

1. Présentation

Les fonctions logiques mettent en relation les entrées d'un système pour établir les phrases de commande.

Dans l'exemple présenté au chapitre "Logique combinatoire", les phrases de commandes définies mettent en évidence trois fonctions logiques :

ET OU NON

Ce sont les trois fonctions de base. Il en existe d'autres mais il est possible de décrire toutes les phrases de commande à partir de ces 3 seules fonctions.

2. Tables de vérité

Une table de vérité est un tableau qui montre la relation qui existe entre une sortie et les entrées qui la concernent. Elle montre l'état que prend la sortie en fonction des combinaisons possibles des entrées.

Exemple :

Il n'y a pas de soleil et pas de vent
Il n'y a pas de soleil et il y a du vent
Il y a du soleil et du vent
Il y a du soleil et pas de vent

soleil	vent	MONTER
0	0	1
0	1	1
1	1	1
1	0	0

Il y a 3 combinaisons pour faire monter le store

Il n'y a pas de soleil et pas de vent
Il n'y a pas de soleil et il y a du vent
Il y a du soleil et du vent
Il y a du soleil et pas de vent

soleil	vent	DESCENDRE
0	0	0
0	1	0
1	1	0
1	0	1

3. Fonctions logiques de base

Fonction OUI

e1	S
0	0
1	1

La sortie S est vraie si l'entrée est vraie.
C'est typiquement le cas d'un bouton de sonnette.

$$S = e1$$

Fonction NON

e1	S
0	1
1	0

La sortie S est vraie si l'entrée n'est pas vraie.
C'est typiquement le cas du bouton d'éclairage dans un réfrigérateur.

$$S = \overline{e1}$$

Fonction ET

e1	e2	S
0	0	0
0	1	0
1	1	1
1	0	0

La sortie S est vraie si les deux entrées sont vraies simultanément.

$$S = e1.e2$$

Fonction OU

e1	e2	S
0	0	0
0	1	1
1	1	1
1	0	1

La sortie S est vraie si au moins l'une des deux entrées est vraie.

$$S = e1+e2$$

4. Autres fonctions logiques

Fonction NAND (NON ET)		
e1	e2	S
0	0	1
0	1	1
1	1	0
1	0	1

La sortie S est vraie si au moins une des deux entrées est fausse.

$S = \overline{e1.e2}$

Fonction NOR (NON OU)		
e1	e2	S
0	0	1
0	1	0
1	1	0
1	0	0

La sortie S est vraie si les deux entrées sont fausses simultanément.

$S = \overline{e1+e2}$

Les fonctions NAND et NOR sont des fonctions universelles.

Fonction OU EXCLUSIF (XOR)		
e1	e2	S
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	0	1

La sortie S est vraie si les deux entrées sont différentes.

$S = e1 \oplus e2 = \overline{e1}.e2 + e1.\overline{e2}$

5. Propriétés et règles de simplification

Les fonctions ET, OU et NON possèdent plusieurs propriétés pratiques pour manipuler et simplifier les équations logiques. Les expressions entre parenthèses se manipulent presque comme en arithmétique avec des règles pour les fonctions ET et OU proches de celles pour la multiplication et l'addition (sauf pour la distributivité du + sur le . qui n'existe pas en algèbre).

Commutativité	$a+b = b+a$ $a.b = b.a$
Élément neutre	$a+0 = a$ $a.1 = a$
Élément absorbant	$a+1 = 1$ $a.0 = 0$
Complément	$a+\overline{a} = 1$ $a.\overline{a} = 0$ $\overline{\overline{a}} = a$
Idempotence	$a+a = a$ $a.a = a$

Associativité	$(a+b)+c = a+(b+c)$ $(a.b).c = a.(b.c)$
Distributivité	$a.(b+c) = (a.b) + (a.c)$ $a+(b.c) = (a+b).(a+c)$
Inclusion	$a + \overline{a}.b = a + b$
Théorèmes de De Morgan	$\overline{a+b} = \overline{a} . \overline{b}$ $\overline{a.b} = \overline{a} + \overline{b}$

