Formulaire d'aide à la résolution des problèmes de calcul topométrique

Baccalauréat professionnel Technicien Géomètre Topographe &
BEP Topographie

- Version 2013 -

Sommaire

Conventions relatives aux travaux topographiques

Unités en vigueur :

- distance en mètre (m)
- angle en grades (gon)

Systèmes de coordonnées géographiques

Longitude, latitude, h

Systèmes de coordonnées planimétriques

- Coordonnées locales : **x, y, Altitude (H)** ou **Hauteur (h)**
- Coordonnées Lambert 93 : **e, n, Altitude(H)**
- Coordonnées RGF 93 CC (9 zones) : **E, N, Altitude(H)**

Systèmes de coordonnées géocentriques **X, Y, Z**

Systèmes de coordonnées altimétriques (altitude normale)

- **NGF-IGN 69** (NGF-IGN 78 pour la Corse)

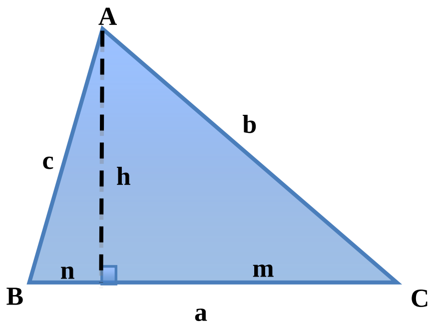
Rayon de la terre : 6370 km

Terminologie usitée :

- ht = hauteur des tourillons
- hp = hauteur de prisme = hv (voyant) ou hr (réflecteur)

croquis - schémas	formules

1-Triangle quelconque



Relation des sinus

$a / \sin A = b / \sin B = c / \sin C$

Relation des cosinus

$a^2 = b^2 + c^2 - 2\,b\,.\,c\,.\cos A$

$b^2 = a^2 + c^2 - 2\,a\,.\,c\,.\cos B$

$c^2 = a^2 + b^2 - 2\,a\,.\,b\,.\cos C$

Superficie

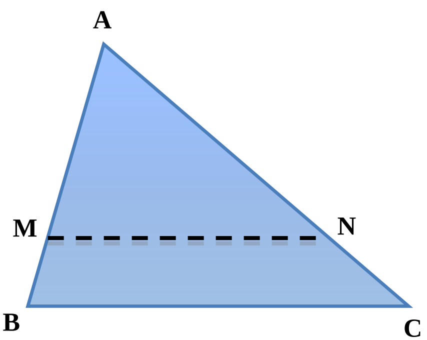
$S = 1/2\,(a\,.\,b\,.\sin C)$
$S = 1/2\,(a\,.\,c\,.\sin B)$
$S = 1/2\,(b\,.\,c\,.\sin A)$

$S = (a^2\,.\sin B\,.\sin C) / 2\sin A$

avec $p = 1/2$ périmètre
$S = \sqrt{[\,p\,.\,(p-a)\,.\,(p-b)\,.\,(p-c)]}$
$\tan A/2 = \sqrt{[(p-b)\,.\,(p-c) / p\,.\,(p-a)]}$

$n = (c^2 + a^2 - b^2)/ 2a$
$h^2 = c^2 - n^2 = b^2 - m^2$

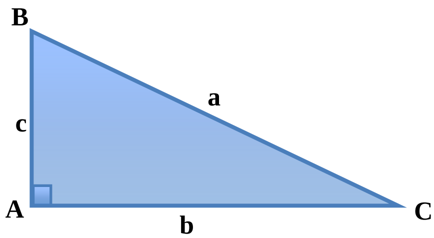
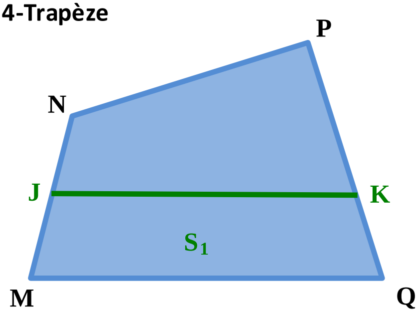
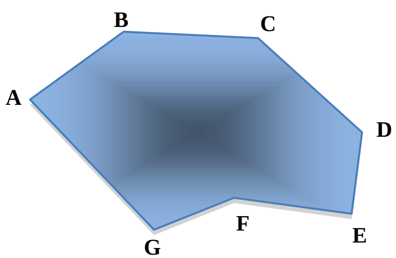
2-Triangles semblables



