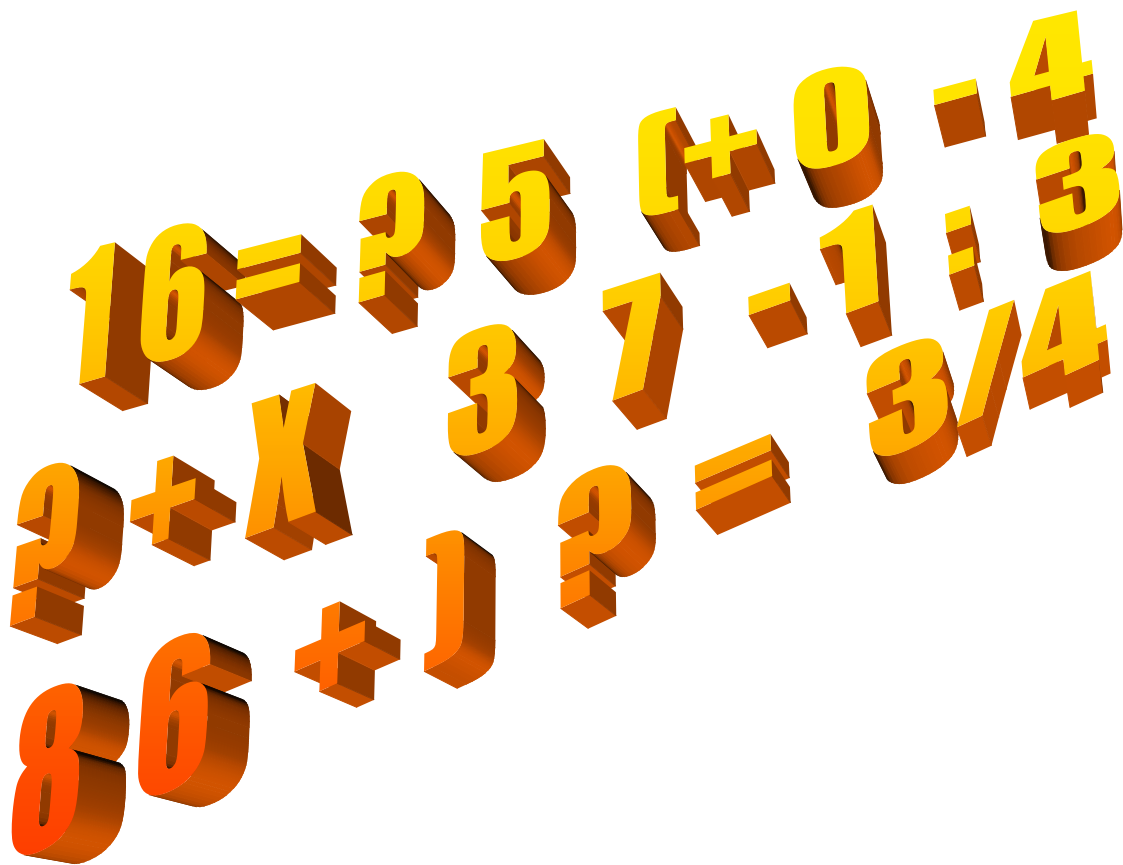


ENSEIGNER LA RESOLUTION DE PROBLEMES NUMERIQUES



Département de la Vienne
Année 2010-2011

Le groupe départemental de la Vienne

Mathématiques

Membres :

**Joël Bénitez CPAIEN POITIERS-EST
Pascal Bonnet IEN MONTMORILLON
Frédéric Chaumillon CPAIEN Lençloître
Laurent Desport IEN POITIERS-OUEST
Pascale Desport CPD informatique**

**Avec la participation de
François Lafontaine IA IPR mathématiques**

**Coordonné par :
Brigitte Montels IEN POITIERS-EST
Chargée de mission départementale mathématiques**

Sommaire

1-Introduction.

p3

- 1-1-Que disent les programmes ?
- 1-2-Que montrent les évaluations CM2 ?
- 1-2-Quelles sont les compétences nécessaires à la résolution de problèmes ?
- 1-4-Quels outils doivent être élaborés ?

2-Sens des opérations.

p9

- 2-1-La famille addition/soustraction.
- 2-2-La famille multiplication division.
- 2-3-Réunion.
- 2-4-Augmentation.
- 2-5-Diminution.
- 2-6-Comparaison.
- 2-7-Multiplication – Division.

3-Raisonnements types élémentaires.

p29

- 3-1-Les raisonnements types élémentaires.
- 3-2-Les thématiques.
- 3-3-Liste de raisonnements types élémentaires.
- 3-4-Les types de raisonnements.
 - 3-4-1-Les problèmes simples.
 - 3-4-2-Les problèmes complexes avec questions intermédiaires.
 - 3-4-3-Les problèmes complexes sans questions intermédiaires.

4-Analyse, traitement des énoncés et méthodologie.

p41

- 4-1-Traitement des énoncés.
- 4-2-La méthodologie

5-Éléments de progressivité.

p45

- 5-1-Répartition des situations opératoires et de leurs modalités d'enseignement.
- 5-2-Répartition des RTE.
- 5-3-Progression dans la complexité des énoncés.

6-Scénarios pédagogiques.

A l'année prochaine !

1- INTRODUCTION

1-1-Que disent les programmes ?

"La résolution de problèmes fait l'objet d'un apprentissage progressif et contribue à construire le sens des opérations" BO n° 3 du 19 juin 2008, C2 p18.

"Du CE2 au CM2, dans les quatre domaines du programme, l'élève enrichit ses connaissances, acquiert de nouveaux outils et continue d'apprendre à résoudre des problèmes" BO n° 3 du 19 juin 2008 C3 p22

La lecture des programmes permet d'identifier des compétences, des connaissances qui peuvent être classées en 5 domaines :

La résolution de problèmes dans les programmes 2008					
	CP	CE1	CE 2	CM1	CM2
Principes d'enseignement	<i>Ne fait pas l'objet d'un paragraphe spécifique.</i>				
				« développer le goût de la rigueur et du raisonnement »	
	« apprentissage progressif »			« continuer d'apprendre à résoudre des problèmes »	
				La résolution de problèmes « s'exerce à tous les stades de l'apprentissage »	
Les domaines de résolution de problèmes	<ul style="list-style-type: none"> - Nombres et calcul. - Géométrie. - Grandeurs et mesure. - Organisation et gestion de données. 				
Complexité du problème	« résoudre des problèmes très simples »				
	« problèmes simples à une opération »			« problèmes engageant une demande à une ou plusieurs étapes »	« problèmes de plus en plus complexes »
				« problèmes avec éventuellement des conversions »	«- problèmes avec conversions ; -simultanément des unités de mesures différentes »
Traitement de l'énoncé			«Apprendre progressivement à classer et trier des données » -Lire, -Produire des tableaux, des graphiques. -Analyser.		
			« organiser des informations numériques ou géométriques.»		
		« organiser les informations d'un énoncé »			

- ▶ Dans les programmes, la progressivité :
 - est détaillée sur : les notions
 - est demandée sur :
 - le sens des opérations ;
 - la nature et le nombre d'opérations ;
 - le nombre d'étapes du problème ;
 - la forme et le traitement de l'énoncé.

1-2-Que montrent les évaluations CM2 ?

Les résultats des évaluations nationales en CM2 2010, montrent que les élèves réussissent moins bien les items de résolution de problème. Nous sommes donc tenus d'analyser les difficultés rencontrées par les élèves et peut être par les enseignants, pour pouvoir améliorer ces résultats.

Exercice	Item	Département	National
9	76, résoudre des problèmes relevant des quatre opérations	65 %	68 %
	77, résoudre des problèmes relevant des quatre opérations	23 %	24 %
11	85, connaître les unités de temps et leurs relations, et calculer des durées. Lire l'heure sur un cadran à aiguilles :	37 %	41 %
	86, résoudre des problèmes concrets faisant intervenir des grandeurs et une ou plusieurs des quatre opérations	58 %	62 %
18	96, résoudre des problèmes concrets faisant intervenir des grandeurs et une ou plusieurs des quatre opérations	29 %	30 %
	97, résoudre des problèmes concrets faisant intervenir des grandeurs et une ou plusieurs des quatre opérations	17 %	18 %
	98, savoir organiser les données d'un problème en vue de sa résolution	25 %	25 %
19	99, résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité	31 %	35 %
	100, résoudre des problèmes relevant de la proportionnalité	25 %	29 %

1-3-Quelles sont les compétences nécessaires à la résolution de problèmes ?

1-3-1 Les tâches des élèves

Ex (ex.11-B item 86) :

Pour se rendre à l'école, en partant de chez elle, Kaéna doit d'abord marcher jusqu'à l'arrêt du bus pendant cinq minutes, prendre le bus pour un trajet de douze minutes et marcher à nouveau jusqu'à l'école pendant deux minutes. L'école commence à 8h 30. Avant quelle heure Kaéna doit-elle partir de chez elle pour ne pas être en retard à l'école?

- ▶ A) 1ère lecture : comprendre le contexte :
- De quelle histoire s'agit-il ?

C'est l'histoire d'une petite fille, qui doit prendre le bus pour aller de chez elle à l'école. Elle connaît l'heure d'entrée. Elle doit prendre en compte la durée de son trajet.

- Le contexte peut être considéré comme familier.
- L'énoncé ne présente pas de difficulté lexicale ou syntaxique.

- ▶ B) identification de la demande :
Avant quelle heure (*doit-elle partir*) ?
Il faut fournir une réponse en terme « d'heure ou d'horaire ».

- ▶ C) relecture (ou appel à la mémoire) pour trouver les indices :
-soit réponse directe.
-soit éléments pour un calcul.

Pour se rendre à l'école, en partant de chez elle, Kaéna doit d'abord marcher jusqu'à l'arrêt du bus pendant cinq minutes, prendre le bus pour un trajet de douze minutes et marcher à nouveau jusqu'à l'école pendant deux minutes. L'école commence à 8h 30. Avant quelle heure Kaéna doit-elle partir de chez elle pour ne pas être en retard à l'école ?

- Le trajet s'effectue en trois temps qui se succèdent, donc qui « s'ajoutent », il faudra effectuer une addition de trois durées.
- Les durées sont écrites en mots; il faut les repérer : cinq minutes, douze minutes, deux minutes.

- ▶ D) Effectuer un premier calcul :
Durée du trajet jusqu'à l'école :
 $5 + 12 + 2 = 19$ minutes

- ▶ E) revenir à la demande (soit mémoire, soit relecture) :

Avant quelle heure Kaéna doit-elle partir de chez elle pour ne pas être en retard à l'école?

- ▶ F) Mobiliser l'opération :
«L'école commence à 8h 30. Avant quelle heure Kaéna doit-elle partir ? »
L'école commence à 8h 30, Kaéna doit partir avant, l'heure de départ est inférieure à 8h 30, il faut faire une soustraction.

- ▶ G) Effectuer l'opération (la poser en colonne dans le cadre) :

$$\begin{array}{r} 8\text{h } 30 \\ - \quad 19 \\ \hline 8\text{h } 11 \end{array}$$

- ▶ H) Reporter la réponse à la fin de la phrase à trou.

1-3-2-Synthèse.

- ▶ **L'élève doit effectuer plusieurs lectures.**
- ▶ **Il doit analyser la demande pour identifier des données intermédiaires à calculer.**
- ▶ **Il doit associer des formulations à des sens d'opérations ou à des raisonnements types élémentaires.**
- ▶ **Il doit mettre en relation deux unités différentes (h et minutes).**
- ▶ **Il doit poser et calculer deux opérations sur ces nombres complexes (sans retenue).**

**L'activité de résolution de problèmes est une tâche complexe.
Pour l'élève, c'est une situation de « recherche ».**

**La compétence de résolution ne s'installe pas,
spontanément,
sans apprentissage.**

1-3-3-Quelles sont les difficultés potentielles ?

La non acquisition d'une démarche de résolution de problème.

Assez souvent, dans les manuels, des énoncés de problème sont proposés. Les enfants y sont confrontés et doivent chercher à les résoudre et participer à une correction collective qui peut permettre de confronter des stratégies, mais qui aboutit rarement à un **enseignement explicite** de la résolution.

L'absence de progressivité.

Dans les manuels édités avant les années 70, les élèves résolvaient quotidiennement de nombreux problèmes. Généralement, ceux-ci étaient répartis en catégories notionnelles (exemple : problème de nombre de parts, de prix de vente, etc.) organisées chronologiquement selon les niveaux de classe. Par ailleurs, un enseignant averti pouvait repérer **une progression toujours implicite** dans la difficulté textuelle des énoncés. Cette progression est moins présente dans les manuels actuels. Certains ne présentent aucun problème complexe.

On pouvait néanmoins reconnaître une utilisation volontaire, explicite, du "vocabulaire" et des expressions généralement liées au sens des opérations. La progression dépendait donc étroitement des mathématiques et non de la lecture-compréhension des énoncés.

La non identification du type de problème

L'observation du travail des élèves et l'analyse de leurs réponses, montrent une utilisation aléatoire des nombres fournis dans les énoncés ; et une recherche empirique des opérations.

Les indices permettant de relier un type de problèmes à une opération (situation opératoire) ou de mobiliser un automatisme (raisonnements types élémentaires) ne sont pas reconnus par les élèves.

L'incapacité à valider des résultats.

Certains choix de calcul aboutissent à des résultats invraisemblables. L'erreur porte soit sur les unités, sur le choix de l'opération ou sur le résultat du calcul ; elle n'est pas détectée, car les élèves n'ont pas d'idée concrète sur le sujet et ne savent pas faire appel à une expérience proche sur le réel (dimensions d'une page en cm, longueur d'une salle de classe en mètres....)

1-4-Quels outils doivent être élaborés ?

Une méthodologie de résolution

Pour comprendre un énoncé, il faut développer spécifiquement la compétence de traitement de l'information qui appartient aux compétences méthodologiques. Il faut s'habituer à repérer la demande et dans cette demande l'unité de l'objet mathématique recherché, mettre celle-ci en lien avec les données numériques (en chiffres ou en lettres), présentes ou absentes dans l'énoncé. Ceci suppose l'identification rapide de la forme d'écrit "énoncé du problème", et de la connaissance de la localisation des informations canoniques dans les différentes parties de l'énoncé. S'y ajoute l'appropriation progressive du sens mathématique d'un certain nombre de mots et expressions spécifiques aux résolutions de problèmes.

Confrontés aux énoncés, les élèves doivent s'approprier **une méthodologie de traitement** de l'énoncé que le maître instillera explicitement : quelles informations rechercher ? Comment organiser sa lecture ? Comment sélectionner les types d'indices à prélever et comment les croiser ? Comment présenter sa recherche et ses résultats ?

Tous ces enseignements participent à la construction de compétences méthodologiques éventuellement détaillables en composantes. Elles sont déclinables pour tous les cours.

Un entraînement à la recherche des opérations liées aux formulations linguistiques

La sélection de l'opération à utiliser n'est pas "magique". Elle est étroitement liée à la représentation de la situation. Celle-ci se construit dans une relation intime entre les formulations linguistiques employées et les représentations concrètes, vécues ou élaborées au cours de la scolarité. Il est indispensable que ces différentes formulations linguistiques induisant le choix de l'opération soient introduites volontairement par les enseignants, qu'elles accompagnent ou suscitent une représentation concrète (manipulation) en particulier au cycle 2 et qu'elles soient peu à peu suivies d'une représentation dessinée (ardoise), actuellement fréquemment absente dans les classes pour cause d'abus d'utilisation de fichier.

