Comment évaluer la qualité d'un résultat ?

En sciences expérimentales, il n'existe pas de mesures parfaites. Celles-ci ne peuvent être qu'entachées d'erreurs plus ou moins importantes selon le protocole choisi, la qualité des instruments de mesure (verrerie, appareil de mesures) ou le rôle de l'opérateur (gestes techniques).
Évaluer l'incertitude sur une mesure est un domaine complexe qui fait l'objet d'une branche complète : la métrologie. L'incertitude associée à un résultat de mesure permet de fournir une indication quantitative sur la qualité de ce résultat.

Plan

1. Quelques définitions …..

Mesurage

Ensemble d'opérations ayant pour but de déterminer une valeur d'une grandeur.

Mesure

Résultat du mesurage. La mesure d'une grandeur peut être :
directe: comme une simple pesée.
Indirecte : détermination d'une concentration à partir d'une courbe de dosage, mesure d'une tension à partir de la formule U = R.I (R et I sont mesurés)

Mesurande

Grandeur particulière soumise à mesurage.
Quand on mesure la valeur de la résistance R d'un dipôle passif linéaire, le mesurande est la résistance R de ce dipôle et le mesurage est effectué, par exemple, avec un ohmmètre.

La ***valeur vraie*** du mesurande est la valeur que l'on obtiendrait si le mesurage était parfait. Un mesurage n'étant jamais parfait, cette valeur est toujours inconnue.

Fidélité

Étroitesse de l'accord entre des résultats indépendants. La fidélité est en général exprimée numériquement sous forme d'écart-type, de variance ou de coefficient de variation.

Répétabilité

Fidélité sous des conditions de répétabilité. Conditions où les résultats de mesures indépendantes sont obtenus par la même méthode, par le même opérateur utilisant le même équipement et pendant un court intervalle de temps (par exemple TP), à la différence de la reproductibilité où, au moins, un des paramètres change.

Justesse (et non plus précision)

Étroitesse de l’accord entre la valeur <u>MOYENNE</u> obtenue à partir d’une large série de résultats de mesures et une valeur de référence acceptée : La valeur vraie.

Exactitude de mesure

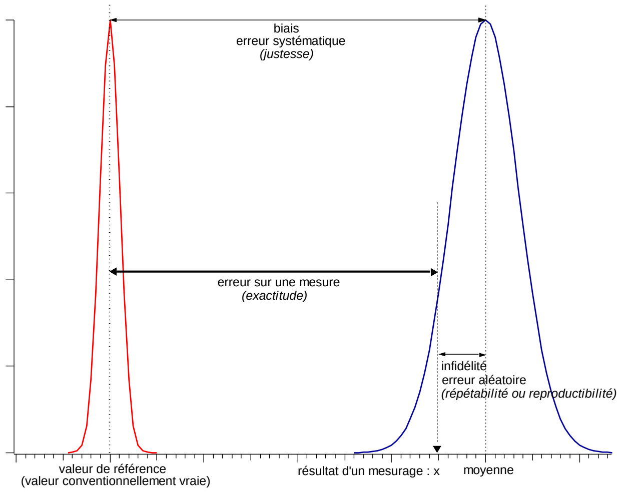
Étroitesse de l’accord entre <u>UNE</u> valeur mesurée et une valeur vraie du mesurande. **Il est important de ne pas confondre les concepts d’exactitude et de justesse.**

Erreur de mesure :. L’erreur de mesure est la différence entre la valeur mesurée d'une grandeur m et une valeur de référence (valeur vraie). C’est la somme de *l’erreur systématique* (erreur de justesse) et de l’*erreur aléatoire* (défaut de fidélité).