Exemple :

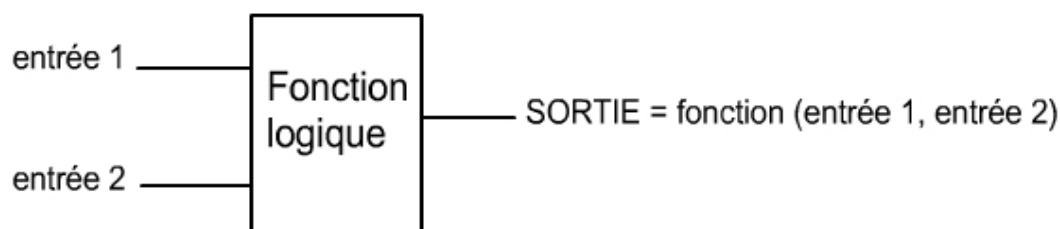
Monter =

6. Logigrammes

Les équations logiques peuvent être représentées par des outils graphiques. Parmi ceux-ci, les logigrammes sont très employés lorsque la partie commande est pneumatique ou électronique.

Chaque fonction logique est représentée par un symbole rectangulaire. Les entrées sont situées à gauche et la sortie est à droite.

Les symboles sont reliés entre-eux par des liaisons qui transportent l'information.



Chaque fonction dispose de son propre symbole. Deux normes existent mais la norme européenne est d'usage maintenant.

Certains documents anciens utilisent encore la norme US en électronique mais cette norme n'est plus d'actualité.

7. Symbolisation - Fonctions logiques de base

	<i>Norme européenne</i>	<i>Norme US</i>
Fonction OUI	$e \rightarrow \boxed{1} \rightarrow S=e$	
Fonction NON	$e \rightarrow \boxed{1} \rightarrow S=\bar{e} \rightarrow \boxed{1} \rightarrow$	
Fonction ET	$e1, e2 \rightarrow \boxed{\&} \rightarrow S=e1.e2$	
Fonction OU	$e1, e2 \rightarrow \boxed{\geq 1} \rightarrow S=e1+e2$	

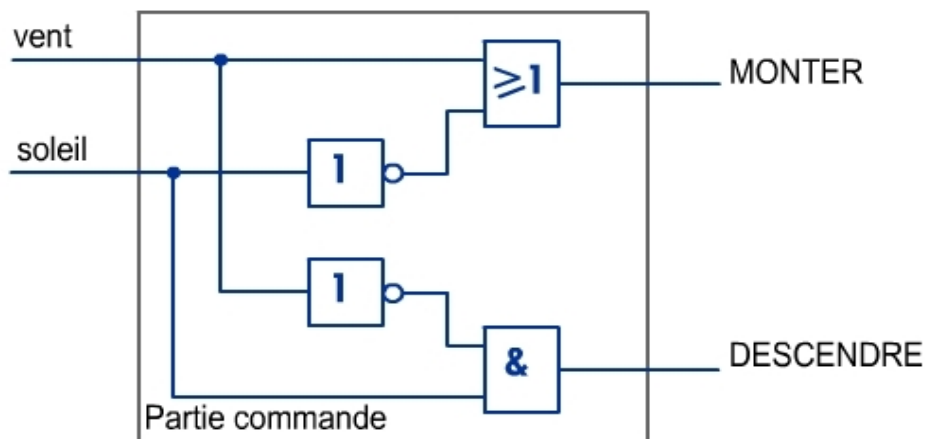
	<i>Norme européenne</i>	<i>Norme US</i>
Fonction NAND	$e1, e2 \rightarrow \boxed{\&} \rightarrow S=\overline{e1.e2} \rightarrow \boxed{\&} \rightarrow$	
Fonction NOR	$e1, e2 \rightarrow \boxed{\geq 1} \rightarrow S=\overline{e1+e2} \rightarrow \boxed{\geq 1} \rightarrow$	
Fonction OU Exclusif	$e1, e2 \rightarrow \boxed{=1} \rightarrow S=e1 \oplus e2$	