Dans un premier temps au cycle 2, les élèves seront confrontés à des problèmes simples (à une étape). Les grandeurs à utiliser seront présentes dans l'énoncé, les élèves auront à trouver la relation entre ces grandeurs et la demande du problème pour déduire l'opération. Ils devront être entraînés à identifier la **situation opératoire**.

Au fur et à mesure que des grandeurs mesurables seront abordées, les élèves apprendront que certaines d'entre elles peuvent se calculer avec une « formule ». Ils devront être entraînés à

associer au nom de la grandeur cette formule (le **raisonnement type élémentaire**). Outre l'opération indiquée dans la formule, cela leur permettra également de connaître la nature des données utiles au calcul.

1-5-Organiser cet enseignement en progression

Une complexification textuelle progressive

Dans les manuels anciens, au CP et au CE1, les élèves restaient longtemps confrontés à la résolution de problème à une seule question explicite. Ce n'est que dans la dernière partie du CE1 qu'apparaissait dans certains manuels l'existence d'une question intermédiaire explicite. La progression de 1 à 2 questions explicites était reprise en CE2. La question intermédiaire pouvait aléatoirement devenir implicite en second trimestre de CE2. Le nombre de questions intermédiaires était multiplié en CM. Elles étaient explicites ou implicites selon qu'elles avaient été plus ou moins rencontrées et résolues au cours élémentaire.

Le constat aux évaluations montre un échec massif dans les problèmes à étapes. Il sera donc nécessaire d'augmenter progressivement le nombre d'étapes des problèmes. Il sera également nécessaire de réfléchir au lien entre la suppression des questions intermédiaires et l'acquisition des raisonnements types.

Une progression notionnelle mathématique

Celle-ci était traditionnelle et incluait la taille et la nature des nombres abordés, la variété des opérations progressivement maîtrisées, les conversions d'unités étudiées, la combinaison des 3 (nombres + opérations + conversions), la connaissance de formules concernant les mesures (aires, périmètres, durées...) mais également des formules concernant les prix de revient, de vente, (**raisonnements types élémentaires**). Une partie de cette progressivité peut être reprise aujourd'hui et constituer un des éléments de complexification (ou de simplification) des énoncés de problèmes et aider d'ailleurs à la gestion de la différenciation.

[Retour au sommaire](#)

Le sens des opérations

Hypothèse :

On peut amener les élèves à prendre conscience qu'il existe des « ensembles » de problèmes auxquels on peut associer :

- soit une même opération ;
- soit les propriétés d'une figure géométrique,
- soit une démarche type.

Il faudra donc progressivement leur faire construire ces catégories de problèmes.

On peut distinguer **deux familles** qu'il est nécessaire de différencier pour aboutir à l'identification des situations opératoires :

- **La famille addition soustraction**
- **La famille multiplication division**

Dans la famille multiplication division, on parle toujours de parts égales, ce qui facilite l'identification.

2-1- LA FAMILLE ADDITION SOUSTRACTION

2-1-1- Dans la famille addition soustraction, on trouve 3 catégories de problèmes :

- a) Les problèmes de type « partie-partie-tout » ou de catégorie « réunion/extraction ».
- b) Les problèmes de type « état initial-transformation-état final » ou de catégorie « augmentation/diminution » avec :
 - lexique direct ;
 - lexique inverse.
- c) Les problèmes « plus petit-écart-plus grand », ou catégorie : comparaison.

2-1-2- Reconnaissance du champ additif (famille addition-soustraction)

CHAMP ADDITIF	
LEXIQUE	Agrandir, ajouter, augmenter, augmentation ; baisse, baisser, compléter, complément, différence, diminuer, diminution, distribuer, distribution, écart, enlever, ensemble, gagner, gain, manquer, moins, ôter, perdre, perte, plus, raccourcir, réduire, réduction, remise, rendre, réunir, rester, reste, restant, retrancher, la somme, supplément, supplémentaire, total autant que, comparaison, comparer, de moins que, de plus que, plus grand de, plus grand que, plus petit de, plus petit que, rangement, ranger,
Le lexique permet de trouver le champ dans lequel on opère. Pour reconnaître le type de situation opératoire (réunion, augmentation, diminution, comparaison), il faudra identifier la nature des 2 données connues et de la donnée inconnue et leurs relations.	

2-2- LA FAMILLE MULTIPLICATION DIVISION

2-2-1- Dans la famille multiplication division, on trouve 2 catégories de problèmes :

- a) Les réunions : ce sont des problèmes avec : parts unitaires, nombre de.., recherche du tout.
- b) Les partitions : ce sont des problèmes avec : connaissance du tout et recherche de parts unitaires et de nombre de.

2-2-2 Reconnaissance du champ multiplicatif (famille multiplication-division)

CHAMP MULTIPLICATIF	
LEXIQUE	Chaque, chacun, chacune. l'un, l'unité, la pièce. 6 paquets de 5, rangées, lignes, colonnes, boîtes. Aire et volume. 3 fois par jour, en 15 jours. Fois plus, fois moins. Double, triple, quadruple. Moitié, demi, tiers, quart. Moyen, moyenne. Partager, partage, part, partie, participation, 40%.
Le lexique permet de trouver le champ dans lequel on opère. Pour trouver le type de situation opératoire (Réunion, répartition), il faudra identifier la nature des 2 données connues et de la donnée inconnue et leurs relations.	

2-3- Réunion

A-Réunion niveau 1 : recherche du Tout.

A-1-Exemples

CP : Une poule a 10 poussins jaunes et 9 poussins noirs. Elle a poussins.

CE2 : Deux pêcheurs ont pris l'un 32 poissons, l'autre 26. Combien de poissons ont-ils pris ? Ils veulent partager le produit de leur pêche. Combien de poissons recevra chaque pêcheur ?

CM1 : Les quatre tomes d'un roman ont respectivement : 775, 685, 730 et 650 pages. Vous savez qu'une feuille comprend 2 pages. Combien ce roman compte-t-il de pages ? de feuilles ?

A-2-Généralisation

<table border="1"><tr><td>Partie 1</td><td rowspan="2">TOUT ?</td></tr><tr><td>Partie 2</td></tr></table> <p>Partie 1 + Partie 2 = Tout</p>	Partie 1	TOUT ?	Partie 2	Assemblage inégal= réunion. Parties connues, <u>recherche du tout</u> ; Lexique d'addition / réunion.
Partie 1	TOUT ?			
Partie 2				

La réunion est une situation qui amène la recherche du résultat d'un assemblage, donc un « tout » plus important que celui des deux quantités de départ. C'est parce qu'on fréquente les situations de réunion et parce que l'enseignant insiste pour faire dire ce qu'on a et ce qu'on cherche, que l'élève finit par identifier ce type de situation et automatiser l'idée qu'il recherche le « tout » même quand celui-ci n'est pas explicitement nommé :

- «Si on compte les deux quantités ensemble on a une quantité plus importante, pour trouver le résultat on doit employer une addition ». (L'important est d'aboutir à ce type de reformulation).

Dans la réunion on assemble des objets qui ont le « même » nom (des roses ou des fleurs ou des plantes...).

- Schéma mental de la réunion :

Partie 1 + Partie 2 = Tout

Si partie 1 = 6 tasses,

Si partie 2 = 8 tasses,

Alors Tout = 6 + 8 tasses

A-3-Éléments pédagogiques

Indices :

- reconnaissance : ce sont certains des mots du texte qui permettent de reconnaître la situation (et, l'un...l'autre; énumération: 775, 685, 730 et 650 pages) ;
- la question nous demande le résultat de la réunion : ce résultat s'obtient par une addition.

Démarche :

La reconnaissance des situations de réunion est première pour l'identification de l'opération :

- relever les indices qui permettent d'identifier la situation de réunion ;
- Repérer si on doit chercher le résultat de la réunion, (lecture et reformulation).

B-Réunion niveau 2 : recherche d'une Partie (extraction).

B-1-Exemples

CP : Dans la classe de CP-CE1, il y a 24 élèves. 11 sont au CP. Combien sont au CE1 ?

CE2 : Un groupe scolaire comprend une école de garçons, une école de filles et une école maternelle. Il y a en tout 468 élèves. L'école de filles en compte 158, l'école de garçons 120. Combien y a-t-il d'élèves à l'école maternelle ?

CM2 : On peint sur une enseigne rectangulaire le mot BOUCHERIE. Chaque lettre a 12 cm de large à l'exception de la lettre I qui n'en a que 4, et on laisse entre deux lettres un espace de 82mm.

On demande :

1° la longueur totale de l'inscription ;

2° sachant que l'enseigne a 2,34m de long et que l'inscription doit se trouver au milieu, à quelle distance des bords de l'enseigne se trouveront les extrémités de l'inscription ?

(La question extraction est implicite. Situation opératoire assez peu fréquente.)

B-2-Généralisation

<table border="1"><tbody><tr><td>Partie 1</td><td rowspan="2">?</td><td rowspan="2">TOUT</td></tr><tr><td>Partie 2</td></tr></tbody></table>	Partie 1	?	TOUT	Partie 2	<ul style="list-style-type: none">▶ Séparation inégale ;▶ 3 nombres : un grand et deux petits ;▶ Le <u>tout est connu</u>, recherche d'une des deux parties ;▶ Lexique de soustraction
Partie 1	?			TOUT	
Partie 2					
<table border="1"><tbody><tr><td>Partie 1</td><td rowspan="2">?</td><td rowspan="2">TOUT</td></tr><tr><td>Partie 2</td></tr></tbody></table>	Partie 1	?	TOUT	Partie 2	
Partie 1	?			TOUT	
Partie 2					

Ex : $\text{Partie 1} = \text{Tout} - \text{Partie 2}$

Dans l'**extraction**, ce qu'on isole (mentalement) appartient à l'ensemble de départ. Si on ne compte qu'une partie de l'ensemble de départ, on a forcément une quantité inférieure à celle de départ, mais **il est indispensable de le dire et de le redire**. Là, on sait ce qu'on a en tout, au départ, et on cherche une plus petite quantité.

C'est un problème de complément, mais utiliser l'addition à trou au début de l'apprentissage du sens des opérations peut entraîner des confusions dans l'esprit des élèves, aussi vaut-il mieux n'employer que la soustraction.

- Schéma mental de la réunion / extraction :

$$\text{Partie 1} = \text{Tout} - \text{Partie 2}$$

$$\text{Nombre de filles} = 28 \text{ (élèves)} - 12 \text{ (garçons)}$$

B-3-Éléments pédagogiques

- Reconnaissance : ce sont certains des mots du texte qui permettent de reconnaître la situation (dont, une école maternelle/une école de/ une école de...).
- On parle de trois ensembles coexistant simultanément, un grand et deux petits dont la réunion constitue le grand.

- La question nous demande : la recherche **d'un sous-ensemble**; ce résultat s'obtient par une soustraction.

B-4-Démarche :

- Relever les indices qui permettent d'identifier la situation d'extraction.
- Débuter par des situations de manipulation avec des petites quantités (éventuellement en masquant l'ensemble dont on connaît le cardinal).
- Reformuler : On a 12 EN TOUT? Dans un des groupes on a 4, comment trouver ce qu'on a dans l'autre? (Il faut enlever le groupe de 4, du total de 12...)

C-Réunion niveau 3 (lexique inverse) : Recherche du tout avec lexique de soustraction

C-1-Exemples

Un bus contient 37 places assises. Il reste 5 passagers debout. Combien y a-t-il de passagers dans le bus?

C-2-Généralisation

A chaque fois le lexique employé (*il reste*) est un lexique de soustraction. Il pourrait donc induire une soustraction.

A chaque fois on cherche le tout (mais ce tout est implicite) : On devra donc faire une ADDITION.

C-3-Éléments pédagogiques

- ▶ Il faut faire prendre conscience aux élèves que malgré le lexique piège, la situation est une situation de réunion (type Partie + Partie = Tout) et que les deux données disponibles correspondent aux valeurs des parties.
L'identification du type de situation est essentielle; il se repère par la simultanéité des sous-ensembles et de l'ensemble total.
- ▶ « Il reste » donne une information implicite : parmi l'ensemble des passagers du bus, il y en a déjà 37 qui occupent les sièges et les 5 « restant » sont debout. On a à la fois 37 passagers assis et 5 debout.

C-4-Démarche :

- ▶ Cette situation peut être mimée avec des petits nombres. La mise en évidence du rôle des données exigera l'expression des informations implicites
 - 1) toutes les places assises sont occupées ;
 - 2) il y a 2 groupes de passagers -assis et debout-.
- ▶ Relever dans les énoncés écrits les indices qui permettent d'identifier la situation.
- ▶ Utiliser des reformulations orales.
- ▶ Reporter sur un schéma la signification des quantités ou nombres connus.

D-Réunion niveau4-Recherche des parties avec lexique d'addition

D-1- Exemple

J'ai collé 45 images en tout dans deux albums, j'en ai 18 dans l'un. Combien en ai-je dans le deuxième?

D-2-Généralisation

- ▶ Le lexique employé « en tout », est un lexique d'addition, il pourrait donc induire une addition. La demande porte sur la recherche de la partie inconnue. Il faut donc mobiliser le schéma mental spécifique, indépendamment du lexique.
- ▶ Reformulation « les 45 images sont partagées entre les deux albums. Si, parmi les 45, je cache les 18 qui sont dans le 1^{er} album, il reste celles qui sont dans le 2^{ème}.
- ▶ On devra donc faire une SOUSTRACTION.

Schéma mental de la réunion (extraction d'une partie) :

$$\text{Partie 2} = \text{Tout} - \text{Partie 1}$$

Tout = 45 images

Partie 1 = 18 images

Partie 2 = 45 - 18

D-3-Eléments pédagogiques

Il faut faire prendre conscience aux élèves que malgré le lexique piège (en tout), la situation est une situation d'extraction (type Partie = Tout - Partie) et que les deux données disponibles correspondent d'une part au Tout et d'autre part à une des parties.

L'identification du type de situation est essentielle; les deux parties réunies sont équivalentes au tout.

D-4-Démarche :

- ▶ Cette situation peut être mimée avec des petits nombres. La mise en évidence du rôle des données exigera l'expression des informations implicites { 1) le sous ensemble de 18 images est inclus dans les 45. 2) le sous ensemble cherché est son complément dans les 45 donc il est plus petit que 45}.
- ▶ Relever dans les énoncés écrits les indices qui permettent d'identifier la situation.
- ▶ Reformuler la situation de manière à utiliser des mots (il reste) qui font écho à la soustraction (quand je cache c'est comme si j'enlevais).