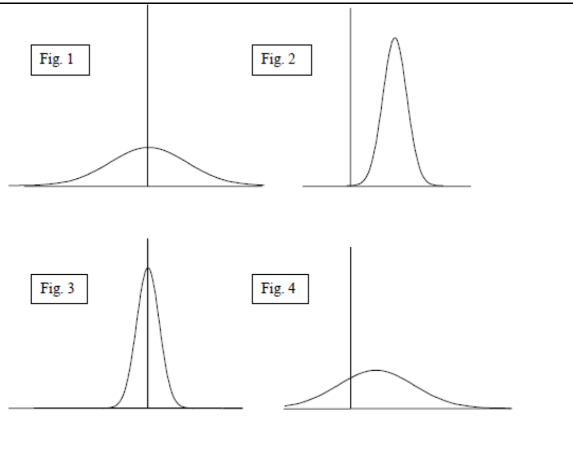
Lors de mesures répétées nous obtenons généralement une dispersion des résultats ; si les erreurs de mesure sont *aléatoires* un traitement statistique permet de connaître la valeur la plus probable de la grandeur mesurée et de fixer les limites de l'incertitude.

L'erreur systématique se superpose aux *erreurs aléatoires*. Elle est provoquée par un mauvais réglage ou un mauvais étalonnage. Elle devient importante dans le cas ou les instruments sont mal utilisés. La ***justesse*** d’un instrument de mesure est son aptitude à donner des indications exemptes *d’erreur systématique*.

Si la valeur de référence est la valeur vraie du mesurande, l’erreur est inconnue.



<u>Au final, on peut donc avoir pour une série de mesures :</u>

une mesure non fidèle mais juste : fig 1 Les erreurs systématiques sont réduites mais les erreurs aléatoires sont importantes. ou une mesure fidèle et fausse : fig 2 Les erreurs systématiques sont importantes mais les erreurs aléatoires sont faibles. ou une mesure fidèle mais juste : fig 3 Les erreurs systématiques et aléatoires sont faibles ou une mesure non fidèle et fausse :fig 4 Les erreurs systématiques et aléatoires sont importantes	 **Différents types de répartition des résultats de mesure :**

Incertitude de mesure.

L’incertitude tient compte de toutes les erreurs non maîtrisées. L’incertitude est associée au résultat d’un mesurage, elle caractérise la dispersion des valeurs qui pourraient raisonnablement être attribuées au mesurande. ***Il ne faut pas confondre incertitude et erreur. L’incertitude traduit le DOUTE sur la valeur attribuée au mesurande.***

2 . Comment réaliser la meilleure mesure ?

Le scientifique suit 3 étapes :

1) **chercher les sources d'incertitude à considérer**
2) **en déduire le protocole expérimental définitif**
3) **Evaluer l'incertitude du résultat de sa mesure**

Les 2 premières étapes sont primordiales ! Le physicien (ou le chimiste) effectue la mesure en observant ce qu'il fait. Il en déduit les sources d'incertitude à prendre en compte. Celles-ci influencent le protocole expérimental et permettent de le corriger. Le scientifique peut donc maintenant réfléchir à son protocole expérimental définitif. Une fois ce protocole exécuté, vient le calcul mathématique de l'incertitude.

Deux méthodes d'évaluation des incertitudes sont possibles :
-Lorsque les incertitudes sont évaluées par des méthodes statistiques, l'évaluation est dite ***de type A***.
-Quand la détermination statistique n'est pas possible, on dit que ***l'évaluation est de type B***.
On peut aussi utiliser un mixte des deux méthodes A et B pour évaluer l'incertitude des résultats d'une expérience.

3 L'évaluation de l'incertitude de type A :

3.1 Conditions d'utilisation

Cette méthode est bien adaptée aux séries de mesures de différents groupes de TP. Elle est applicable dans certaines conditions :

- les causes qui influent sur la valeur d'une mesure doivent être nombreuses et d'importance comparables (c'est le cas de la majorité des TP de physique et chimie).
-les mesures doivent être indépendantes les unes des autres.

