaisant en travail de classe (oral comme écrit) n'arrivent pas à mener un travail de groupe efficace. Le débat n'a pas lieu et chacun se contente de recopier ce qu'ils avaient trouvé chez eux personnellement.

A la fin du cours, les élèves reprennent leur place mais le temps manque pour présenter une démarche complète. Le débat a uniquement lieu sur la possibilité ou non par Benoit de

finir son livre. Tous les élèves avaient répondu par la négative à cette question. La reprise s'est faite durant un cours ultérieur en classe et les débats ont été actifs, permettant à chacun de développer la prise de parole en classe.

### Documents élèves

**Item 1** : Rechercher, extraire, organiser les informations.

**Item 2** : Calculer, appliquer une consigne.

**Item 3** : Reasonner, argumenter.

**Item 4** : Présenter, rédiger.

Élève 1 :

I) Durée du vol 1 et du vol 2 (Los Angeles - Londres) et (Londres - Paris)

a vol 1

Item 1 Il part à 16 h 00 de Los Angeles, moi je base sur 8 heure de Londres (heure C) Donc il y a 8h de décalage entre Londres et Los Angeles donc

$$16h00 + 8h = 00h00$$

Item 2 Heure Los Angeles + décalage = heure de Londres

donc

$$10h45 - 00h00 = 10h45$$

le vol CA - Londres dure 10h45

b vol 2

Il part à 12h45 et arrive à Paris à 15h00 donc 16h00 heure de Londres car il y a 1h de décalage

$$12h45 \quad 15h00 - 1h00 = 14h00$$

heure Paris - décalage = heure de Londres

Item 4 non acquis



Élève 3 :

Je calcule toute les activités des deux vols.

$$\underbrace{(6 + 1,30)}_{300} + \underbrace{2 + 4,05}_{9^h30} + 1,40$$

$$10,35 - 12,15$$

La somme des activités est égale à 12<sup>h</sup>15

V1:  
 $16 + 8 = 24 = 00,00$   
 $10,40 - 00,00 = 10,40$

V2:  
 $12,45 + 1^* = 13,15$        $15,00 - 13,15 = 1,15$

Item 4 non validé :  
Présentation et rédaction

Item 3 : raisonner ; le problème du décalage horaire est pris en compte.



**Élève 4 :**

Voici la production complète d'un groupe après les quarante minutes. Ce groupe a eu de grosses difficultés de compréhension du problème de décalage horaire mais le début de raisonnement montre que les élèves ont réussi, en groupe, à soulever les difficultés et à y remédier. Plus de temps aurait sans nul doute permis à ce groupe d'achever sa production.

Devoir en groupe

① Un employé du temps bien chargé

Pour la première partie du vol

- On cherche combien de temps dure le voyage.

- Demande: Si il est 00 à Paris, il est 1h30 Los Angeles  
le décalage horaire est de 08h00

$$\begin{array}{r} 10\text{h}40 \\ -08\text{h}00 \\ \hline 10\text{h}40 \end{array}$$

Conclusion: la première partie dure 10h40

Benoit a prévu de dormir 6h. manger 1h30 et travaillé 2h00.  
En tout il a 8h00 d'occupation sûr.

Item 1 : les informations sont prises en compte.

Item 3 : raisonner ; le problème du décalage horaire est pris en compte et l'argumentation figure sur la copie.

## **Mise en œuvre au collège E. Delacroix de Roissy-en-Brie**

---

Cette activité s'est déroulée en classe entière sur trois séances. L'énoncé a été imprimé en couleur pour chaque élève afin de faciliter la lecture de la carte des fuseaux horaires.

### **Déroulement de l'activité :**

#### **1<sup>e</sup> phase (20 min) : recherche individuelle**

L'énoncé est distribué à chaque élève. Sur leur copie double, ils sont invités à réserver une page pour coller l'énoncé, une pour leur recherche au brouillon et enfin une pour la réponse finale.

Pendant cette première phase, les élèves prennent connaissance de la situation et tentent individuellement de trouver une solution au problème posé en utilisant la partie brouillon de leur copie. Très vite, des questions relatives aux horaires des vols me sont posées.

Pour le lendemain, les élèves doivent, à la maison, réfléchir au problème posé et noter leurs remarques, questions ou éventuellement solutions sur la partie brouillon de leur copie afin de préparer le travail de groupe.

En quittant la salle, les élèves débattent ensemble dans le couloir du problème et certains pensent déjà obtenir la solution.

#### **2<sup>e</sup> phase (1h) : travail de groupe**

Les élèves sont impatients de mettre en commun leurs idées. Des groupes de deux ou trois élèves sont constitués. Certains pensent déjà avoir résolu le problème à la maison mais très vite, au sein des différents groupes, leur solution est invalidée.

Les débats s'orientent rapidement sur le décalage horaire. Les élèves peinent à comprendre la carte. Ils ont beaucoup de difficultés à utiliser les informations du document. La grande interrogation se porte essentiellement sur le « sens » du décalage (doit on faire + 8 ou - 8) et surtout par rapport à quoi ce décalage horaire est-il calculé. Certains élèves (les plus en difficultés) se heurtent aux « nombreuses » informations données dans l'énoncé et ont du mal à repérer les moments où Benoit peut lire son livre.