Reporter sur un schéma la signification des quantités ou nombres connus

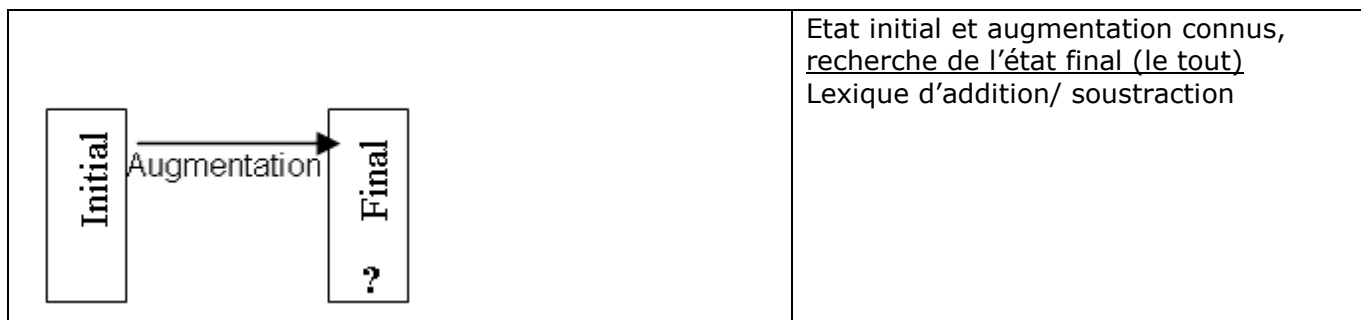
2-4- Augmentation

A- Augmentation niveau 1 : recherche du résultat de l'augmentation

A-1-Exemples

Dans un vase il y avait 6 roses. Paul a **rajouté** 8 marguerites. Combien y a-t-il de fleurs dans le vase ?

A-2-Généralisation



- ▶ Deux petits nombres (état initial et augmentation) et un grand nombre (l'état final).
- ▶ Etat initial et augmentation connus, recherche de l'état final (le tout) (implicite).
- ▶ Lexique d'addition (permet d'inférer qu'on cherche le tout).

Lors **d'une augmentation**, si on connaît la quantité de départ, qu'on y ajoute quelque chose, ce qui est obtenu est plus important. Ce concept doit être travaillé par manipulation sur des petites quantités au CP ; avec une insistance orale sur l'obtention de la quantité plus grande et sur le fait que cette situation se traduit par une écriture additive.

Ce qui est cherché est le tout. Dans une situation d'augmentation le résultat final est associé à l'idée de plus grand nombre.

A-3-Eléments pédagogiques

- Reconnaissance : ce sont certains des mots du texte qui permettent de reconnaître la situation : 1) ajouté, augmenté,
2) matin/après-midi/journée; 1^{er} jour/2^{ème} jour/3^{ème} jour/3 jours.
- La question nous demande **le résultat de l'augmentation** : ce résultat s'obtient par une addition.

A-4-Démarche :

- 1) Situations concrètes et orales :
- Introduire par des activités de manipulation, sur des petites quantités accompagnées par des situations utilisant le lexique du champ additif.

2) Utilisation d'énoncés écrits

- Relever dans les énoncés écrits les indices qui permettent d'identifier la situation d'augmentation. Chercher si la question demande le résultat de l'augmentation ;
- pratiquer la lecture et la reformulation ;
- si nécessaire, revenir à une représentation par manipulation et éventuellement représenter en schéma cette manipulation.

B-Augmentation niveau 2 : recherche de la quantité de départ ou de l'augmentation.

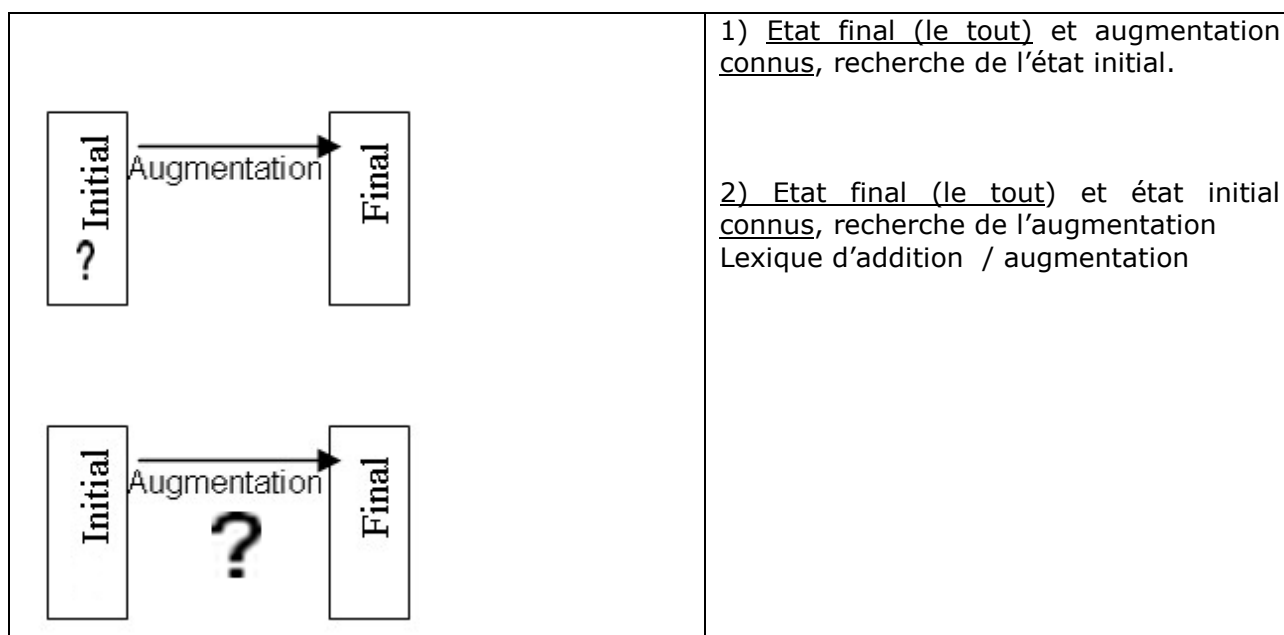
B-1-Exemples

*Papa a été augmenté de 184€. Il gagne maintenant 2332€. Combien gagnait-il **le mois précédent** ?*

*Papa gagnait 2148 €. Il gagne **maintenant** 2332€. Combien gagne t-il de plus **maintenant** ?*

***Avant les vacances**, j'avais 121 cartes postales dans ma collection. J'en ai **maintenant** 134. Combien en ai-je reçu **pendant** les vacances ?*

B-2-Généralisation



Il faut amener les élèves à prendre conscience que, bien qu'on reste dans une situation d'augmentation (type état initial + augmentation = état final) ; l'inversion de l'ordre des données oblige à mobiliser un autre schéma mental :

- 1) Augmentation = état final - état initial
- 2) Etat initial = état final - augmentation

- ▶ A chaque fois le lexique employé est un lexique d'addition. Il pourrait donc induire une addition ;
- ▶ à chaque fois on a le tout : on va chercher un des deux petits nombres.

On devra donc faire une SOUSTRACTION.

B-3-Éléments pédagogiques

Dans les **situations** d'augmentation quand on recherche l'état initial ou l'ajout, on doit s'interroger sur ce qui est connu et sur ce qui est cherché.

Au niveau du traitement il sera nécessaire de repositionner sur une ligne du temps ce qui est connu et ce qui est cherché.

Il faudra probablement matérialiser la donnée inconnue par un contenant avec un nom et un point d'interrogation (ex : « nombre de billes ? »), et trois étiquettes (- 1^o au départ, 2^o il gagne, 3^o à la fin-) qui permettront de réfléchir aux équivalences de formulations avec certains extraits de l'énoncé.

On fait reformuler les rapports d'augmentation et de diminution : « si pour trouver l'état final, on ajoute quelque chose à l'état initial ; pour revenir à l'état initial on doit enlever à l'état final ce qu'on avait précédemment ajouté ». Pour aider les élèves à comprendre cette réciprocité, on aura intérêt à travailler sur de petits nombres et à manipuler les ajouts et les retraits, les allers-retours entre état initial et état final.

B-4-Démarche

1) Situations concrètes et orales

- Introduire par des activités de manipulation, sur des petites quantités.

2) Utilisation d'énoncés écrits

- Relever dans les énoncés écrits les indices qui permettent d'identifier la situation d'augmentation. Chercher ce que la question demande.
- Pratiquer la lecture et la reformulation :

➤ recherche d'état initial : il faut remettre les données sur une frise du temps :

<i>Papa a été augmenté de 184€. Il gagne maintenant 2332€. Combien gagnait-il le mois précédent ?</i>		
Le mois précédent « au départ »	Augmentation « il gagne »	Maintenant « à la fin »
?	184 €	2332 €

Papa a été augmenté, donc, maintenant il gagne plus que le mois précédent. Donc, le mois précédent, il gagnait moins que maintenant (il gagnait 184 € de moins que maintenant).

Pour trouver ce qu'il gagnait le mois précédent, il faut supprimer l'augmentation.

Donc, à 2332 € il faut enlever 184 €.

On peut aboutir à une formule : **le mois précédent = maintenant - augmentation**

➤ recherche de l'augmentation : il faut remettre les données sur une frise du temps :

<i>Papa gagnait 2148 €. Il gagne maintenant 2332€. Combien gagne-t-il de plus maintenant ?</i>		
Le mois précédent « au départ »	Augmentation « il gagne »	Maintenant « à la fin »
2148 €	?	2332 €

Papa est passé de 2148 € à 2332 €. Il a été augmenté. L'augmentation, c'est ce qu'on a ajouté à 2148 € pour obtenir 2332. C'est l'écart entre le salaire initial et le salaire augmenté. On trouve l'augmentation en cherchant cet écart entre 2332 € et 2148 €.

$$\text{Augmentation} = 2332 \text{ €} - 2148 \text{ €} = 184 \text{ €}$$

On peut aboutir à une formule :

$$\text{augmentation} = \text{salaire mois actuel} - \text{salaire mois précédent}$$

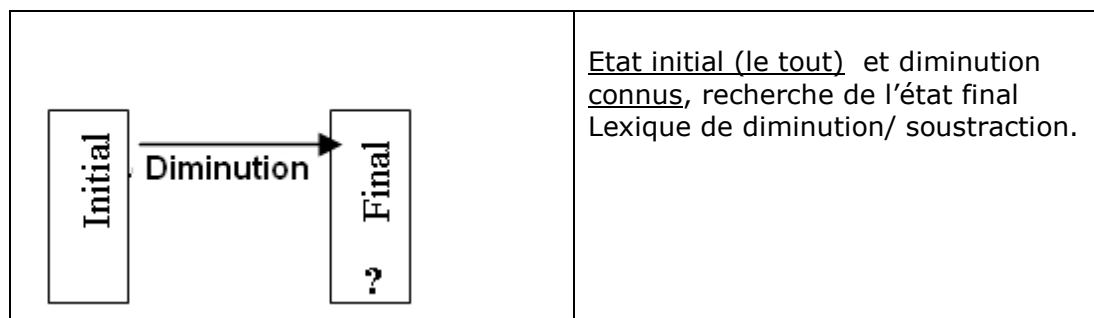
2-5- Diminution

A-Diminution niveau 1 : recherche du résultat de la diminution

A-1-Exemples

J'avais 12 tee-shirts. Maman en a jeté 3 qui étaient troués. Combien me **reste-t-il** de tee-shirts ?

A-2-Généralisation



Dans **une diminution**, à une quantité connue (situation de départ), on retire quelque chose (qu'on peut concrètement éloigner) ; la quantité obtenue (finale) est donc plus petite que la quantité de départ. La quantité de départ était donc la plus importante, le plus grand nombre. Dans une diminution c'est la situation initiale qui est le grand nombre ; le retrait et l'état final sont les deux petits nombres.

A-3-Éléments pédagogiques

- ▶ Reconnaissance : ce sont certains des mots du texte qui permettent de reconnaître la situation (retiré, manger, reste, réduction+ indices temporels).
- ▶ La question nous demande le résultat de la diminution : ce résultat s'obtient par une soustraction.

A-4-Démarche :

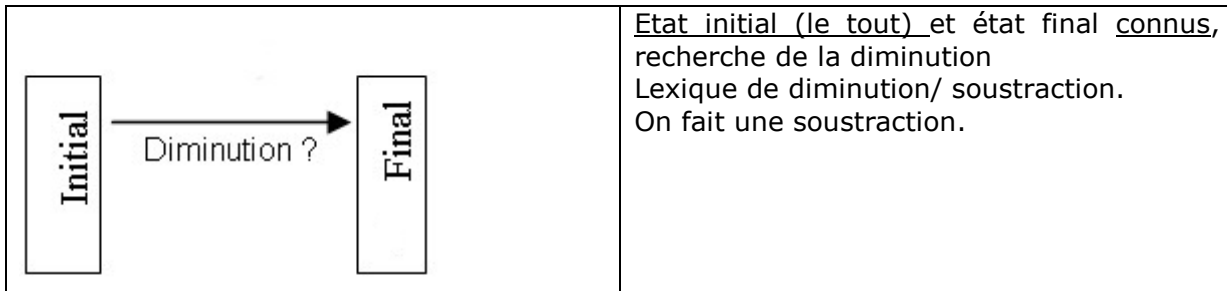
- 1) Situations concrètes et orales
 - Introduire par des activités de manipulation, sur des petites quantités.
 - Utiliser dans les formulations le lexique diversifié du champ additif/soustractif.
 - Essayer de dessiner la situation.
- 2) Utilisation d'énoncés écrits
 - Relever dans les énoncés écrits les indices qui permettent d'identifier la situation de diminution. Chercher si la question demande le résultat de la diminution.
 - Pratiquer la lecture et la reformulation.
 - ▶ Reformuler en employant un synonyme de diminuer.

B-Diminution niveau 2 : recherche de la diminution.

B-1-Exemples

Jean avait 36 billes avant la récréation. Au retour de la récréation, il lui en reste 24. Combien en a-t-il perdu ?

B-2-Généralisation



Dans les **situations de diminution** quand on recherche la diminution, on doit s'interroger sur ce qui est connu et sur ce qui est cherché.

On connaît la quantité de début, on connaît la quantité qui reste à la fin. Ce qu'il a perdu, c'est la quantité de début moins la quantité de fin.

Perte = Quantité initiale - quantité finale.

B-3-Éléments pédagogiques

Au niveau du traitement il sera nécessaire de repositionner sur une ligne du temps ce qui est connu et ce qui est cherché.

Il faudra probablement matérialiser la donnée inconnue par un contenant avec un nom et un point d'interrogation (ex : « nombre de billes ? »), et trois étiquettes - 1° « au départ », 2° « il perd », 3° « à la fin »-; qui permettront de réfléchir aux équivalences de formulations avec certains extraits de l'énoncé.

B-4-Démarche :

Proposer des situations avec des petites quantités. Faire apparaître d'une façon quelconque (ex : mettre dans un même sachet) la quantité finale. Insister sur ce qu'est ma quantité initiale : les billes du sachet et les autres. Faire apparaître que les billes libres correspondent à ce qui reste, qu'on obtient leur nombre en enlevant le sachet donc en faisant une soustraction.

Avant la récréation	Pendant la récréation	Après la récréation
36	?	24

Sur les 36 billes, si je cache (ou rassemble) les 24 qui resteront après la récréation, je vois ce qui reste.

Je peux calculer le résultat par la soustraction :

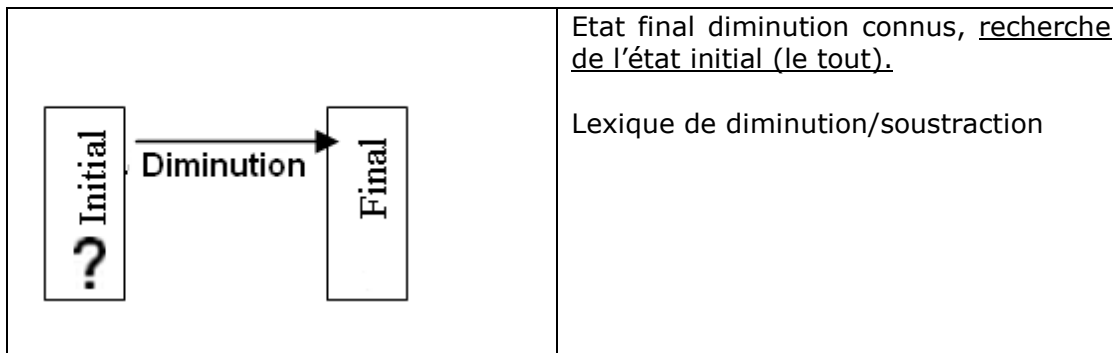
36 billes - 24 billes = 12 billes

C-Diminution niveau 3 : recherche de la quantité de départ.