Par exemple : La masse et la le poids d'un objet sont des grandeurs indépendantes. Leur mesure fait appel à des instruments de mesure différents, une balance et un dynamomètre ou un capteur de force par exemple. Les mesures de ces 2 grandeurs sont donc indépendantes. Mais si la balance est pilotée par un ordinateur et que la mesure du poids se fait avec un capteur piloté par le même ordinateur et le même logiciel, alors les mesures de la masse et de la longueur sont corrélées. Elles sont dans cet exemple probablement faiblement corrélées. Dans la plupart des TP, les mesures sont indépendantes

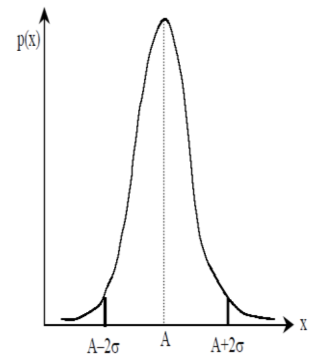
Si ces deux conditions sont vérifiées, alors, on peut considérer que la distribution des mesures obéit à la célèbre courbe de Gauss (en cloche).

Cette méthode d'évaluation de l'incertitude a été développée de façon très détaillée dans un le document du cndp : *La pluridisciplinarité dans les enseignements scientifiques - Tome 2 : La place de l'expérience auteur : R Moreau* . Ce document est associé à un fichier Excel « Incertitudes de mesure »qui permet de vérifier si une série de mesures peut être considérée comme Gaussienne. Vous pourrez trouver dans ce document les justifications détaillées des critères utilisés dans ce document pour évaluer l'incertitude d'une série de mesures.

Il faut aussi noter que les statistiques sont au programme de mathématiques de 1S .Ce programme aborde l'écart type, la variance, la courbe de Gauss (loi binomiale) et l'intervalle ou niveau de confiance

.

3 .2 Principe de cette méthode :



On suppose que la série de mesures suit une loi gaussienne.
La mesure â d'une grandeur a de valeur exacte A comporte généralement une erreur E= â − A, que celle-ci soit due aux appareils, au manipulateur ou à la méthode employée ; cela se traduit par une incertitude "multifactorielle" Δa sur les mesures individuelles obtenue en classe et conduit à l'écriture a = â ∓ Δa.
Sachant que l'intervalle [â − Δa, â + Δa] doit avoir une probabilité P de contenir A. Cette probabilité est en général de 95 %, et pour simplifier l'étude statistique en lycée, on peut poser Δa = 2xσ , σ représente l'écart type.
Remarque : dans tout le document l'écart type sera noté σ et représente σ_{n-1}

L'erreur E est inévitable ; sa valeur absolue est, en général, nettement inférieure à Δa, puisque l'inégalité | E | > Δa n'est réalisée que dans 5 % des cas seulement. Le plus important, dans la distribution de Gauss, qui est celle de la répartition de la majorité des erreurs aléatoires, c'est qu'elle est décroissante de part et d'autre de sa valeur moyenne X (inconnue) qui en l'absence d'erreur systématique, est censée représentée la valeur vraie cherchée. Autrement dit, les petites erreurs sont plus probables (et plus donc plus fréquentes) que les grandes. C'est cette notion qui est à la base de la méthode d'évaluation des incertitudes

On démontre que si une variable aléatoire (mesure) x suit une loi de Gauss d'espérance mathématique (ou moyenne calculée à partir d'un grand nombre d'échantillons) X et d'écart-type σ, la moyenne m de n mesures indépendantes de x suit aussi une loi de Gauss de même espérance mathématique X et d'écart-type réduit :

$$\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

3.3 Ecart à la normalité et valeurs aberrantes

Si certaines mesures s'écartent sensiblement des autres valeurs, on peut alors se demander si ces valeurs ne doivent pas être écartées afin de conserver une population de mesures de type Gaussienne.
L'hypothèse de non normalité Gaussienne peut être rejetée pour plusieurs raisons :
1) parce que la population mère n'est pas normale (ou gaussienne)
2) parce que l'échantillon contient des valeurs aberrantes.

- On a déjà vu que la série de mesures sera une population de type Gaussienne si les mesures sont indépendantes et si les causes qui influent sur la valeur d'une mesure sont nombreuses et d'importance comparables.

- Le test de l'écart à la moyenne fournit un critère quantitatif pour éliminer les valeurs aberrantes . On écarte toutes les valeurs qui ont une valeur (v_{max}x $\bar{\sigma}$) supérieur à la moyenne.
v_{max} dépend du nombre de mesures n. Pour n= 9 (un groupe de TP) v_{max} = 2, 2 . On peut aussi écarter une valeur par une analyse qualitative.