Théorème de Thalès

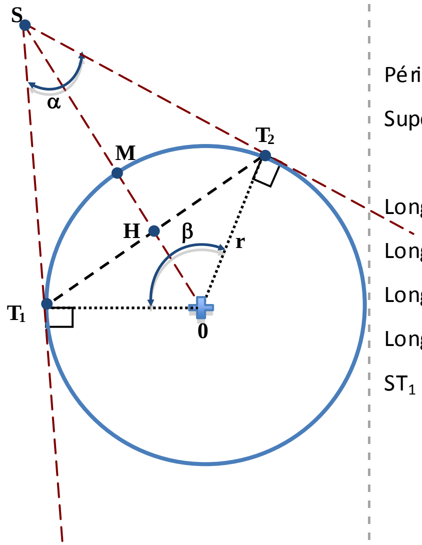
$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = k$$

$S_{AMN} = S_{ABC}\,.\,k^2$

croquis - schémas	formules
3-Triangle rectangle  	sin B = côté opposé /hypoténuse = b/a cos B = côté adjacent/hypoténuse = c/a tan B = côté opposé /côté adjacent = b/c $BA^2 + AC^2 = BC^2$ **Superficie** S = 1/2 (b . c)
4-Trapèze  	S_1 = superficie MJKQ $JK^2 = MQ^2 - 2S_1\,(1/\tan Q - 1/\tan M)$ $QK = 2S_1 / (MQ + JK) . \sin Q$ $JM = 2S_1 / (MQ + JK) . \sin M$
5-Polygone de n cotés  	**Somme des angles intérieurs** $\Sigma = (n - 2) . 200$ **Somme des angles extérieurs** $\Sigma = (n + 2) . 200$ **Superficie** $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [x_i . (y_{(i+1)} - y_{(i-1)})]$ $2S = \sum_{i=n}^{i=1} [y_i . (x_{(i+1)} - x_{(i-1)})]$

croquis - schémas	formules

6-Raccordements circulaires



Périmètre du cercle = $2.\pi.\ r$

Superficie du cercle = $\pi.r^2$

Longueur de la corde $T_1T_2 = 2.r.\sin(\beta/2)$

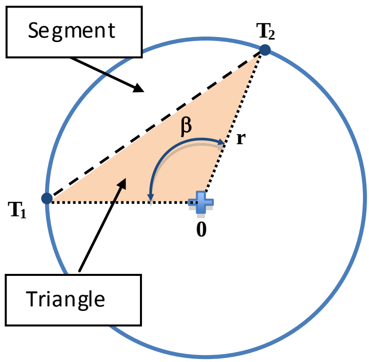
Longueur de l'arc = $T_1T_2 = 2.\pi.\ r.\ \beta/400$