C-1-Exemples

Je pense à un nombre, je lui retire 12, je trouve 57. Quel est ce nombre?
Après avoir récolté son avoine un agriculteur en a vendu 1800kg. Il lui en reste 45 kg. Quel était le poids de la récolte d'avoine ?

C-2-Généralisation



- ▶ A chaque fois le lexique employé est un lexique de soustraction. Il pourrait donc induire une soustraction.
- ▶ A chaque fois on cherche le tout (mais ce tout est implicite) : On devra donc faire une ADDITION.

Dans les **situations de diminution** quand on recherche l'état initial, on doit s'interroger sur ce qui est connu et sur ce qui est cherché.

C-3-Eléments pédagogiques

Schéma mental :

Etat initial = Etat final + Diminution

La question nous demande le nombre avant diminution.

Après avoir reconnu la situation, il faudra faire apparaître visuellement les relations temporelles entre les trois données du problème.

Au niveau du traitement il sera nécessaire de repositionner sur une ligne du temps ce qui est connu et ce qui est cherché.

Il faudra probablement matérialiser la donnée inconnue par un contenant avec un nom et un point d'interrogation (ex : « nombre de billes ? »), et trois étiquettes :

-au départ,

-il perd,

-à la fin ;

La matérialisation (représentation concrète ou schématisée) permettra de réfléchir aux équivalences de formulations avec certains extraits de l'énoncé.

La reformulation orale, doit faire apparaître le lien entre, état initial et plus grand, état final et plus petit, entre « la diminution » et ce qu'on doit ajouter au plus petit pour obtenir le plus grand.

C-4-Démarche :

1) Situations concrètes et orales

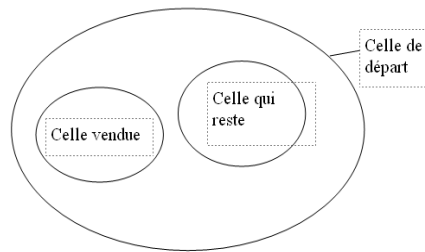
En partant de petites quantités concrètes, on constitue le paquet « perte » et le paquet « reste ». En associant à des formulations orales, on pratique le rassemblement des 2 paquets pour retourner à la situation initiale. On doit rajouter ce qu'on a enlevé pour retrouver ce qu'on avait au départ. La manipulation permet de créer des images mentales. En demandant aux élèves de représenter ces manipulations, sur ardoise ; on peut les initier au schéma.

2) Enoncés écrits

Ce que l'agriculteur avait au départ s'est réparti en 2 quantités :

- Celle qu'il a vendue
- Celle qui reste

On peut schématiser.



Pour retrouver la quantité de départ, il faut rassembler 1800 kg et 45 kg.

$$1800 \text{ kg} + 45 \text{ kg} = 1845 \text{ kg}$$

$$Q \text{ de départ} = Q \text{ vendue} + Q \text{ finale restante}$$

2-6- Comparaison

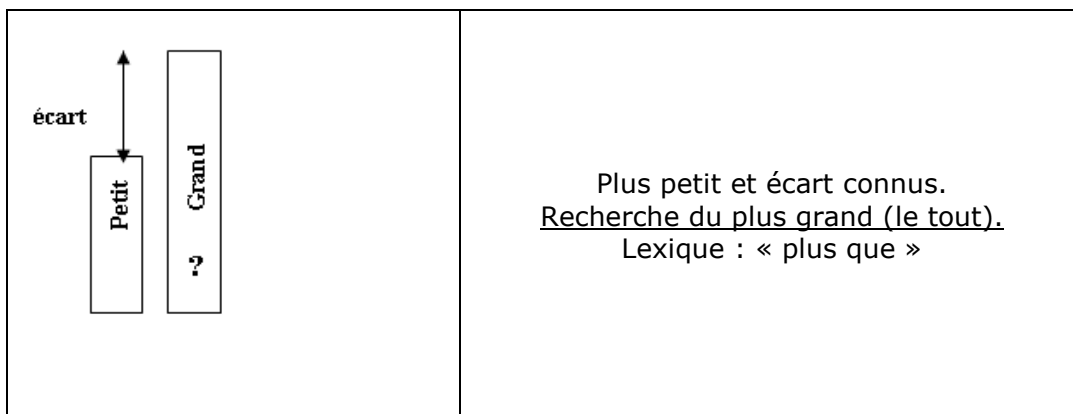
A-Comparaison niveau 1 : recherche du plus grand.

A-1-Exemples

Pierre a 34 billes. Paul en a 5 de plus. Paul a ... billes.

Jean a 5 ans, son frère David a 3 ans de plus. Quel âge a David ?

A-2-Généralisation



Pour les situations de **comparaison**, il faudra dans les petites classes faire manipuler 2 petites collections, dont on pourra faire percevoir visuellement les différences.

Il faudra oraliser toutes les relations entre ces quantités, toutes les formulations possibles.

En CP on travaillera d'abord sur des quantités discrètes (des objets distincts). On pourra ensuite passer à la comparaison de grandeurs non sécables : longueurs, masses, âges...

Dans une situation de comparaison on met forcément en évidence des relations de réciprocité entre addition et soustraction.

A-3-Éléments pédagogiques

- ▶ Reconnaissance : ce sont certains des mots du texte qui permettent de reconnaître la situation (de plus, autant que.....).
- ▶ La question nous demande « le plus grand » ou « la plus grande quantité » : ce résultat s'obtient par une addition.

A-4-Démarche :

1) Situations concrètes et orales

- ▶ Pratiquer des situations de comparaison entre deux quantités discrètes, reconnaître le plus, le moins, énoncer l'écart (combien en plus, combien en moins). Même travail avec des tailles d'enfants, des âges.
- ▶ Oraliser toutes les relations entre ces quantités, toutes les formulations possibles :
 - Qui a le plus ?
 - Qui a le moins ?
 - Combien a-t-il de moins ?
 - Combien a-t-il de plus ?

- Quelle est la différence ?
- Combien faut-il en plus pour en avoir autant ?
- Combien faut-il en retirer pour en avoir autant ?

Les cinq dernières questions portent toujours sur la même donnée : l'écart.

Ces formulations de comparaison sont des formulations descriptives. Un même écart peut se traduire par plusieurs formulations.

2) Utilisation d'énoncés écrits.

Relever dans les énoncés écrits les indices qui permettent d'identifier la situation de comparaison. Chercher ce que demande la question et entraîner à produire les formulations équivalentes

B-Comparaison niveau 2 : recherche du plus petit ou de l'écart.

B-1-Exemples

1) *Il y a 60km pour aller de Poitiers à Niort. Il y a 20 km de moins pour aller de Poitiers à Châtellerauld. Quelle est la distance de Poitiers à Châtellerauld ?
Plus grand (le tout) et écart connus.*

Recherche du plus petit.
Lexique : « de moins »

2) *Marie a gardé le bébé de sa voisine. Elle a reçu 15€. Pierre a tondu la pelouse de sa mamie. Celle ci lui a donné 5€. Combien de moins Pierre a-t-il gagné ?*

Plus grand (le tout) et plus petit connus.
Recherche de l'écart.

Lexique : « de moins » : rare (par rapport à une situation de monnaie) voire impossible à trouver

B-2-Généralisation

	<p><u>1) Plus grand (le tout) et écart connus.</u> Recherche du plus petit. Lexique : « moins que » ou « de moins »</p>
	<p><u>2) Plus grand (le tout) et plus petit connus.</u> Recherche de l'écart. Lexique : « moins que » ou « de moins » : rare</p>

B-3-Éléments pédagogiques

Reconnaissance : ce sont certains des mots du texte qui permettent de reconnaître la situation (de moins, le plus petit, le plus jeune).

- ▶ La question nous demande le plus petit, ou l'écart : ce résultat s'obtient par une soustraction.

B-4-Démarche

- ▶ Identique à celle de comparaison/addition;
- ▶ Relever dans les énoncés écrits les indices qui permettent d'identifier la situation.
- ▶ Repérer ce que demande la question, (lecture et reformulation référence aux énoncés vécus et mimés).

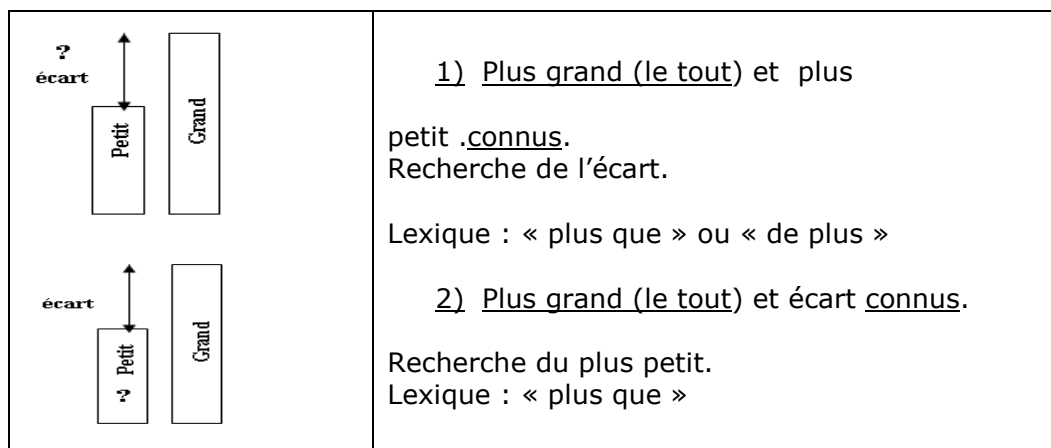
C-Comparaison niveau 3 Recherche du plus petit ou de l'écart avec lexique d'addition.

C-1-Exemples

1) Mon chien pèse 5kg 600g. Il pèse 1kg 300g de plus que mon chat. Combien pèse mon chat ?

2) Au lycée, Charles a 28h de cours par semaine. Au collège Linda a 24h de cours. Combien Charles a-t-il d'heures de plus que Linda ?

C-2-Généralisation



- ▶ A chaque fois le lexique employé est un lexique d'addition. Il pourrait donc induire une addition.
- ▶ A chaque fois on a le plus grand (celui qui a « x » de plus que l'autre est le plus – grand-agé-...): on va chercher un des deux petits nombres.

On devra donc faire une SOUSTRACTION.

C-3-Eléments pédagogiques

- ▶ Reconnaître la situation de comparaison : Les mots du texte nous permettent de reconnaître la situation de comparaison.
- ▶ La question nous demande le plus petit ou l'écart.

C-4-Démarche

- ▶ Mettre en relation, éventuellement sur un schéma plus petit, plus grand, écart avec les données chiffrées de l'énoncé.
- ▶ Reformuler la relation entre les éléments comparer; éventuellement en questionnant : si Pierre a 2 ans de plus que Tim est-il plus vieux ou plus jeune? Que peut-on dire de Tim par rapport à Pierre?

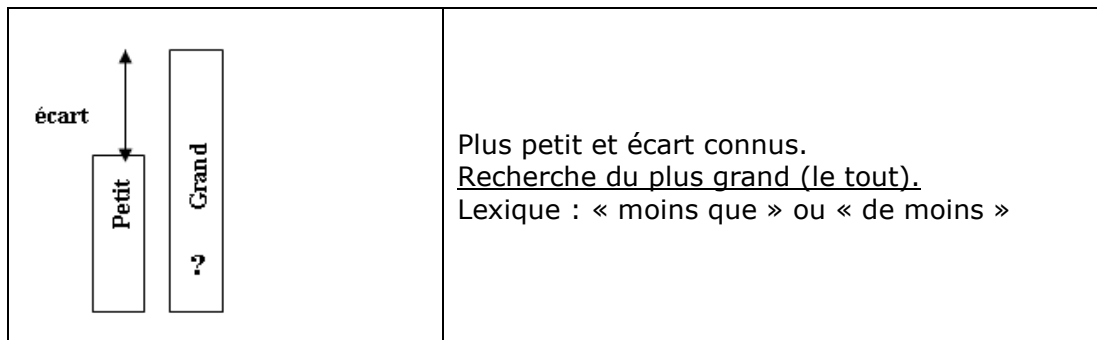
Si mon chien, pèse 1 kg 300 g de plus que mon chat, il est le plus gros des deux et mon chat pèse 1 Kg 300 g de moins que mon chien.

D-Comparaison niveau 4-Recherche du plus grand avec lexique de soustraction

D-1-Exemples

*Alex mesure 1,68m. Il mesure 20cm de moins que son frère Sacha. Combien mesure Sacha?
Tom a 108€ dans sa tirelire. Il a 34€ de moins que son frère Léo. Combien d'argent a Léo ?*

D-2-Généralisation



- ▶ A chaque fois le lexique employé est un lexique de soustraction. Il pourrait donc induire une soustraction.
- ▶ A chaque fois on cherche le tout (mais ce tout est implicite) : On devra donc faire une ADDITION.

D-3-Eléments pédagogiques

Il faut que les élèves prennent conscience de la primauté de la recherche du tout sur le lexique.