3.4 Utilisation de cette méthode statistique en classe.

On peut utiliser cette méthode d'évaluation de l'incertitude pour présenter le résultat final d'un TP. On mutualise alors les différents résultats des groupes.
Le résultat des différentes mesures du TP est alors exprimé sous la forme X = $\bar{X} \mp 2\,\bar{\sigma}$

Avec $\bar{\sigma} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ce résultat peut être accompagné d'une véritable réflexion de l'élève sur les sources d'incertitude. Le tableau suivant a été distribué pendant un TP de dosage spectrophotométrique en 1S, les élèves doivent réaliser une dissolution, des dilutions, tracer une courbe d'étalonnage.

Tableau récapitulatif des principales sources d'incertitude

<table>
<tr><td>Ce qu'on réalise</td><td>Sources d'incertitudes dues au matériel</td><td>Sources d'incertitudes dues au manipulateur</td><td>Comment on minimise

les incertitudes?</td></tr>
<tr><td>Préparation de la solution mère S_o</td><td>Balance au cg

Fiole jaugée de 1000 mL à +/- 0,04 mL</td><td>Il transvase le solide : possibilité de perte de matière

sur la balance même si on ne le voit pas.

Il règle le niveau du liquide au trait de jauge</td><td>On pèse une masse très supérieure à 1 cg

Techniques performantes : rinçages, agitation, place des yeux, utilisation de la pipette simple</td></tr>
<tr><td>Préparation des solutions diluées</td><td>Pipette jaugée
<table><tr><td>Capacité nominale / mL</td><td colspan="2">Tolérance</td></tr><tr><td></td><td>Classe A mL</td><td>Classe B mL</td></tr><tr><td>1</td><td>±0,008</td><td>±0,015</td></tr><tr><td>2</td><td>±0,01</td><td>±0,02</td></tr><tr><td>5</td><td>±0,015</td><td>±0,03</td></tr><tr><td>10</td><td>±0,02</td><td>±0,04</td></tr><tr><td>20</td><td>±0,03</td><td>±0,06</td></tr></table>
Fiole jaugée 50ml +/- 0,06 mL</td><td>Il règle le niveau du liquide au trait de jauge</td><td>Techniques performantes : rinçages, agitation, place des yeux, utilisation de la pipette simple</td></tr>
<tr><td>Mesure de l'absorbance</td><td>Colorimètre à 0,001 unité d'absorbance</td><td>Il règle le zéro et il mesure l'absorbance de solutions : qualité des cuves</td><td>On choisit la longueur d'onde pour avoir le maximum d'absorbance</td></tr>
<tr><td>On réalise manuellement la courbe d'étalonnage</td><td>Graduation du papier millimétré au mm</td><td>Il place les points

Il trace la droite moyenne

Il dose par étalonnage : il note la mesure d'absorbance et en déduit la concentration inconnue</td><td>Choix des échelles : grandeurs sur le papier très supérieures à 1 mm, échelles simples

Utilisation d'un crayon très fin</td></tr>
</table>

Cette méthode statistique peut être réinvestie pendant une séance d'évaluation. L'élève fait une mesure d'une grandeur X en effectuant une ou deux mesures individuelles et se demande si la valeur moyenne qu'il trouve , $\bar{X}$, diffère significativement de la valeur vraie. On peut alors lui demander un peu plus qu'un écart relatif ….et de réinvestir ses connaissances sur l'incertitude d'une mesure
.

Si la valeur de l'écart type réduit $\bar{\sigma}$ est déjà connue, on peut appliquer la règle des "rejets à 2-sigma". Si dans le calcul d'une moyenne, une valeur s'écarte de la moyenne de plus de 2 fois la valeur de $\bar{\sigma}$, cette valeur est douteuse et doit être rejetée. Il faut alors recommencer d'autres mesures. L'élève doit alors s'interroger sur la qualité de sa mesure, les sources d'incertitudes ….