Longueur de la flèche $MH = r - [r.\cos(\beta/2)]$

Longueur de la tangente

$ST_1 = ST_2 = r\ .\ \tan(\beta/2)$

7-Secteur circulaire



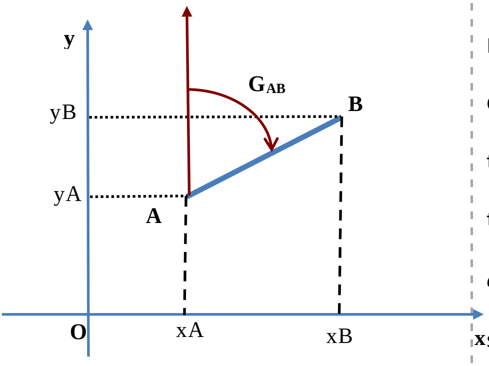
Triangle: $S = ½\ .\ r^2.\ \sin\beta$

Secteur: $S = \pi.\ r^2.\ \beta/400$

Segment: $S_{\text{Secteur}} - S_{\text{triangle}}$

croquis - schémas	formules

8-Transformations de coordonnées



$x_B - x_A = D_{AB} .\sin G_{AB}$
$y_B - y_A = D_{AB} .\cos G_{AB}$

$D_{AB} = \sqrt{[(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2]}$

Gisement AB

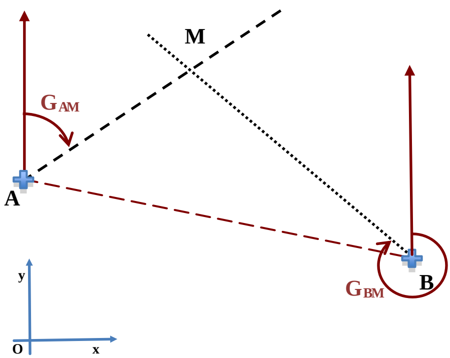
$\tan G' = (x_B - x_A) / (y_B - y_A)$

$\tan G' = |\Delta x| / |\Delta y|$

on obtient G' avec son signe

si $\Delta x \geq 0$ et $\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = G'$
si $\Delta x \geq 0$ et $\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = 200 - G'$
si $\Delta x \leq 0$ et $\Delta y \leq 0 \rightarrow G_{AB} = 200 + G'$
si $\Delta x \leq 0$ et $\Delta y \geq 0 \rightarrow G_{AB} = 400 - G'$

9-Intersection de deux droites



1ère méthode :
G_{AB} et D_{AB} par (x,y)
résolution du triangle AMB
angle A = $G_{AB} - G_{AM}$
angle B = $G_{BM} - G_{BA}$
D_{AM} et D_{BM}

Calcul des (x,y) de M depuis A
Contrôle : (x,y) de M depuis B

2ème méthode : (formule de Delambre)
depuis A

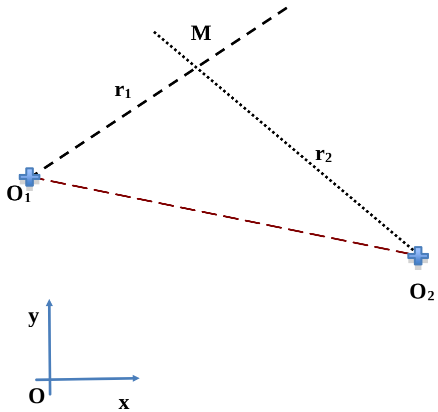
$$y_M - y_A = \frac{(x_A - x_B) - (y_A - y_B) \cdot \tan G_{BM}}{\tan G_{BM} - \tan G_{AM}}$$

$x_M - x_A = (y_M - y_A) \cdot \tan G_{AM}$

Contrôle: idem depuis B

<table>
<tr><th>croquis - schémas</th><th>formules</th></tr>
<tr><td>

10-Intersection de deux cercles



</td><td>

calcul de $G_{O1\text{-}O2}$ et $D_{O1\text{-}O2}$ par (x,y)

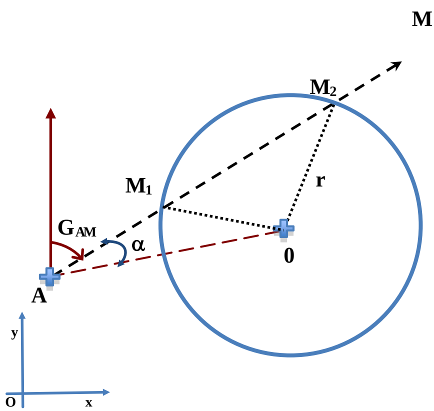
résolution du triangle O_1O_2M

calcul de $G_{O1\text{-}M}$ puis x_M et y_M par rapport à O_1

Contrôle :
calcul de $G_{O2\text{-}M}$
puis calcul de x_M et y_M par rapport à O_2