D-4-Démarche :

Identique à la démarche avec lexique inverse d'addition;

Si Alex mesure 20 cm de moins que son frère, il est le plus petit des deux et son frère Sacha mesure 20 cm de plus que lui.

$$T \text{ Sacha} = T \text{ Alex} + 20 \text{ cm}$$

2-7- LA FAMILLE MULTIPLICATION DIVISION

2-7-1- SITUATIONS OPERATOIRES multiplicatives

TYPE		multiplication	division													
a) Partie-partie-tout	Lexique direct	Dans un parking il y a 36 rangées de 28 places. Combien de voitures peuvent-elles stationner ?	Il y a 28 enfants dans le gymnase. L'entraîneur veut constituer 4 équipes. Combien y aura-t-il de joueurs par équipe ?													
		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie 1</td><td rowspan="3" style="border: none; padding: 5px; text-align: center;">Tout ?</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie n</td></tr> </table>	Partie 1	Tout ?		Partie n	Assemblage de parts égales. Valeur de la part et nombre de parts connues, <i>recherche du tout</i> . Lexique de réunion/multiplication.	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie 1</td><td rowspan="3" style="border: none; padding: 5px; text-align: center;">Tout</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; text-align: center;">?</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie n</td></tr> </table> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie 1</td><td rowspan="3" style="border: none; padding: 5px; text-align: center;">Tout</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie n</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">? n</p>	Partie 1	Tout	?	Partie n	Partie 1	Tout		Partie n
	Partie 1	Tout ?														
Partie n																
Partie 1	Tout															
?																
Partie n																
Partie 1	Tout															
Partie n																
Lexique inverse	Après avoir partagé un paquet de gâteaux entre 5 enfants, le moniteur voit que chacun en a reçu 6. Combien y avait-il de gâteaux dans le paquet ?	<i>C'est le cas de quotition qui était considéré comme l'opération inverse.</i>														
	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie 1</td><td rowspan="3" style="border: none; padding: 5px; text-align: center;">Tout ?</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie n</td></tr> </table>	Partie 1	Tout ?		Partie n	Valeur de la part et nombre de parts connues, <i>recherche du tout</i> . Lexique de partition/Division.										
Partie 1	Tout ?															
Partie n																
b) Réunion/Partition avec comparaison	Lexique direct	Jacques a 3 lapins. Son papy en a 5 fois plus que lui. Combien son papy a-t-il de lapins ?	La distance pour aller de chez Margot à l'école est de 2000m. Celle pour aller chez son cousin est 4 fois plus courte. Quelle est cette distance ?													
		<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie 1</td><td rowspan="3" style="border: none; padding: 5px; text-align: center;">Tout ?</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie n</td></tr> </table>	Partie 1	Tout ?		Partie n	Assemblage de parts égales. Valeur du plus petit et nombre de fois connus, <i>recherche du plus grand (le tout)</i> . Lexique de réunion/Multiplication/comparaison (fois plus que)	<table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie 1</td><td rowspan="3" style="border: none; padding: 5px; text-align: center;">Tout</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; text-align: center;">?</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie n</td></tr> </table> <table border="1" style="border-collapse: collapse; width: 100px; height: 100px;"> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie 1</td><td rowspan="3" style="border: none; padding: 5px; text-align: center;">Tout</td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; height: 20px;"></td></tr> <tr><td style="border: 1px dashed black; padding: 2px;">Partie n</td></tr> </table> <p style="text-align: center;">? n</p>	Partie 1	Tout	?	Partie n	Partie 1	Tout		Partie n
Partie 1	Tout ?															
Partie n																
Partie 1	Tout															
?																
Partie n																
Partie 1	Tout															
Partie n																
Nature de l'opération	x	:														

2-7-2-Commentaires liés aux énoncés de la famille Multiplication / Division.

1) Les situations de multiplication directe. (niveau 1)

Il faut faire percevoir et reformuler qu'on procède à une **réunion** d'un nombre quelquefois important de « quantités » égales.

2) Les situations de divisions directes (niveau 1)

Il faut faire percevoir et reformuler qu'on possède **une grande quantité** qui va être répartie en petits lots égaux.

On a le tout, on cherche les petits nombres (valeur d'une part, nombre de parts).

3) Les situations de multiplication avec lexique de comparaison. (niveau 2)

Il est nécessaire de repasser par l'étape de manipulation :

Exemple : un élève reçoit un paquet de 3 cahiers.

Son camarade reçoit 4 paquets de 3 cahiers.

La maîtresse dit : « On ne dit pas : il a reçu 4 fois autant de cahiers », ou « sa part est 4 fois celle de son camarade » mais on dit : il a reçu 4 fois plus de cahiers »

Même procédé pour « 3 fois moins ».

4) Les situations de multiplication inverse (niveau 3)

On a un lexique de division, mais généralement, des données temporelles à rétablir. Comme on doit rechercher la situation de départ, il est nécessaire de reformuler en inversant oralement la relation entre les grandeurs :

-« chacun en a reçu 6. »

- 5 enfants ont reçu chacun 6 gâteaux.

Il y avait donc 5 fois 6 gâteaux au départ.

[Retour au sommaire](#)

Les raisonnements

types élémentaires

3-1- Les raisonnements types élémentaires

3-1-1-Qu'est-ce qu'un raisonnement type élémentaire

C'est une modalité de calcul d'une grandeur

Ex : pour trouver une vitesse moyenne, on divise une distance en kilomètres, par un temps (une durée) en heures. (La vitesse moyenne est en effet la distance parcourue par unité de temps).

$$\text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{Distance parcourue}}{\text{Temps}}$$

Cette expression de la recherche de vitesse est généralisée. Elle s'exprime d'ailleurs avec des mots génériques pour les grandeurs concernées. A chaque fois que les mots génériques seront remplacés par des valeurs précises la relation s'appliquera.

Cette présentation généralisée est **un raisonnement type élémentaire**.

Un raisonnement type élémentaire peut s'écrire de manière très simplifiée, avec un signe d'opération et trois lettres majuscules bâton ou minuscules, (initiales des mots génériques) :

$$V_m = \frac{D}{t}$$

3-1-2 Utilité des raisonnements types élémentaires

Ces raisonnements types élémentaires sont nécessaires au raisonnement déductif, qu'on utilise obligatoirement quand, dans un énoncé on n'a pas de question intermédiaire et pour une situation qu'on n'a pas vécue.

Quand on a une ou des questions intermédiaires on peut faire le lien entre la grandeur cherchée et celles présentes dans l'énoncé. Il reste alors, par identification du champ et situations opératoires à déduire l'opération.

Quand on n'a pas de question intermédiaire, seul le raisonnement type élémentaire (RTE) apporte l'information sur la nature des grandeurs à mettre en relation pour obtenir une grandeur cherchée. Ces grandeurs à mettre en relation étant initialement absentes de l'énoncé, il faut les calculer en mobilisant de nouveaux raisonnements types élémentaires (cf. : schéma « analyse des problèmes complexes » et problème du spectacle, « évaluations nationales CM2 2010 ex n° 18

Un raisonnement déductif est une suite ordonnée de raisonnements types élémentaires.

Pour que les élèves puissent mobiliser ces raisonnements types élémentaires, il faudra qu'ils les aient rencontrés, perçus, énoncés et automatisés au cours de leur scolarité antérieure.

Il faudra donc que les maîtres les aient identifiés, inventoriés et répartis sur les cinq niveaux de l'école élémentaire.

3-1-3-Inventaire des raisonnements types élémentaires

On inventorie ces raisonnements types élémentaires en lisant et résolvant les problèmes d'une même thématique, soit issus d'une banque de problèmes, soit issus des évaluations nationales, soit issus de méthodes ou manuels employés dans les classes

3-2-Les thématiques

Définition : c'est un ensemble de problèmes concernant un même domaine ou une même grandeur.

Ex : les prix ; les problèmes de vitesse moyenne, de pourcentage.....

3-2-1 Comment trouver les thématiques ?

* On peut trouver les différentes thématiques de problèmes à aborder dans un cursus élémentaire en classant des problèmes issus d'une même banque de problèmes de niveau CM2. On complètera cette banque, avec les problèmes issus des différents manuels en vigueur.

* Il sera indispensable de comparer la résolution de ces problèmes (et donc les notions utilisées) avec les programmes en vigueur, pour éliminer les problèmes dont la résolution nécessiterait des connaissances qui ne sont plus au programme.

3-2-2 Inventaire des thématiques.

- nombre d'objets (cardinal) ;
- de prix ;
- de longueur et périmètre ;
- de durée et d'âges ;
- de poids et de masse ;
- d'aires ;
- de partages inégaux ;
- d'utilisation de fractions ;
- de proportionnalité-échelle ;
- de proportionnalité-consommation ;
- de proportionnalité-vitesse ;
- de proportionnalité-pourcentages (après fractions).

3-2-3 Utilité de l'inventaire des thématiques

Cet inventaire permet dans un premier temps de recenser toutes les thématiques qui doivent avoir été rencontrées à l'école élémentaire.

A partir des problèmes issus des différentes thématiques il est possible d'établir la liste des raisonnements types élémentaires, à construire, nécessaires à la résolution des problèmes complexes.

3-3- Liste des raisonnements types élémentaires

THEMATIQUES ET RAISONNEMENTS TYPES ELEMENTAIRES 1

		CARDINALITE	PRIX	LONGUEURS
Augmentation	résultat	Quantité finale =Q initiale+ Augmentation	Economie finale = E initiale + gain Prix final =P initial+ Augmentation	Taille Finale = T Initiale + Croissance
	Valeur de L'augmentation	Augmentation = Q finale - Q initiale	Augmentation = E finale - E initiale Augmentation = Prix final - P initial	Croissance = T finale - T Initiale
	Au départ	Q initiale = Q finale - Augmentation	Economie initiale = E finale - Augmentation Prix initial = P final - Augmentation	T initiale= T Finale - Croissance
Réunion	Résultat	Quantité totale =Q partielle1 + Q partielle2	Somme totale = S partielle1 + S partielle2 Prix total = p partiel1 + P partiel2 Dépense totale = D partielle1 + D partielle2 totale = R partielle1 + R partielle2	Trajet total = T1 + T2 + T3 Périmètre = Côté 1 = Côté2 + ... + Côté n
	Complément	Q partielle1= Q totale- Q partielle 2 Q partielle2 = Q totale - Q partielle1	Somme partielle1= S totale- S partielle 2 Prix partiel= P total- P partiel 2 Dépense partielle1= D totale- D partielle 2 Reste à payer = Dépense - Recette Bénéfice = Recette - Bénéfice	Trajet restant = Trajet Total - trajet parcouru Largeur = ½ Périmètre - Longueur Longueur = ½ Périmètre - Largeur
Diminution	Résultat	Quantité finale = Q initiale - Diminution	Somme finale = S initiale - Dépense Prix final (soldé)= P initial - Remise (Réduction)	
	Valeur de la diminution	Diminution = Q initiale - Q finale	Dépense = S initiale - S finale Remise = P initial - P final (soldé)	
	Au départ	Q initiale = Q finale + Diminution	Somme initiale = S finale + Dépense Prix initial = P final + Remise	
Comparaison	Le plus grand	Petit + Ecart= Grand	plus cher = moins cher + écart	Taille Grande = taille petite + Ecart Idem trajet
	Le plus petit	Grand - Ecart =Petit	moins cher = Plus cher - Ecart	Taille Petite = taille grande - Ecart Idem trajet court/long
	L'écart	Grand - Petit =Ecart	Ecart de prix, d'économie, de somme possédée ; Somme manquante, somme restante,	Ecart = Taille Grande - Taille Petite Idem trajet court/long
Réunion M	Le résultat	Q unitaire x nombre de = Quantité Totale	Prix unitaire x nombre de = Prix Total Valeur du billet x nombre de = Somme Totale	Trajet Total = Trajet unitaire x nombre de Périmètre rectangle = 2 x (L + l) Périmètre carré = 4 x c
	Au départ	Cf ci dessous		
Réunion D	Valeur de part	Quantité unitaire = Q Totale/ nombre de	Prix unitaire = P Total / nombre de Valeur du billet = S Totale / nombre de	Trajet unitaire = trajet total/ nombre de Côté carré = Périmètre Carré/4
	Nombre de parts	nombre de = Q Totale/ Q unitaire	nombre de = P Total / P unitaire	nombre de = trajet total/ Trajet unitaire
	Au départ	Q unitaire x nombre de = Q Totale	Valeur du billet x nombre de = S Totale	

Partages inégaux		RTE en supprimant les écarts	Partage de somme gagnée, héritée	
Fractions		Quantité partielle = Q totale x N/D	Somme partielle = S totale x N/D Idem : Dépense	Longueur Partielle = Longueur Totale X N/D
pourcentages	Taux=T/100)	Taux% = Q partielle/Q totale		
	Q partielle	Q partielle = Q totale x Taux	TVA = P HT X Taux	
	Q totale	Q totale = Q partielle/Taux = Q partiellex100/T	P HT= TVA/Taux	

THEMATIQUES ET RAISONNEMENTS TYPES ELEMENTAIRES 2

		POIDS	DUREE	AIRES
Augmentation	résultat	Poids final = Poids initial + "Grossissement" ou ajout	Heure finale (d'arrivée) = Heure de départ (de début) + durée	
	Valeur de L'augmentation	"Grossissement" ou ajout = Poids final - Poids initial	Durée = Heure finale - Heure de départ (de début)	
	Au départ	Poids initial = Poids final - "Grossissement" ou ajout	Heure de départ (de début) = Heure finale - Durée	
Réunion	Résultat	Poids total = Poids partiel 1 + Poids partiel 2	Durée totale = Durée 1 + Durée 2 Date finale = Date initiale + Durée - 1j	Aire totale = Aire parcelle 1 + Aire parcelle 2
Diminution	Complément	Poids jus = Poids net - poids égoutté	Durée 1 = Durée totale - Durée 2 *Durée = Date finale - Date initiale + 1j *Date initiale = Date finale - Durée + 1j	Aire parcelle 1 = Aire totale - Aire parcelle 2
	Résultat	Poids final = Poids initial - "Amaigrissement"		
Comparaison	Valeur de la diminution	"Amaigrissement" = Poids final - Poids initial		
	Au départ	Poids initial = Poids final + "Amaigrissement"		
	Le plus grand	Plus lourd = Plus léger + Ecart		Aire Rectangle = Aire Carré Pour trouver une dimension de longueur La plus grande avec deux formules et les longueurs données
	Le plus petit	Plus léger = Plus lourd - Ecart		La plus petite avec deux formules et les longueurs données
Réunion M	L'écart	Ecart = Plus lourd - Plus léger		L'écart avec deux formules et les longueurs données
	Le résultat	Poids total = Poids partiel x nombre de	Retard total = retard horaire x nombre d'heures Retard total = retard journalier x nombre de jours	Aire totale (lotissement) = Aire unitaire x nombre de parcelles
Réunion D	Au départ	Cf ci dessous		
	Valeur de part	Poids partiel = Poids total / nombre de	Retard horaire = Retard total / nombre d'heures Retard journalier = Retard total / nombre de jours	Aire unitaire = Aire totale / nombre de parcelles
	Nombre de parts	nombre de = Poids total / Poids partiel	nombre d'heures = Retard total / retard horaire nombre de jours = Retard total / retard journalier	nombre de parcelles = Aire totale / Aire unitaire
	Au départ	Poids total = Poids partiel x nombre de		

RAISONNEMENTS TYPES COMPOSES

POURCENTAGES

Recherche de taux	$\text{Taux} = \frac{\text{Quantité partielle}}{\text{Quantité totale}} = x \% = 0, x \text{ en calcul décimal}$
Recherche de quantité partielle	Quantité partielle = quantité totale x Taux (en fraction au centième)
Recherche de quantité totale	$\text{Quantité totale} = \frac{\text{Quantité partielle}}{\text{Taux}} \quad \text{Si Taux} = \frac{y}{100} \quad \text{Quantité totale} = \frac{\text{Quantité partielle} \times 100}{y}$

CONSOMMATION

Niveaux	RESOLUTIONS	EXEMPLES									
		Pour préparer de la confiture de framboise il faut 400g de fruits pour 300g de sucre. Quel poids de sucre faut-il pour 200g de framboises ? Pour 600g ? Pour 1 kg ?									
Niveau 1	Chercher des multiples	<table border="1"> <tr> <td>200g</td> <td>400g</td> <td>600g</td> <td>1kg = 1 000g</td> </tr> <tr> <td>150g</td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	200g	400g	600g	1kg = 1 000g	150g				
200g	400g	600g	1kg = 1 000g								
150g											
Niveau2	Chercher le sous multiple « intéressant »	<table border="1"> <tr> <td>?</td> <td>400g</td> <td>600g</td> <td>1kg = 1 000g</td> </tr> <tr> <td></td> <td>300g</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	?	400g	600g	1kg = 1 000g		300g			
?	400g	600g	1kg = 1 000g								
	300g										
Niveau3	Chercher l'opérateur entre les 2 séries de quantités et appliquer. (Opérateur entier)	(autre exemple) <table border="1"> <tr> <td>50g</td> <td>75g</td> <td>130g</td> <td>250g</td> <td rowspan="2">↓ x ?</td> </tr> <tr> <td>100g</td> <td>150g</td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	50g	75g	130g	250g	↓ x ?	100g	150g		
50g	75g	130g	250g	↓ x ?							
100g	150g										
Niveau4	Utiliser la règle de trois	$P(200g) = \frac{300g \times 200}{400}$									
Niveau5	Utiliser la 4 ^{ème} proportionnelle	Collège									

VITESSE

Recherche de vitesse moyenne	$\text{Formule : } \text{Vitesse moyenne} = \frac{\text{Distance parcourue (km)}}{\text{Temps (h)}}$
Recherche de temps	$\text{Temps} = \frac{\text{Distance}}{\text{Vitesse moyenne}}$
Recherche de temps	Distance = Vitesse moyenne x Temps

ECHELLE

Recherche d'échelle	L1 plan Formule 1 : E = $\frac{\text{L1 plan}}{\text{L2 réel}}$
Recherche de longueur réelle	L1 plan Formule 2 : L2 réel = $\frac{\text{L1 plan}}{E}$ (difficile à cause de l'inversion de la fraction) : faire ce calcul à la calculatrice)
Recherche de longueur représentée	Formule 3 : L1 plan = L2 réel x E

3-4- Les types de raisonnement

3-4-1-Cas 1 : Raisonnement sur problèmes simples.