On n'est pas exactement en situation de répétabilité ou reproductibilité car les mesures qui ont permis la mesure de n'ont pas été faites par le même opérateur et dans un laps de temps court. Cela nécessite numéroter les instruments et de conserver les mesures des TP des différentes années pour le calcul de l'écart type réduit.

4 L’évaluation de l’incertitude de type B .

Cette méthode s’applique quand il est impossible (cas d’une mesure unique) , voire difficile de faire un méthode statistique type A. L’opérateur doit répertorier les sources d’erreurs et évaluer les incertitudes types. Il doit tenir compte de la relation qui permet de mesurer la grandeur.

exemple: mesure d’une concentration à l’aide d’une relation équivalente ou mesure d’une vitesse à partir des mesures d’une longueur et d’un temps.

L’évaluation de l’incertitude se fait en deux temps :

- Calcul des incertitudes-type dues à chaque source d’incertitude

-Calcul de l’incertitude élargie.

L'évaluation d’une incertitude de type B nécessite la connaissance des « incertitudes types « et le plus souvent la loi qui permet de déterminer la grandeur recherchée. Si cette loi est une somme ou une soustraction ; l’étude peut être simple mais si celle -ci est un quotient ou un produit alors cette méthode peut demander une bonne connaissance du cours de mathématiques portant sur les dérivées… On peut aussi donner la formule de calcul aux élèves .

4.1 Liste des principales incertitudes types **u**

Pour chaque source d’incertitude, le scientifique calcule ce qu’on appelle « l’**incertitude-type** » **u**: elle possède la même unité que la grandeur à mesurer.

Les incertitudes-types sont des intermédiaires de calcul qui n’ont pas directement de sens. On doit par la suite les « composer » pour en déduire « **incertitude élargie** ».

Voici une liste non exhaustive des principales incertitudes type **u** de nos TP.

- *classe et tolérance d’un instrument de mesure*

Si vous disposez de la notice d’un instrument de mesure, ou d’informations le concernant, vous connaissez la classe de l’instrument et sa tolérance *t* (notée ± *t*).

Exemple : tolérance d’une burette graduée de classe A, de 25 *mL* : ± 0,030 *mL*.

L’incertitude-type u (X) sur la mesurande X due à un instrument de mesure de classe connue et de tolérance $\mp t$ est égale à par :

$$\boxed{u(X) = \frac{t}{\sqrt{3}}}$$

Cette expression provient des mathématiques statistiques.

- *défauts de fidélité d’un instrument de mesure*

Ils sont à prendre en compte si vous ne disposez pas de sa classe, donc de sa tolérance, et si cet instrument est très **sensible**, ou vétuste car alors il est peu **fidèle**.

Il faut alors réaliser une étude statistique de l’incertitude de cet appareil en respectant les conditions de répétéabilité et évaluer l’incertitude avec une méthode de type A

- *Estimation de l’incertitude-type liée à la résolution de l'instrument:*

C’est l’incertitude-type due à la lecture de l’affichage. Si vous connaissez la classe de l’instrument, elle n’est pas à prendre en compte. La détermination de cette composante de l’incertitude-type ne nécessite pas d’effectuer plusieurs mesures.

Soit *dx* la variation du mesurande X qui correspond à la variation d’une unité du dernier chiffre affiché (donc par exemple 0,1 *mg* pour une balance à 0,1 *mg* près, une graduation pour un réglet).

La norme donne alors pour l'incertitude-type u(X) sur le mesurande X due à la lecture de l'affichage

$$\boxed{u\,(X) = \frac{dx}{\sqrt{12}}}$$

Cette expression provient des mathématiques statistiques.

Estimation de l'incertitude-type liée à l'étalonnage de l'instrument

L'instrument de mesure a été étalonné avec des étalons, de valeurs $x_{\text{étalon}}$. Ces valeurs sont mesurées et donc connues avec une certaine incertitude, plus faible que celle souhaitée pour le mesurande X.

Soit $x_{\text{étalon}}$ le résultat de la mesure de l'étalon le plus proche de x. Soit $u(x_{\text{étalon}})$ l'incertitude-type sur $x_{\text{étalon}}$. Alors l'incertitude-type u E (x) sur le mesurande X, due à l'étalonnage de l'instrument de mesure est tout simplement égale à l'incertitude-type sur $x_{\text{étalon}}$.