</td></tr>
<tr><td>

11-Intersection droite - cercle



</td><td>

G_{AO} et D_{AO} par (x,y)

résolution du triangle AOM_1

OM_1 = r = rayon
Calcul angle A, angle M_1, angle O
Distance AM_1

Calcul des (x,y) de M_1 depuis A

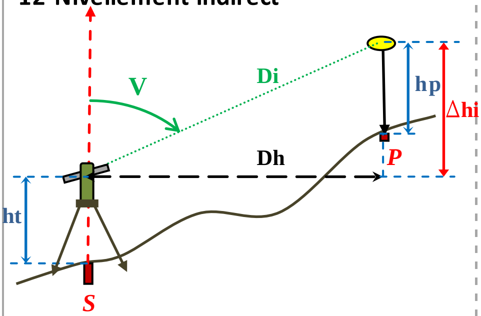
Contrôle :
Calcul des (x,y) de M_1 depuis O

idem pour le triangle **AOM_2**

</td></tr>
</table>

croquis - schémas	formules

12-Nivellement indirect



$Dh = \sqrt{(Di^2 - \Delta hi^2)}$

Dénivelée instrumentale Δhi

$\Delta hi = Di \cdot \cos V$

$\Delta hi = Dh / \tan V$

$Dh = Di \cdot \sin V$

$H_P = H_S + ht + \Delta hi - hp$

13- Corrections des distances

Pour obtenir une distance, il conviendra d'apporter aux mesures de longueurs les corrections suivantes :

1- constante de prisme (donnée constructeur)

2- correction atmosphérique - **ca**- obtenue par lecture sur un abaque (saisie sur le terrain au moment des mesures)

3- correction de pente - **cp**-

Dh= Di.sin V

4- correction de réduction à l'ellipsoïde - **co**-

$$co = -\frac{Dh \cdot h}{R + h}$$

5- correction de représentation plane ou de projection - **cr** ou **cl** –

cette correction varie en fonction de la situation géographique du chantier, elle est obtenue sur « CIRCE ».

Calcul du module : $m = \frac{Dr}{Dh}$

On fixe pour une zone de travail un module **m** tenant compte de la hauteur **moyenne au dessus de l'ellipsoïde** et de la position planimétrique d'un **point central** du canevas pour déterminer les coefficients k0 et k**r**.

Coefficient de réduction à l'ellipsoïde

$$ko_{m/km} = -1000 \times \frac{h_m}{R_m + h_m}$$

Coefficient d'altération linéaire :

kr lu à l'aide du logiciel CIRCE

On déduit un **module m** par lequel sont multipliées toutes les distances "terrain" préalablement réduites à l'horizontale.

$$m_{m/km} = 1 + \frac{k0_m + kr_m}{1000}$$

Distance réduite à la projection

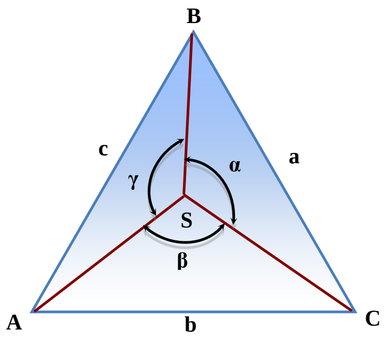
$$Dr_m = Dh_m \cdot m_{m/km}$$

croquis - schémas	formules
14- Correction de niveau apparent Pour des portées supérieures à 300m, il est nécessaire de prendre en compte deux erreurs systématiques : l'erreur due à la sphéricité de la terrestre et l'erreur due à la réfraction atmosphérique. Ces erreurs de sphéricité et de réfraction sont généralement associées en une seule erreur nommée erreur de niveau apparent. **La correction globale est appelée correction de niveau apparent Cna.**	Cette correction est à ajouter à la dénivelée. **On utilise généralement l'expression simplifiée suivante :** $$\mathbf{Cna} = \frac{\mathbf{Dh^2}}{\mathbf{15,2}}$$ *Avec Cna en mètre, et Dh en km*

croquis - schémas	formules

15-Relèvement sur 3 points:

méthode du barycentre



S est inconnu et stationné

A, B et C sont trois points connus

$\alpha + \beta + \gamma = 400$ gon et $A + B + C = 200$ gon

ma = 1 / (cotan A – cotan α)
mb = 1 / (cotan B – cotan β)
mc = 1 / (cotan C – cotan γ)