Exemple

Dans un vase il y avait 6 roses. Paul a **rajouté** 8 marguerites. Combien y a-t-il de fleurs dans le vase ?

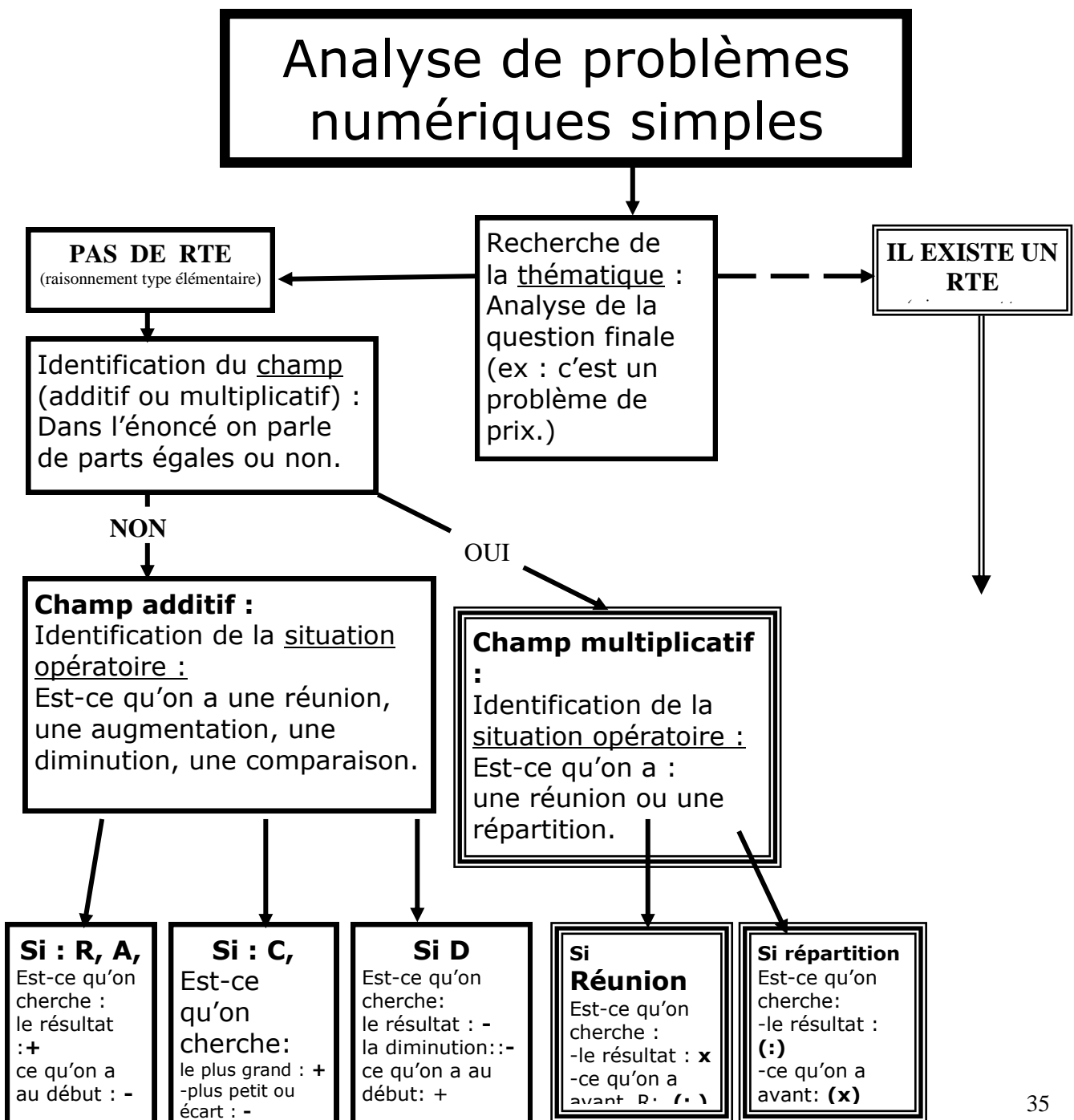
Il n'y a pas de quantités égales, on est dans le **champ additif**.

Le mot « rajouté » indique qu'il s'agit d'une **situation d'augmentation**.

On cherche l'ensemble des fleurs, donc le **résultat de l'augmentation** donc le Tout qui s'obtient par une addition.

Le mot « fleur » implique de considérer les roses et les marguerites : ce sont **les deux grandeurs à mettre en relation** par l'addition.

On est dans le cas où il n'y a pas de RTE. On doit donc mener l'analyse qui se lit à gauche dans le schéma ci-dessous et qui nécessite plusieurs étapes.



3-4-2-Cas 2 : Raisonnements sur problèmes complexes avec questions intermédiaires.

Dans ce cas, chaque question intermédiaire peut être considérée comme la demande d'un problème simple. Le problème complexe devient une suite de problèmes simples et demande donc une succession de traitement sans ou avec RTE, ce qui rend la recherche très lourde.

3-4-3-Cas 3 : Raisonnements sur problèmes complexes sans questions intermédiaires.

On peut repérer deux types de raisonnements, l'un proche du vécu, le raisonnement progressif et l'autre, plus évolué, s'appuyant sur des connaissances généralisées, plus abstraites : le raisonnement régressif ou déductif.

Un exemple (Exercice 18- Evaluations 2010)

*Un spectacle musical avec cinq artistes est proposé au directeur d'une école. Il faut payer les artistes 50 euros chacun. Il faut aussi payer leur déplacement, soit deux cents euros au total. Il n'y a pas d'autres frais.
L'association de parents d'élèves donne une aide de 110 euros et la mairie accorde une autre aide de 240 euros.
Si les 102 élèves de cette école assistent au spectacle, quelle participation financière pourrait être demandée à chaque élève pour payer la dépense restante ?*

➤ Le raisonnement progressif

Traitement du problème

Dans le cas du problème sur le spectacle traité dans une classe coopérative, on se posera les questions suivantes :

- « Combien ça coûte ?
- Combien a-t-on d'argent ?
- Est-ce qu'on a assez ?
- Si non, combien chacun devra t-il apporter ? »

Combien ça coûte ?

Cette question interroge sur les dépenses totales. On peut trouver dans l'énoncé des références à deux dépenses. On pourra calculer le salaire total puis y ajouter le déplacement qui est donné dans l'énoncé.

Combien a-t-on d'argent ?

Cette question interroge sur les recettes totales. On peut trouver dans l'énoncé des références aux deux recettes. On peut ajouter ces deux recettes pour obtenir une recette totale.

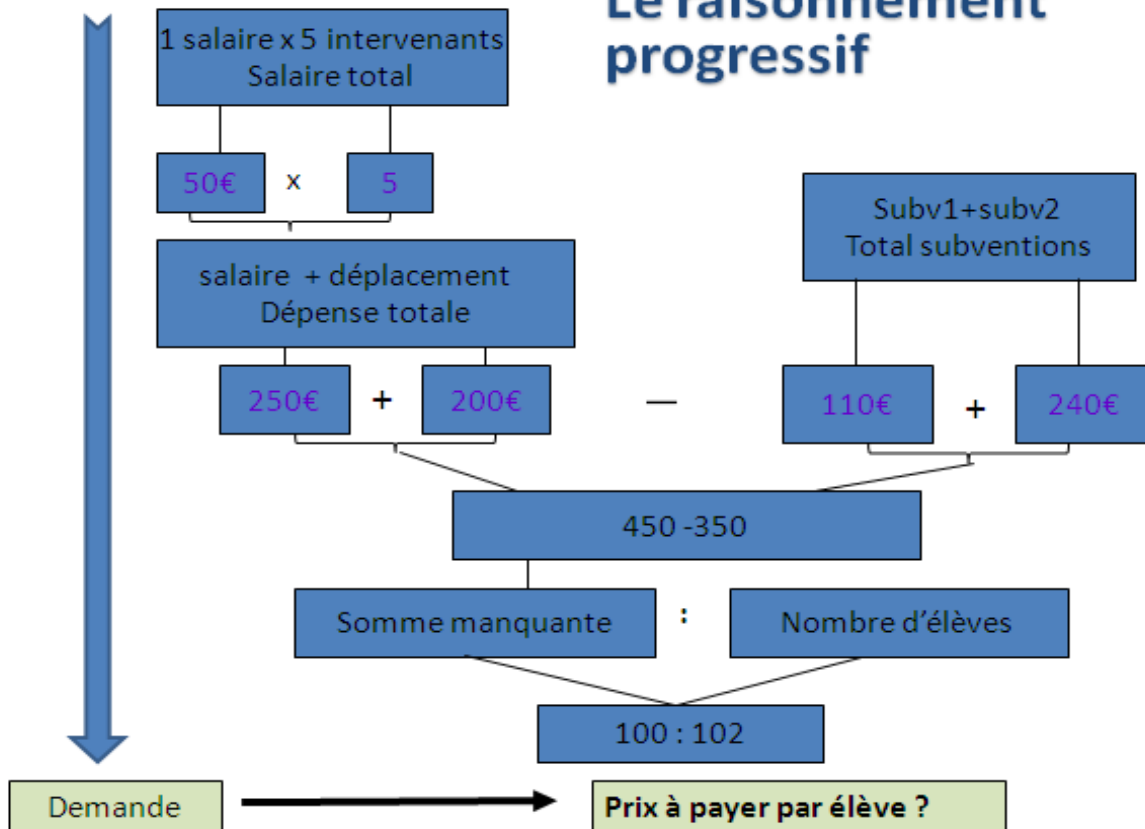
Est-ce qu'on a assez ?

Cette question interroge sur l'équilibre entre dépense et recette. On compare et conclut que les dépenses sont supérieures aux recettes. L'écart constitue donc une somme manquante ou un reste à payer qu'on peut calculer.

Si non, combien chacun devra t-il apporter ?

Cette question interroge sur la part à payer par élève. C'est un partage. On peut le calculer par une division.

Le raisonnement progressif



Sans question intermédiaire, on ne peut s'appuyer que sur le vécu pour trouver les étapes et organiser un raisonnement.

Si on n'a pas vécu l'organisation de ce spectacle en pédagogie coopérative, il est impossible de construire seul une résolution.

Les questions dérivant du vécu remplacent les questions intermédiaires du cas précédent.

Commentaires.

Ce type de raisonnement est lié à une pédagogie de type coopératif ou une pédagogie du type de l'expérience.

Le raisonnement progressif s'appuie sur une connaissance du contexte. La connaissance des étapes vécues permet de trouver la suite des opérations.

- Il présente un cas particulier.
- Il renvoie à des situations vécues.
- Il nécessite un raisonnement spécifique lié à la connaissance des étapes vécues ou à l'existence de questions intermédiaires.
- Il met en œuvre un raisonnement qui va des données du problème à la réponse finale.
- Il procède selon la chronologie des étapes.
- Dans l'énoncé, on retrouve des indices qui permettent de trouver les étapes.

Ce type de raisonnement trouve ses limites avec un nombre d'étapes qui rend cette démarche très lourde.

➤ Le raisonnement régressif (ou déductif)

Traitement du problème.

- L'élève lit la demande qui est ici une question. Il identifie la grandeur à trouver : « le reste à payer par élève ».
- Il mobilise le RTE (raisonnement type élémentaire) qui lui permet de calculer ce reste à payer par élève :

RESTE A PAYER PAR ELEVE = RESTE A PAYER TOTAL : NOMBRE D'ELEVES.

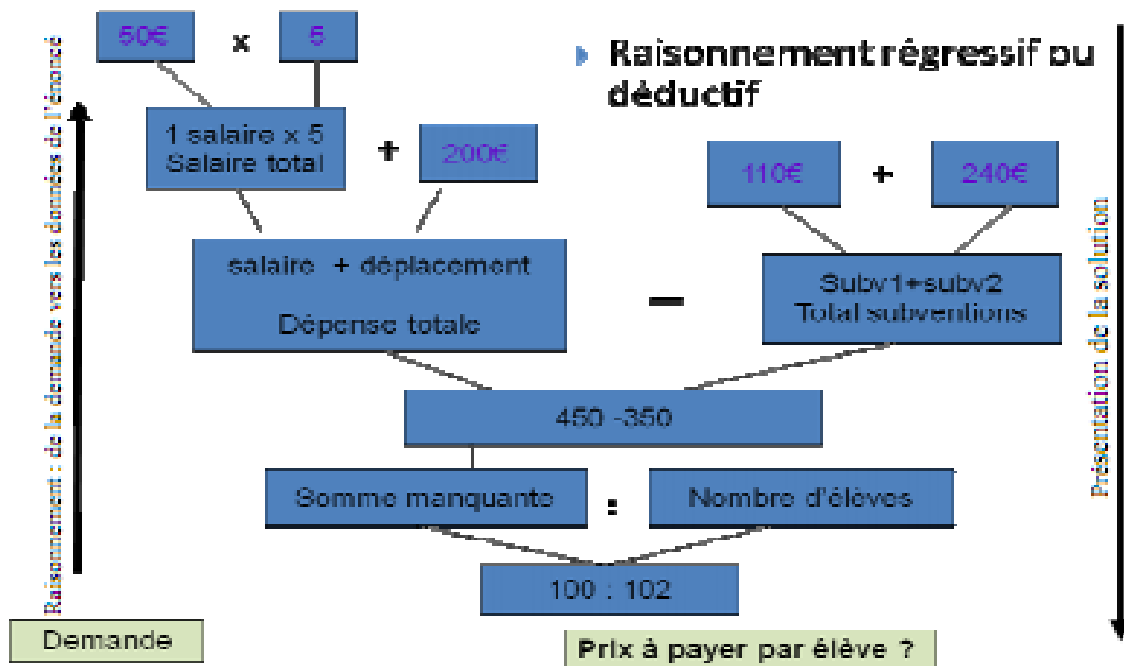
[ce RTE lui indique les grandeurs à mettre en relation (reste à payer total ou somme manquante et nombre d'élèves) et la relation entre ces grandeurs (ici une opération : la division)]

- Il retourne à l'énoncé pour une seconde lecture à la recherche de ces données. Il trouve la donnée « nombre d'élèves ». il ne trouve pas directement dans l'énoncé le reste à payer ou somme manquante, il va donc devoir calculer cette donnée.
- Il mobilise le RTE (raisonnement type élémentaire) qui lui permet de calculer ce reste à payer total :

RESTE A PAYER TOTAL = DEPENSE - RECETTE

[ce RTE lui indique les grandeurs à mettre en relation (dépenses et recettes) et la relation entre ces grandeurs (ici une opération : la soustraction)].