4..2 Calcul de l'incertitude type composée

* l'incertitude type composée :

C'est l'incertitude-type d'un mesurage lorsque le résultat y est obtenu à partir des valeurs x_n d'autres grandeurs indépendantes : $y = f(x_1,x_2,\ldots,xn)$.

Par exemple : $I = I_1 + I_2$ ou $g = \frac{P}{m}$

En mathématiques statistiques, si les mesures sont indépendantes, ce sont les variances qui s'ajoutent. Ici, ce sont donc les incertitudes-type au carré qui s'ajoutent. Mais dans la plupart des TP en physique ou chimie, la mesure est indirecte et on doit alors tenir comte de la relation entre la valeur recherchée et les grandeurs mesurées. Il faut alors appliquer une autre formule qui nécessite une bonne maitrise de la dérivée partielle. Pour estimer l'incertitude-type *u(y)* sur *y*, il faut « composer » les incertitudes-type *u (x* i *)*. Pour cela, on applique le théorème de propagation des incertitudes-types :

$$u^2(y) = \sum_{i=1}^{n}\left[\frac{\partial f}{\partial x_i}\right]^2 u^2(x_i)$$

Exemples :

Si $I = I_1 + I_2$, On a alors $u^2(I) = u(I_1)^2 + u(I_2)^2$

Si $g = \frac{P}{m}$ on a alors $u^2(g) = \frac{u^2(P)}{m^2} + g^2 \times \frac{u^2(m)}{m^2}$ On peut aussi retrouver cette relation à partir des dérivées logarithmiques. On obtient la même relation sous une autre forme $\frac{u^2(g)}{g^2} = \frac{u^2(P)}{P^2} + \frac{u^2(m)}{m^2}$ si on élève au carré les incertitudes relatives .

4.3 Incertitude type élargie

C'est l'incertitude du scientifique et on l'appelle aussi « incertitude » tout court!

La norme introduit les notions de **niveau de confiance** et d'**intervalle de confiance** en utilisant un facteur multiplicatif, ou **facteur d'élargissement** comme suit :

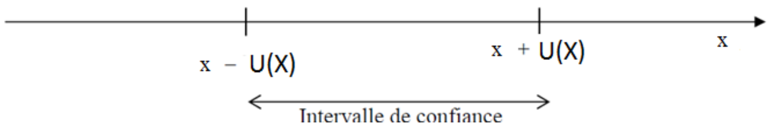
$U\,(X) = K\,u(x)$

u (X) incertitude-type composée sur X

U (X) incertitude élargie (ou incertitude sur X)

K facteur d'élargissement , pour les TP on prendra $k = 2$

Ceci veut dire que, si x est le résultat de la mesure, alors la **valeur vraie**, a 95 % de chances de se trouver dans l'**intervalle de confiance**.



4 .4 Utilisation de cette méthode en classe

Le début de la séance commence par deux questions pour réviser la notion de poids :

- 1 kg de plume est-il plus léger qu'un kg de plomb ?
- En l'absence des frottements de l'atmosphère, une plume et un marteau lâchés simultanément d'une même hauteur toucheront-ils le sol au même moment ?

La vérification des réponses s'est faite à l'aide de l'article suivant sur l'actualité scientifique :

http://www.cnes.fr/web/CNES-fr/5705-le-principe-dequivalence-sous-lil-de-microscope.php

- La deuxième partie de la séance a permis la mesure de l'intensité de pesanteur g avec une seule mesure à l'aide d'un objet, d'un dynamomètre :
  La consigne donnée à l'élève est de proposer un protocole pour mesurer l'intensité de pesanteur à l'aide d'un dynamomètre. L'élève peut prendre un objet personnel et il a le choix entre différents dynamomètres de précisions différentes. Après la réalisation de la mesure, il doit compéter le tableau suivant pour réfléchir aux incertitudes.