Exemple :

Logigramme de la partie commande du store automatisé

$$\text{MONTER} = \text{vent} + \overline{\text{soleil}}$$

$$\text{DESCENDRE} = \text{soleil} \cdot \overline{\text{vent}}$$



8. Circuits de commande électriques

La partie commande peut aussi être réalisée par un circuit électrique.

Ce circuit électrique peut être câblé ou programmé.

En logique, on parle d'état "0" et d'état "1", états qui représentent l'état logique d'une information.

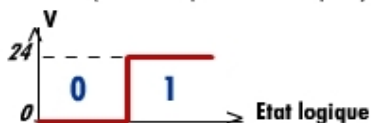
Cet état logique est le plus souvent véhiculé par un signal électrique et représenté par sa tension.

En fonction du niveau de tension, il convient alors de distinguer si l'on travaille en logique positive ou en logique négative. En effet, ces deux logiques peuvent être utilisées par les automates programmables ou les circuits électroniques.

Logique positive

Pour passer de l'état "0" à l'état "1", la grandeur physique croît.

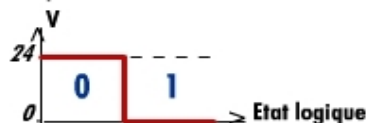
En d'autres termes, l'état "0" correspond à une tension basse et l'état "1" correspond à une tension haute (+24 V par exemple).



Logique négative

Pour passer de l'état "0" à l'état "1", la grandeur physique décroît.

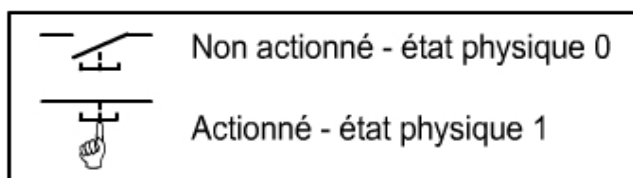
En d'autres termes, l'état "0" correspond à une tension haute (+24 V par exemple) et l'état "1" correspond à une tension basse.



Etat physique et état logique

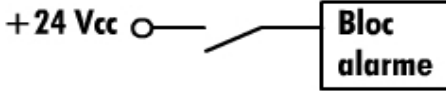
Il nous faut préciser la différence entre l'état physique d'un composant et l'état logique de l'information qu'il transmet.

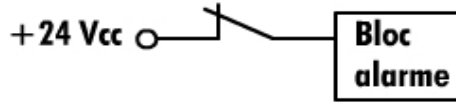
Ainsi, l'état physique d'un bouton poussoir à fermeture est clairement défini :



Mais dès lors que le même bouton poussoir est placé dans un circuit, il convient de s'interroger sur l'information électrique qu'il véhicule :

Exemple : circuit d'alarme anti-intrusion





état du contact	intrusion	tension en entrée
ouvert = 0	non	0 V
fermé = 1	oui	24 V

état du contact	intrusion	tension en entrée
ouvert = 1	oui	0 V
fermé = 0	non	24 V