Une aide est proposée aux élèves qui le souhaitent afin de favoriser la compréhension de la carte des fuseaux horaires. Il s'agit d'un document Excel présentant l'heure à un instant donné dans différentes villes du monde. Après 40 minutes de recherche et de débats au sein des différents groupes, les élèves sont invités à rédiger et expliquer leur démarche même non aboutie. Seulement deux groupes ont trouvé la solution mais tous se sont investis dans le problème et sont restés actifs durant toute la séance. Les productions sont ramassées. La mise en commun est prévue pour le cours suivant.

#### **3<sup>e</sup> phase (20 min) : débat en classe entière puis correction**

Les élèves sont impatients de savoir si leur démarche est correcte. Parmi les volontaires, le professeur fait le choix d'envoyer au tableau un groupe qui n'a pas tenu compte du décalage horaire. Très vite, certains élèves réagissent. Après avoir projeté au tableau le document d'aide et fait un point rapide sur le fonctionnement des fuseaux horaires, la solution finale est assez rapidement élaborée puis rédigée au tableau par l'ensemble de la classe.

#### **Conclusion :**

Cette activité a suscité beaucoup d'intérêt pour la plupart des élèves. Ils sont restés motivés tout au long des différentes phases de recherche. La consigne a correctement été comprise par l'ensemble de la classe ainsi que la démarche à effectuer pour trouver la solution. Néanmoins, seulement deux groupes sont parvenus à une réponse exacte. L'analyse et

L'utilisation de la carte des fuseaux horaires a motivé beaucoup de débats et de questions. La phase de rédaction a elle aussi posé quelques difficultés.

## EXTRAITS DE PRODUCTIONS D'ELEVES

### Groupe 1

10h40 Durée du vol Los Angeles - Londres  
1h15 Durée du vol Londres Paris.

16h Los Angeles.  
- 8h CHCO Londres.

12h45 Londres  
+ 1h 13h45 Paris.

$6h + 1h30 + 2h = 9h30$ .

10h40 - 9h30 = 1h10.  
Il a 1h10 pour lire au premier vol.  
Il consulte le documentaire de 1h05,  
Il peut lire pendant 10 min au deuxième vol.

1h10 + 10 = 1h20.

Il passera lire au hotel d'une durée de  
1h20 min pendant les vols.

Le décalage horaire a été correctement pris en compte. Les items (1) et (5) sont donc évalués positivement.

Les calculs de durées ont été correctement effectués. Item (2) évalué positivement.

La réponse à la question posée n'est pas clairement donnée. Item (4) en cours d'acquisition.

### Groupe 2

Réponse

Vol n° 1 : 16h  $\xrightarrow{+8h40}$  10h40

$6h + 1h30 + 2h = 9h30$   
Pendant 9h30, il mange, dort ...

$10h40 - 9h30 = 9h10$

Il lui reste 9h10 de vol. Donc il lui restera :  
9h10 pour lire son livre.  
: 100 x 1 = 100 min  
100 min = 1h40 Il lui faut 1h40 pour lire son livre.  
Oui il pourra lire son livre.  
 $9h10 - 1h40 = 7h30$  Il lui restera 7h30 de vol.

Vol n° 2 : 12h45  $\xrightarrow{8h15}$  13h

12h45  $\xrightarrow{+15min}$  13h    13h  $\xrightarrow{+8h}$  15h  
+ 8h = 8h15

$8h15 - 1h40 = 6h35$  Il lui reste 6h35 de vol.  
Oui il pourra lire son livre.

Le décalage horaire n'a pas été pris en compte. Les items (1) et (5) ne sont donc pas acquis.

Les calculs de durées ont été correctement effectués. Item (2) évalué positivement.



Groupe 3

$16 - 10,40 = 4,50$   
 $12,45 - 15 = 2,55$   
 $4,50 + 2,55 = 7,05$

Il lui reste 100 pages à lire et il doit lire pendant le vol, il lit une page en une minute donc il lit les 100 pages en 100 minutes soit 1h 30 donc il a le temps de lire ses livres jusqu'à 7h 05 de vol.

Los Angeles - Londres 12h 40  
 Paris - Londres 3h 45

$12,40 + 3,45 = 16h 25$   
 $6 + 1,30 + 2 + 1,05 + 1,40 = 12,15$   
 $16,25 - 12,15 = 4,10$

Problème de notation dans la présentation des calculs de durées. Item (6) non validé.

Groupe 4

Le décalage horaire est pris en compte, l'intégralité du raisonnement est cohérent mais il y a une erreur de calcul dans les durées. Item (2) non validé.

3<sup>es</sup> 2012

Londres Paris	Départ: 12h 45 Arrivée: 15h 00 à Paris par rapport à l'heure de Londres est $15h 00 - 12h 45 = 2h 15$ Donc le temps du trajet de Londres à Paris est de 2h 15 parce que entre 12h 45 et 15h 00 il y a 2h 15 min. Le temps de l'attente d'occupation dans son 2 <sup>es</sup> 2012 est 1h 05. Alors on fait le temps du trajet - le temps d'occupation c'est à dire, $2h 15 - 1h 05 = 1h 10$ (70 min) Il aura 1h 10 de temps libre dans son 2 <sup>es</sup> 2012.
------------------	---