- Ensuite on calcule avec l'élève l'incertitude sur la mesure de g. L'élève doit ensuite noté son résultat sous le forme d'un encadrement . la formule de calcul d'incertitude est fournie à l'élève.

- On discute en classe sur la cohérence du résultat. En cas d'incohérence l'élève peut corriger son protocole et refaire la mesure .

Ce qu'on réalise	incertitudes dues au matériel	incertitudes dues au manipulateur	Comment on minimise les incertitudes?
on mesure la valeur du poids	Dynamomètres : Graduation 0,5N ou 0,1N….	Lecture de la position du repère Réglage du zéro	On utilise une masse qui permet une variation importante du dynamomètre . On place son œil bien en face du repère pour faire le zéro et la mesure
on mesure de la masse utilisée	Précision de la masse Balance : à 0,01g près	Vérification de la tare	Penser à la tare On pèse une masse très supérieure à 1 cg

- La mesure de g est indirecte , son calcul nécessite une bonne maitrise de la dérivée :

$$u^2(g) = \frac{u^2(P)}{m^2} + g^2 \text{ x } \frac{u^2(m)}{m^2}$$

$u^2(P)$ représente l'incertitude type sur la mesure de P , $u^2(m)$ représente l'incertitude type sur la mesure de m

- Pour simplifier le calcul de l'intensité de pesanteur on néglige l'incertitude de la mesure de m par rapport à la mesure de P. Il suffit de constater que l'incertitude relative $\frac{\Delta(P)}{P}$ est dix fois plus forte que l'incertitude relative $\frac{\Delta(m)}{m}$.
  Voici la formule proposée à l'élève de seconde. U (g) représente l'incertitude élargie sur la mesure de g

Calcul de l'incertitude élargie : $\frac{\Delta(g)}{g}$=2x $\frac{\Delta(P)}{P}$ avec $\Delta(P)=\frac{graduation}{\sqrt{12}}$

5 Ecriture des résultats ; chiffres significatifs

L'écriture du résultat du mesurage M doit intégrer l'incertitude-type u ou l'écart type réduit $\bar{\sigma}$, la moyenne m , et doit s'écrire avec les unités appropriées :

M = m $\mp$ U unité
Ou M = m $\mp 2\,\bar{\sigma}$ unité

La **précisio**n sur le résultat du mesurage sera caractérisée par $\frac{U}{m}$ ou $\frac{\overline{2\sigma}}{m}$ Cette précision est souvent exprimée en %. Plus le résultat est petit, plus le mesurage est précis.

Pour l'incertitude, obtenir une précision plus petite que 10% correspond à des conditions de mesure très contraignantes et coûteuses. Dans la très grande majorité des cas, il faut donc limiter le plus souvent le nombre de chiffres significatifs de l'incertitude à un seul chiffre significatif.

Exemple *On mesure r= 100,251389 Ω avec une incertitude U= 0,812349 Ω.*
On écrit alors le résultat sous la forme R = (100,3 ∓ 0,8) Ω.

7. Extrait d'un sujet 0 du baccalauréat 2013 sur l'utilisation de l'incertitude.

- Dans le sujet proposé, on demande à l'élève de vérifier à l'aide d'un titrage une concentration attendue $c_A = (2{,}22 \pm 0{,}05) \times 10^{-2}$ mol.L^{-1} .

- L'élève doit calculer une concentration à l'aide d'une relation d'équivalence. (Question 4.1).

- Ensuite il doit évaluer l'incertitude de la mesure. (Question 4.2.1 et 4.2.2).

L'énoncé indique les incertitudes sur la concentration de la solution titrante C_B notée $\Delta(C_B)$, le volume prélevé V_A notée $\Delta(V_A)$, le volume équivalent notée $\Delta(V_E)$

Pour simplifier le calcul de l'incertitude sur la mesure de C_A, l'élève doit montrer que les incertitudes sur la concentration C_B, et le volume V_A sont négligeables devant l'incertitude sur le volume équivalent V_E. Pour cela il compare les incertitudes relatives.