- Il retourne à l'énoncé pour une troisième lecture à la recherche de ces données. il ne trouve pas directement dans l'énoncé les dépenses totales et les recettes totales, il va donc devoir calculer ces données.
- Il mobilise le RTE (raisonnement type élémentaire) qui lui permet de calculer les dépenses totales : DEPENSE TOTALE = SALAIRE TOTAL + DEPLACEMENT
- Une quatrième lecture est nécessaire pour trouver le montant du déplacement qui est dans l'énoncé et percevoir que le salaire total est à calculer.
- Il mobilise un nouvel RTE et une nouvelle lecture pour le calcul du salaire total. Il peut calculer les dépenses totales. SALAIRE TOTAL = SALAIRE UNITAIRE X Nbre D'ARTISTES
- Il mobilise un nouvel RTE et une nouvelle lecture pour le calcul des recettes totales. Les données afférentes sont dans l'énoncé, il peut calculer cette recette totale.
- RECETTE TOTALE = SUBV 1 + SUBV 2
- Il peut maintenant calculer la différence recette / dépense.
- Il peut maintenant calculer le reste à payer par élève.



Commentaires

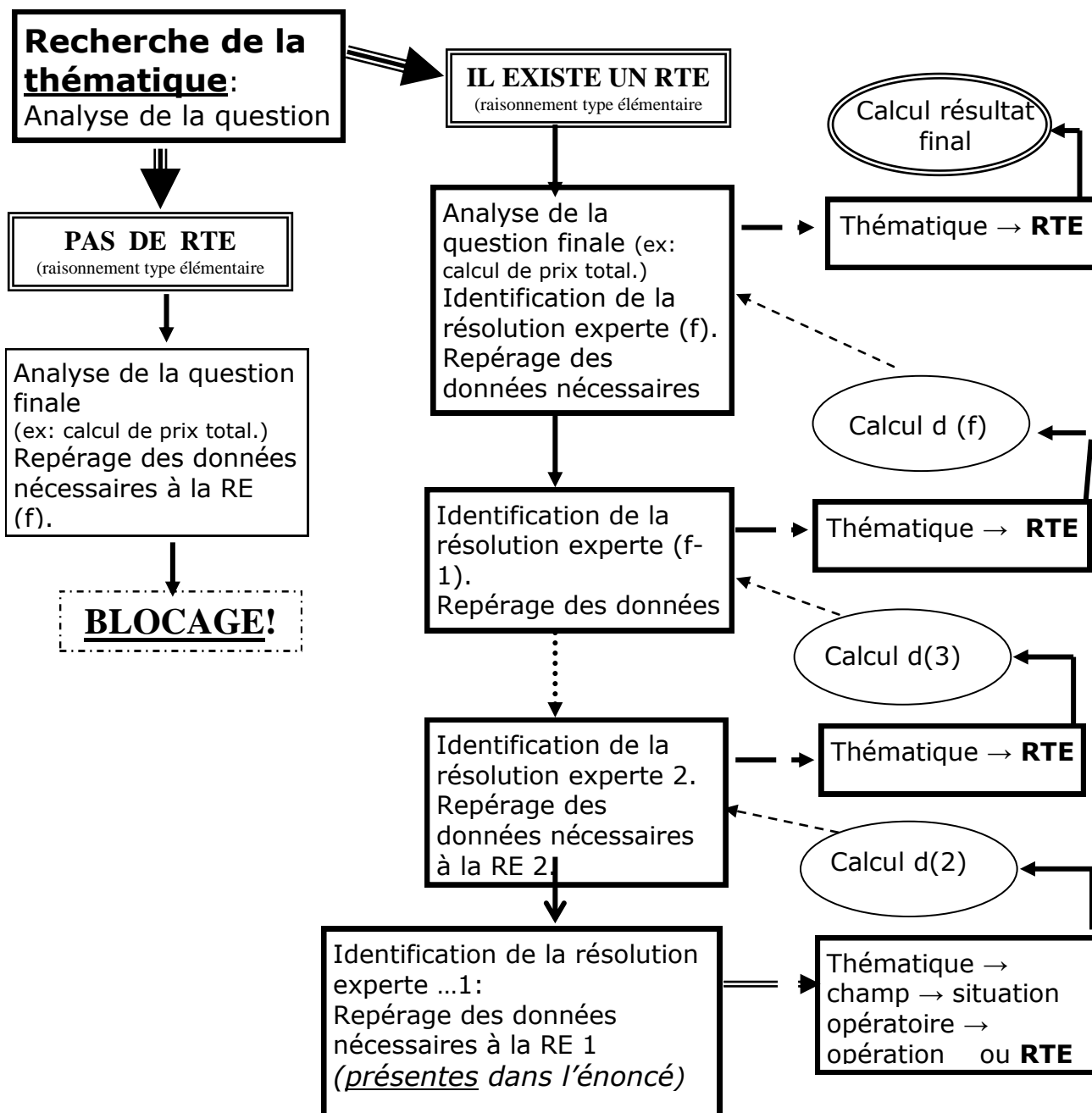
- Ce raisonnement régressif ou déductif s'appuie sur une généralisation.
- Il s'appuie sur des connaissances acquises.

- Pour utiliser ce raisonnement, il faut avoir construit des procédures types, génériques appelés « Raisonnements Types Élémentaires » ou RTE.
- Il chemine de procédures expertes en procédures expertes, de raisonnement type élémentaire en raisonnement type élémentaire.
- Il part de la question finale.
- L'ordre de ce raisonnement est inverse des étapes vécues (des questions aux résultats intermédiaires pour remonter aux données du problème).
- Il mobilise des procédures expertes acquises.

Quand tout le cheminement est élaboré, il est nécessaire de le reconstruire à l'inverse pour présenter une solution écrite.

Schématisation générale

Analyse de problèmes numériques complexes



Chaque calcul par RTE économise une recherche par situation opératoire. Le traitement par RTE est beaucoup plus économique que le traitement par situation opératoire. Il est le seul à permettre d'identifier à la fois l'opération et les deux grandeurs à utiliser. Il est donc indispensable pour la résolution de problèmes complexes.

[Retour au sommaire](#)

Analyse,

Traitement des énoncés,

méthodologie

4-1-Traitement des énoncés

Dans le premier chapitre, l'analyse du problème de trajet a mis en évidence la multiplicité des tâches de traitement nécessaires à la résolution de problème :

- ▶ A) 1ère lecture : comprendre le contexte.
- ▶ B) identification de la demande.
- ▶ C) relecture (ou appel à la mémoire) pour trouver les indices.
 - Qui permettent de trouver l'opération.
 - Qui permettent de sélectionner les deux données pour l'opération.
- ▶ D) Effectuer un premier calcul.
- ▶ E) revenir à la demande (soit mémoire, soit relecture)
Pour trouver la deuxième étape.
- ▶ F) Mobiliser l'opération.
- ▶ G) Effectuer l'opération (la poser en colonne dans le cadre).
- ▶ H) Reporter la réponse à la fin de la phrase à trou.

Cette démarche n'apparaît pas spontanément. Il est nécessaire de l'enseigner. La mise en œuvre de cet ensemble de tâches constitue une démarche de résolution. On appellera donc méthodologie le processus d'enseignement / apprentissage de cette démarche.

4-2-La méthodologie

Les élèves doivent développer des compétences :

- ▶ En lecture pour comprendre le contexte
- ▶ En lecture pour identifier la demande
- ▶ En lecture pour prélever les indices permettant de mobiliser les bonnes opérations
- ▶ En raisonnement pour repérer les données fournies nécessaires aux opérations et celles à calculer par des étapes intermédiaires
- ▶ En écrit associé au raisonnement pour présenter leur démarche et leur calcul

ETAPES DE LA RESOLUTION DE PROBLEMES MATHÉMATIQUES		
Etapes	Compétences/composantes	Activités, exercices et problèmes d'apprentissage Activités, exercices et problèmes d'entraînement
1) Ecoute/lecture de l'énoncé Et caractérisation du contexte (de quoi, quelle thématique ? de qui s'agit-il ?)	Identifier le « principe » mathématique et recherche du texte (fonction de l'énoncé de problème).	
	Déterminer le sens des termes et des symboles mathématiques.	
	Dégager l'information explicite contenue dans un dessin, un texte, un schéma, un tableau ; un graphique. Donner le sens de cette information.	
	Dégager l'information implicite contenue dans un dessin, un texte, un schéma, un tableau, un graphique.	
2) Identification de la demande (quelle réponse numérique, quelle production ?)	Repérer la partie injonctive de l'énoncé : identifier la phrase ou la partie de phrase présentant la demande.	
	Dégager la tâche à réaliser.	
	Qualifier la nature du résultat attendu (en termes d'objet mathématique et d'unité).	
	Se poser des questions (en cas de données manquantes).	
3) Identification du type de problème (numérique ou géométrique, additif ou multiplicatif ?.....)	Prendre des indices visuels ou langagiers essentiels à la résolution de problèmes (types de situations).	
	S'interroger sur le sens de petits mots, de mots polysémiques, d'expressions.	
	Représenter la situation à l'aide de d'objets, de mîmes, d'images, de dessins.	
	Reconnaître des similitudes dans des problèmes.	

	Associer le problème à des problèmes semblables résolus antérieurement.	
	Identifier l'outil numérique correspondant à la situation.	
	Représenter la situation à l'aide de symboles, de schémas, de mots.	
	Formuler oralement des problèmes analogues.	
4) Analyse des données (Repérage des données présentes, des données manquantes)	Repérer la partie informative de l'énoncé.	
	Associer à une situation identifiée les informations présentes pertinentes qui lui correspondent.	
	Enoncer la ou les données manquantes et reprendre en 2 la procédure.	
	Associer à une opération identifiée les données numériques présentes pertinentes qui lui correspondent.	
5) Mise en œuvre d'une procédure (Association de l'opération liée au type de problème ou des caractéristiques de l'objet géométrique aux données sélectionnées)	Traduire un énoncé par une écriture mathématique.	
	Formuler une phrase réponse utilisant les mots de la question.	
	Formuler une phrase réponse utilisant d'autres mots que ceux de la question.	
6) Présentation de la ou des solutions	Enoncer (chrono)logiquement les phrases réponses.	
	Effectuer et présenter les opérations (en ligne et/ou en colonnes).	
	Respecter une mise en page habituelle phrase/opérations.	

- ▶ Cette démarche doit être construite dans les cinq niveaux de l'école élémentaire.
- ▶ Elle est intégralement reprise dans chacun des cours.
- ▶ Ce n'est pas sur cette démarche que porte la progressivité.

[Retour au sommaire](#)

Eléments de progressivité

5-1-Répartition des situations opératoires

5-1-1-Répartition entre les cycles

CP-CE1 : Construire le sens de l'addition et la soustraction.
Aborder le sens de la multiplication.

CP : Augmentation niveau 1.
Réunion niveau 1.
Diminution niveau 1.
Réunion niveau 2.
Comparaison niveau 1 et 2.

CE1: reprise des quatre situations du CP, +
Augmentation niveau 2.
Diminution niveau 2 et 3.
Comparaison niveau 3.
Multiplication niveau 1 (recherche du tout sans lexique piège).

Cycle 3 : Renforcer le sens de l'addition, de la soustraction et de la multiplication.
Construire le sens de la division (niveau 1).

CE2 : + Division niveau 1 (sans lexique piège).

CM : + Réunion niveau 3.
Comparaison niveau 3.
Multiplication niveau 2 (avec lexique de comparaison).
Multiplication niveau 3 (avec lexique piège de répartition).
Division : partition et quotient

5-1-2-La progressivité des modalités de présentation

(Référence document pédagogique 1960 : a et b)

a) Problèmes oraux :

Ils revêtent deux formes principales:

1. L'énoncé est donné.

Il faut trouver l'égalité qui le traduit et qui donne sa solution.

2. Une opération est posée au tableau.

Il faut trouver l'énoncé qu'elle traduit et énoncer la question qui lui correspond

- Forme **privilegiée** au CP : l'effort doit porter sur la compréhension du contexte et le sens de l'opération et non sur le déchiffrement.

Les élèves doivent dès que possible fournir l'écriture mathématique complète sur ardoise (nécessaire introduction des signes).

La présentation orale permet de traiter successivement plusieurs problèmes, de confronter les élèves aux différentes formulations et à leurs reformulations. Elle permet d'exiger la construction d'une phrase réponse orale courte mais précise et rigoureuse.

Elle permet de construire des images mentales des situations à partir desquelles des schémas pourront être élaborés.

- Forme **nécessaire** au CE1 : pour continuer à construire le sens des opérations, dans la phase d'apprentissage d'un nouveau type de problème, ou pour la rencontre avec une formulation nouvelle ou complexe.

La présentation orale permet comme au CP de traiter successivement plusieurs problèmes, de confronter les élèves aux différentes formulations et à leurs reformulations. Elle permet d'exiger la construction d'une phrase réponse orale courte mais précise et rigoureuse.

- Forme **utile** au cycle 3 : pour « conforter le sens des opérations », dans la phase d'apprentissage d'un nouveau type de problème, ou pour la rencontre avec une formulation nouvelle ou complexe.
La présentation orale permet :
 - comme au cycle 2, de traiter successivement plusieurs problèmes courts, et donc de donner du rythme à une séance;
 - de systématiser le nouvel apprentissage effectué.

b) Problèmes en images : CP

Comment diriger ces exercices?

- Observation, silencieuse du dessin ; remarques libres; élaboration collective de l'énoncé; répétition de celui-ci.
- Résolution :
 - ou bien entièrement collective,
 - ou bien préparée collectivement, rédigée individuellement puis corrigée,
 - ou bien purement individuelle puis corrigée,

c) Les problèmes lus (fin) CP, début CE1

- 1° Lecture de l'énoncé.
2° Formulation orale : soit le « tout » est cherché, soit le « tout » est connu et un des petits nombres est cherché.
3° Manipulation : le problème est résolu concrètement.
4° Transcription collective.
5° ou 4° Transcription individuelle sur ardoise.
- 1° Lecture.
2° Formulation orale : soit le « tout » est cherché, soit le « tout » est connu et un des petits nombres est cherché.
3° Analyse collective.
4° Transcription individuelle sur ardoise.
- 1 ° Lecture; soulignement des mots inducteurs.
2° Validation (ou non) collective des mots inducteurs
3° Résolution individuelle après rédaction orale (et écrite) collective de la ligne de solution.
4° correction.
 - 1° Lecture; soulignement des mots inducteurs
 - 2° Résolution individuelle (avec interventions individualisées de l'enseignant et reprise éventuelle en atelier soutien ou en aide personnalisée)
 - 3° Utilisation des mots de la question pour rédiger la ligne de solution
 - 4° Correction.

d) Les problèmes lus cycle 3

- 1) La première lecture sera suivie d'un temps d'oral pour élucider si nécessaire le contexte.
 - 2) On gardera le principe de la recherche individuelle des mots ou formulations inductrices du sens de l'opération (ou du raisonnement de base) par soulignement au crayon de papier).
 - 3) Le temps d'oral qui suivra permettra de valider ou réfuter les choix en s'appuyant sur des reformulations ou des remises en ordre de données. Les éléments retenus seront surlignés.
Les phases 2) et 3) pourront être progressivement supprimées pour les élèves performants. (Différenciation)
- Toute introduction d'une nouvelle complexité fera l'objet d'un apprentissage.
 - L'augmentation de la complexité sera progressive et rendue explicite : nombre d'étapes , suppression de question intermédiaire.