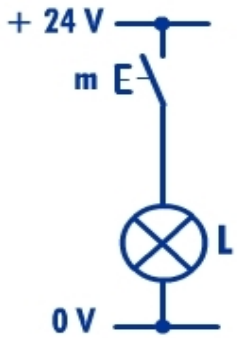
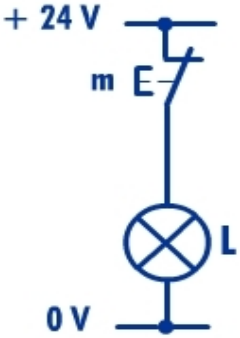
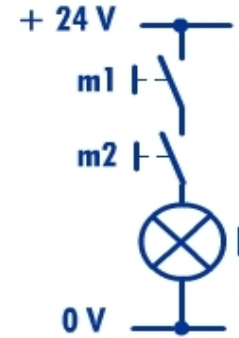
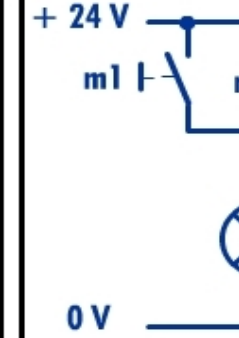
On constate que le niveau de tension qui signifie "intrusion = oui" peut être 0 V ou 24 V selon le choix du contact. Ce choix dépendra de la technologie de l'alarme.

Récapitulatif

Partie commande		Entrée de la partie commande	Contact électrique		Tension à l'entrée	Info.logique à l'entrée
			Etat physique			
logique positive		non actionné	0	0 V (alimentation interne)	0	
logique négative		non actionné	0	24 V (alimentation interne)	0	
logique positive		non actionné	0	24 V	1	
logique négative		non actionné	0	0 V	1	

Schémas de base

Il existe quatre montages de base, réalisant les fonctions logiques élémentaires OUI, NON, ET, OU.

 L est allumée si on appuie sur m. L = m Fonction OUI	 L est allumée si on n'appuie pas sur m. L = $\overline{m}$ Fonction NON	 L est allumée si on appuie simultanément sur m1 et m2. L = m1.m2 Fonction ET	 L est allumée si on appuie sur m1 ou sur m2. L = m1+m2 Fonction OU
--	--	--	--

Exemple :

Schéma de commande électrique de principe du store automatisé :

MONTER = vent + $\overline{\text{soleil}}$

DESCENDRE = soleil . $\overline{\text{vent}}$

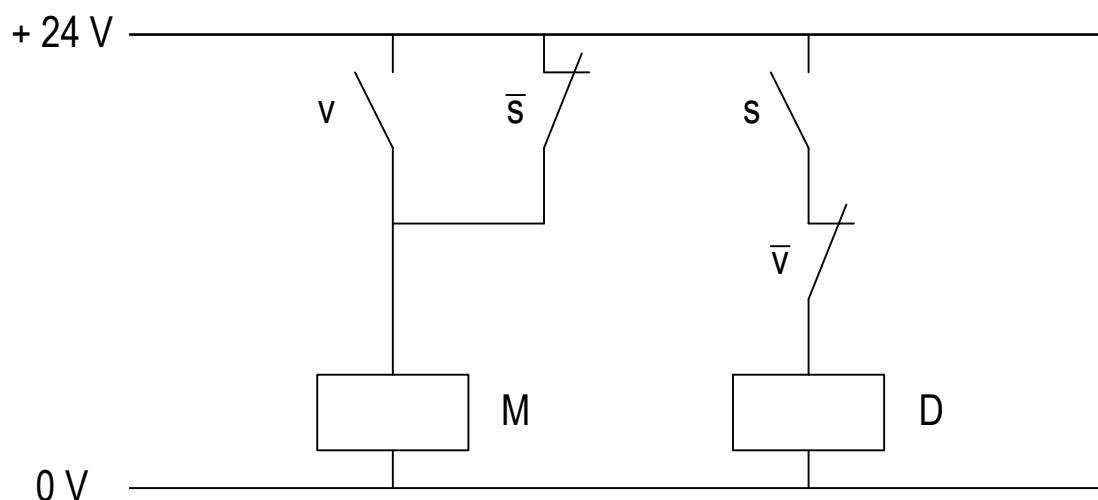


Schéma de commande électrique de principe du store automatisé avec marche manuelle :

MONTER = vent + $\overline{\text{soleil}}$ + montée manu

DESCENDRE = soleil . $\overline{\text{vent}}$ + descente manu