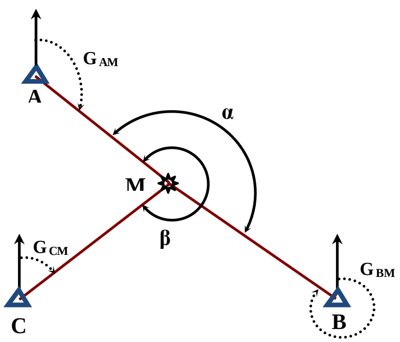
$$x_S = \frac{ma \cdot x_A + mb \cdot x_B + mc \cdot x_C}{ma + mb + mc}$$

$$y_S = \frac{ma \cdot y_A + mb \cdot y_B + mc \cdot y_C}{ma + mb + mc}$$

rappel : cotan A = 1/ tanA

16-Relèvement sur 3 points:

méthode de Delambre



M est inconnu et stationné

A, B et C sont trois points connus

$$\tan G_{AM} = \frac{\left[\left(\frac{x_A - x_B}{\tan\alpha}\right) - \left(\frac{x_A - x_C}{\tan\beta}\right) + (y_B - y_C)\right]}{\left[\left(\frac{y_A - y_B}{\tan\alpha}\right) - \left(\frac{y_A - y_C}{\tan\beta}\right) - (x_B - x_C)\right]}$$

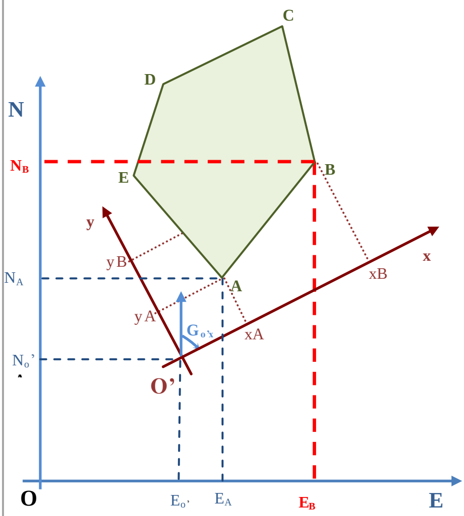
$G_{BM} = G_{AM} + \alpha$

$$y_M = y_A + \frac{[(x_A - x_B) - (y_A - y_B).\tan G_{BM}]}{(\tan G_{BM} - \tan G_{AM})}$$

$$x_M = x_A + (y_M - y_A).\tan G_{AM}$$

croquis - schémas	formules

17- Changement de base *:*
passer d'un système particulier (ou système local) à un système général



Avec sur le schéma :

EON = système général
xO'y = système local

x_A et y_A = coordonnées dans le système local
E_A et N_A = coordonnées dans le système général
G_{AB} = gisement dans le système général
g_{ab} = gisement dans le système local

Eléments connus :

- Les coordonnées x et y des points A et B sont connues dans le *système local*
- Les coordonnées E et N des points o' et A sont connues dans le **système général.**

- Le gisement de l'axe O'x connu dans le **système général :** $G_{O'x} = G_{AB} - g_{AB} + 100$

Eléments cherchés :

$E_B = E_A + \Delta_x \,.\, \sin G_{o'x} - \Delta_y \,.\, \cos G_{o'x}$

$E_B = E_A + \Delta_x \,.\, \cos G_{o'x} + \Delta_y \cdot \sin G_{o'x}$

Soit pour un cas général

$E_n = E_{(n-1)} + \Delta_x \,.\, \sin G_{o'x} - \Delta_y \,.\, \cos G_{o'x}$

$N_n = N_{(n-1)} + \Delta_x \,.\, \cos G_{o'x} + \Delta_y \,.\, \sin G_{o'x}$

avec $\Delta_x = x_n - x_{(n-1)}$ et $\Delta_y = y_n - y_{(n-1)}$

- Le gisement de l'axe O'y connu dans le **système général :** $G_{O'y} = G_{AB} - g_{AB}$

$E_n = E_{(n-1)} + \Delta_x \,.\, \cos G_{o'y} + \Delta_y \,.\, \sin G_{o'y}$

$N_n = N_{(n-1)} + \Delta_y \,.\, \cos G_{o'y} - \Delta_x \,.\, \sin G_{o'y}$

Ce formulaire a été élaboré par les professeurs permanents de la commission de sujet du bac pro TGT. Il peut être utilisé dans le cadre de la formation. Il est mis à disposition des concepteurs de sujet qui l'utiliseront comme ressource.

Pour toute remarque ou suggestion,
contact :formulairebacprotopo@gmail.com