5-2-Répartition des RTE

THEMATIQUES ET RAISONNEMENTS TYPES ELEMENTAIRES 1 CP				
		CARDINALITE	PRIX (€ ou centimes)	LONGUEURS
Augmentation	résultat	Quantité finale =Q initiale+ Augmentation	Economie finale = E initiale + gain Prix final =P initial+ Augmentation	Taille Finale = T Initiale + Croissance (fin d'année)
	Valeur de L'augmentation	Augmentation = Q finale - Q initiale	Augmentation = E finale - E initiale Augmentation = Prix final - P initial	Croissance = T finale – T Initiale (fin d'année)
	Au départ	Q initiale = Q finale - Augmentation	Economie initiale = E finale - Augmentation Prix initial = P final - Augmentation	T initiale= T Finale - Croissance
Réunion	Résultat	Quantité totale =Q partielle1 + Q partielle2	Somme totale = S partielle1 + S partielle2 Prix total = p partiel1 + P partiel2 Dépense totale = D partielle1 + D partielle2 Recette totale = R partielle1 + R partielle2	Trajet total = T1 + T2 + T3 Périmètre = Côté 1 = Côté2 + + Côté n
	Complément	Q partielle1= Q totale- Q partielle 2 Q partielle2 = Q totale - Q partielle1	Somme partielle1= S totale- S partielle 2 Prix partiel= P total- P partiel 2 Dépense partielle1= D totale- D partielle 2 Reste à payer = Dépense – Recette Bénéfice = Recette – Prix de vente	Trajet restant = Trajet Total – trajet parcouru Largeur = ½ Périmètre – Longueur Longueur = ½ Périmètre - Largeur
Diminution	Résultat	Quantité finale = Q initiale - Diminution	Somme finale = S initiale - Dépense Prix final (soldé)= P initial - Remise (Réduction)	
	Valeur de la diminution	Diminution = Q initiale - Q finale	Dépense = S initiale - S finale Remise = P initial - P final (soldé)	
	Au départ	Q initiale = Q finale + Diminution	Somme initiale = S finale + Dépense Prix initial = P final + Remise	
Comparaison	Le plus grand	Petit + Ecart= Grand	plus cher = moins cher + écart	Taille Grande = taille petite + Ecart Idem trajet
	Le plus petit	Grand - Ecart =Petit	moins cher = Plus cher - Ecart	Taille Petite = taille grande – Ecart Idem trajet court/long
	L'écart	Grand - Petit =Ecart	Ecart de prix, d'économie, de somme possédée ; Somme manquante, somme restante,	Ecart = Taille Grande – Taille Petite Idem trajet court/long
Réunion M	Le résultat	Q unitaire x nombre de = Quantité Totale	Prix unitaire x nombre de = Prix Total Valeur du billet x nombre de = Somme Totale de la pièce	Trajet Total = Trajet unitaire x nombre de Périmètre rectangle = 2 x (L + l) Périmètre carré = 4 x c
	Au départ	Cf ci dessous		
Réunion D	Valeur de part	Quantité unitaire = Q Totale/ nombre de	Prix unitaire = P Total / nombre de Valeur du billet = S Totale / nombre de	Trajet unitaire = trajet total/ nombre de Côté carré = Périmètre Carré/4
	Nombre de parts	nombre de = Q Totale/ Q unitaire	nombre de = P Total / P unitaire	nombre de = trajet total/ Trajet unitaire
	Au départ	Q unitaire x nombre de = Q Totale	Valeur du billet x nombre de = S Totale	
Partages inégaux		RTE en supprimant les écarts	Partage de somme gagnée, héritée	
Fractions		Quantité partielle = Q totale x N/D	Somme partielle = S totale x N/D Idem : Dépense	Longueur Partielle = Longueur Totale X N/D
pourcentages	Taux=T/100)	Taux% = Q partielle/Q totale		
	Q partielle	Q partielle = Q totale x Taux	TVA = P HT X Taux	
	Q totale	Q totale = Q partielle/Taux = Q partiellex100/T	P HT= TVA/Taux	

Commentaires

Répartir l'enseignement des « raisonnements types élémentaires » peut se faire à partir des 3 tableaux listant ceux-ci.

En CP

Pour le cours préparatoire, on abordera les RTE utilisant les situations opératoires du niveau CP, essentiellement la thématique « prix ».

Dans cette thématique, les grandeurs surlignées seront considérées comme étant du niveau CP.

En « longueur », le calcul de taille sera introduit par rapport à une situation vécue

Ces grandeurs et leur mode de calcul seront présentées dans des séquences dépendant du champ « mesures ».

En CE1

Les grandeurs déjà rencontrées (cases colorées en vert soutenu), seront revues et abordées avec des nombres plus grands.

Le nombre de thématiques abordées est plus important : les **prix**, mais aussi **les longueurs** (soit uniquement en centimètres, soit en m et cm mais sans utilisation de conversion), **les poids** et dans une situation simples : **les durées** (avec pour unité, soit l'heure soit les minutes et bien entendu, sans conversion)).

CYCLE 3

Les classes de cycle 3 devront se partager les grandeurs restantes, sachant que les RTE composés dépendent du cours moyen, et qu'à la fin du CM2 les élèves devront avoir pratiqué l'ensemble des RTE des 2 tableaux.

THEMATIQUES ET RAISONNEMENTS TYPES ELEMENTAIRES 1 CE1				
		CARDINALITE	PRIX (en € et centimes)	LONGUEURS en m et cm
Augmentation	résultat	Quantité finale =Q initiale + Augmentation	Economie finale = E initiale + gain Prix final =P initial+ Augmentation	Taille Finale = T Initiale + Croissance (sans conversion)
	Valeur de L'augmen-tation	Augmentation = Q finale - Q initiale	Augmentation = E finale - E initiale Augmentation = Prix final - P initial	Croissance = T finale - T Initiale
	Au départ	Q initiale = Q finale - Augmentation	Economie initiale = E finale - Augmentation Prix initial = P final - Augmentation	T initiale = T Finale - Croissance
Réunion	Résultat	Quantité totale =Q partielle1 + Q partielle2	Somme totale = S partielle1 + S partielle2 Prix total = p partiel1 + P partiel2 Dépense totale = D partielle1 + D partielle2 totale = R partielle1 + R partielle2	Trajet total = T1 + T2 + T3 Périmètre = Côté 1 = Côté2 + ... + Côté n
	Complément	Q partielle1= Q totale- Q partielle 2 Q partielle2 = Q totale - Q partielle1	Somme partielle1= S totale- S partielle 2 Prix partiel = P total- P partiel 2 Dépense partielle1 = D totale- D partielle 2 Reste à payer = Dépense - Recette Bénéfice = Recette - Prix de vente	Trajet restant = Trajet Total - trajet parcouru Largeur = ½ Périmètre - Longueur Longueur = ½ Périmètre - Largeur
Diminution	Résultat	Quantité finale = Q initiale - Diminution	Somme finale = S initiale - Dépense Prix final (soldé)= P initial - Remise (Réduction)	
	Valeur de la diminution	Diminution = Q initiale - Q finale	Dépense = S initiale - S finale Remise = P initial - P final (soldé)	
	Au départ	Q initiale = Q finale + Diminution	Somme initiale = S finale + Dépense Prix initial = P final + Remise	
Comparaison	Le plus grand	Petit + Ecart= Grand	plus cher = moins cher + écart	Taille Grande = taille petite + Ecart Idem trajet
	Le plus petit	Grand - Ecart =Petit	moins cher = Plus cher - Ecart	Taille Petite = taille grande - Ecart Idem trajet court/long
	L'écart	Grand - Petit =Ecart	Ecart de prix , d'économie, de somme possédée ;	Ecart = Taille Grande - Taille Petite

			Somme manquante, somme restante,	Idem trajet court/long
Réunion M	Le résultat	Q unitaire x nombre de = Quantité Totale	Prix unitaire x nombre de = Prix Total Valeur du billet x nombre de = Somme Totale de la pièce	Trajet Total = Trajet unitaire x nombre de Périmètre rectangle = 2 x (L + l) Périmètre carré = 4 x c
	Au départ	Cf ci dessous		
Réunion D	Valeur de part	Quantité unitaire = Q Totale/ nombre de	Prix unitaire = P Total / nombre de Valeur du billet = S Totale / nombre de	Trajet unitaire = trajet total/ nombre de Côté carré = Périmètre Carré/4
	Nombre de parts	nombre de = Q Totale/ Q unitaire	nombre de = P Total / P unitaire	nombre de = trajet total/ Trajet unitaire
	Au départ	Q unitaire x nombre de = Q Totale	Valeur du billet x nombre de = S Totale	
Partages inégaux		RTE en supprimant les écarts	Partage de somme gagnée, héritée	
Fractions		Quantité partielle = Q totale x N/D	Somme partielle = S totale x N/D Idem : Dépense	Longueur Partielle = Longueur Totale X N/D
pourcentages	Taux=T/100)	Taux% = Q partielle/Q totale		
	Q partielle	Q partielle = Q totale x Taux	TVA = P HT X Taux	
	Q totale	Q totale = Q partielle/Taux = Q partiellex100/T	P HT= TVA/Taux	

THEMATIQUES ET RAISONNEMENTS TYPES ELEMENTAIRES 2

		POIDS	DUREE (en h)	AIRES
Augmentation	résultat	Poids final = Poids initial + "Grossissement" ou ajout	Heure finale (d'arrivée) = Heure de départ (de début) + durée	
	Valeur de L'augmentation	"Grossissement" ou ajout = Poids final - Poids initial	Durée = Heure finale - Heure de départ (de début)	
	Au départ	Poids initial = Poids final - "Grossissement" ou ajout	Heure de départ (de début) = Heure finale - Durée	
Réunion	Résultat	Poids total = Poids partiel 1 + Poids partiel 2	Durée totale = Durée 1 + Durée 2 Date finale = Date initiale + Durée - 1j	Aire totale = Aire parcelle 1+ Aire parcelle 2
Diminution	Complément	Poids jus = Poids net - poids égoutté	Durée 1 = Durée totale - Durée 2 *Durée = Date finale - Date initiale + 1j *Date initiale = Date finale - Durée + 1j	Aire parcelle 1 = Aire totale - Aire parcelle 2
	Résultat	Poids final = Poids initial - Amaigrissement"		
Comparaison	Valeur de la diminution	Amaigrissement" = Poids final - Poids initial		
	Au départ	Poids initial = Poids final + Amaigrissement"		
	Le plus grand	Plus lourd = Plus léger + Ecart		Aire Rectangle = Aire Carré Pour trouver une dimension de

				longueur La plus grande avec deux formules et les longueurs données
	Le plus petit	Plus léger = Plus lourd - Ecart		La plus petite avec deux formules et les longueurs données
	L'écart	Ecart = Plus lourd - Plus léger		L'écart avec deux formules et les longueurs données
Réunion M	Le résultat	Poids total = Poids partiel x nombre de	Retard total = retard horaire x nombre d'heures Retard total = retard journalier x nombre de jours	Aire totale (lotissement) = Aire unitaire x nombre de parcelles
	Au départ	Cf ci dessous		
Réunion D	Valeur de part	Poids partiel = Poids total / nombre de	Retard horaire = Retard total/ nombre d'heures Retard journalier = Retard total / nombre de jours	Aire unitaire = Aire totale / nombre de parcelles
	Nombre de parts	nombre de = Poids total /Poids partiel	nombre d'heures = Retard total/ retard horaire nombre de jours = Retard total/ retard journalier	nombre de parcelles = Aire totale /Aire unitaire
	Au départ	Poids total = Poids partiel x nombre de		
Partages inégaux				
fractions				
Pourcentages				

	Situation abordée au CP reprise sur de nouvelles notions et sur davantage d'énoncés écrits
	Situations nouvelles introduites au CE1

5-3-Complexité des énoncés

5-3-1- Le nombre d'étapes (référence document pédagogique 1960)

CP CE1 :	problème à une seule opération.
Fin CE1-CE2 :	-problèmes à deux opérations avec question intermédiaire : -juxtaposition de deux opérations, - calcul intermédiaire pour un calcul final.
Fin CE2- CM2	Succession de 3 opérations dont la dernière utilise le résultat d'une des deux précédentes. CM problèmes à deux opérations avec question implicite. problèmes à plusieurs opérations avec questions implicites.

- ▶ Le passage difficile : C'est la suppression de la question intermédiaire explicite.
- ▶ Il est nécessaire de préparer ce passage. On ne peut pas exiger de l'élève moyen, qu'il trouve cette question intermédiaire sans jamais avoir traité un problème de même nature et avoir eu son attention attirée sur les deux étapes nécessaires.

5-3-2- De l'explicite à l'implicite des étapes

Niveau 1 : explicite

a) Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€.

Combien le client a-t-il dépensé ?

Combien le commerçant rend-il d'argent ?

Les données et les questions sont clairement séparées.
L'étape intermédiaire est explicite.

Niveau 2 : implicite

b) Un commerçant vend 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c. Le client paie avec un billet de 20€.

Combien le commerçant rend-il d'argent ?

Les données et les questions sont clairement séparées.
Les étapes intermédiaires sont implicites.

Niveau 3 : implicite et complexité de la syntaxe

c) Combien rend le commerçant s'il reçoit un billet de 20 € pour la vente de 3 cahiers à 2€ et 4 blocs de papier à 2€ 50 c ?

Les données et les questions sont combinées dans une seule phrase complexe.
Les étapes intermédiaires sont implicites.

5-3-3- Les difficultés textuelles

- Ordre des données
- Syntaxe

a) Niveau 1

On a acheté un mouton 67€. Les frais de nourriture se sont élevés à 82€.

Combien a-t-on dépensé pour le mouton ?

On le revend 234€, **Combien a-t-on gagné en le revendant ?**

- Les données sont suivies par les questions qui les utilisent.
- Les notions sont nommées dans un langage courant.

b) Niveau 2

On a acheté un mouton 67€. Les frais de nourriture se sont élevés à 82€. On le revend 234€.

Quel est le prix de revient du mouton? Quel bénéfice fait-on en le revendant ?

- Les questions sont rejetées à la fin de l'énoncé.
- On intercale une donnée concernant le bénéfice avant la question sur le prix de revient.
- Les notions sont nommées avec un lexique spécifique mathématique :
« prix de revient, bénéfice »

c) Niveau 3

On a acheté un mouton 67€. On le revend 234€. **Combien a-t-on dépensé en tout pour ce mouton, si les frais de nourriture se sont élevés à 82€ ? Combien a-t-on gagné en le revendant ?**

- Les données des questions 1 et 2 sont mêlées, une donnée question 2 est antérieure à la question 1
- Les données sont dans le désordre (plus petit(1)-plus grand(2)-écart(1)).
- Une donnée est « mélangée » à une question.
- La syntaxe est plus complexe (utilisation du si pour introduire une information dans une phrase complexe).

[Retour au sommaire](#)