Puis il note le résultat de son calcul et l'évaluation de l'incertitude sous la forme d'un encadrement

$$c_{Aexp} = (1{,}5 \pm 0{,}05) \times 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

- Enfin il doit vérifier si la cohérence de son résultat pour valider sa mesure en comparant l'encadrement de la concentration expérimentale et l'encadrement de la concentration attendue. Si les encadrements ne se superposent pas, il doit conclure que les valeurs ne sont pas cohérentes. (Question 4 .2.3)

-Dans la dernière question il doit indiquer la raison(s) qui pourrai(en)t expliquer un écart éventuel entre l'encadrement attendu et l'encadrement expérimental ? (Question 4.2.4)

4.	**Extrait de la correction d'un sujet 0 sur la précision d'un titrage**			
4.1.	À l'équivalence, les réactifs ont été introduits dans les proportions stoechiométriques et sont entièrement consommés. $n_{i\ acide\ lactique} = n_{soude\ ajouté}$ $c_{Aexp} \times V_A = c_B \times V_E$ $c_{Aexp} = \frac{c_B \times V_E}{V_A} = \frac{3{,}00 \times 10^{-2} \times 10{,}1}{20} = 0{,}0152$ mol.L^{-1}	0,50	Dosage par titrage direct, équivalence dans un titrage	*Pratiquer une démarche expérimentale pour déterminer la concentration d'une espèce chimique par titrage dans le domaine du contrôle de la qualité.*
4.2.1	$\frac{\Delta V_A}{V_A} = \frac{0{,}05}{20{,}0} = 0{,}0025 = 0{,}25\ \%$ $\frac{\Delta c_B}{c_B} = \frac{0{,}01}{3{,}00} = 0{,}0033 = 0{,}33\ \%$ $\frac{\Delta V_E}{V_E} = \frac{0{,}3}{10{,}1} = 0{,}03 = 3\ \%$ $\frac{\Delta V_E}{V_E} > 10 \times \frac{\Delta V_A}{V_A}$ et $\frac{\Delta V_E}{V_E} > 9 \times \frac{\Delta c'_B}{c'_B}$ Donc les incertitudes relatives sur V_A et c_B sont négligeables devant celle sur V_E.	0,50 0,25	Incertitudes et notions associées.	Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude d'une mesure obtenue lors de la réalisation d'un protocole dans lequel interviennent plusieurs sources d'erreurs.
4.2.2	$\frac{\Delta c_{A\,exp}}{c_{A\,exp}} = \frac{\Delta V_E}{V_E}$ d'où $\Delta c_{A\,exp} = \frac{\Delta c_{A\,exp}}{c_{A\,exp}} \times c_{A\,exp} = \frac{\Delta V_E}{V_E} \times c_{A\,exp} = \frac{0{,}3}{10{,}1} \times 1{,}5 \times 10^{-2} = 5 \times 10^{-4}$ mol.L^{-1} Les incertitudes relatives sur V_A et c_B ayant été négligées, on retient $\Delta c_{A\,exp} = 5 \times 10^{-4}$ mol.L^{-1}. $c_{A\,exp} = (1{,}5 \pm 0{,}05) \times 10^{-2}$ mol.L^{-1} <u>Il faut noter que le sujet ne tient pas compte de l'incertitude type élargie, cela double l'incertitude. Cependant la conclusion de la question 4.2.3 n'est pas modifiée.</u>	0,5	Incertitudes et notions associées. Expression et acceptabilité du résultat	Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude d'une mesure obtenue lors de la réalisation d'un protocole dans lequel interviennent plusieurs sources d'erreurs. Maîtriser l'usage des chiffres significatifs et l'écriture scientifique.
4.2.3	$c_A = (2{,}22 \pm 0{,}05) \times 10^{-2}$ mol.L^{-1} $c_{Aexp} = (1{,}5 \pm 0{,}05) \times 10^{-2}$ mol.L^{-1} L'encadrement de la concentration expérimentale et l'encadrement de la concentration attendue ne se superposent pas donc les valeurs ne sont pas cohérentes.	0,25	Expression et acceptabilité du résultat	Commenter le résultat d'une opération de mesure en le comparant à une valeur de référence
4.2.4	L'élève n'a pas déterminé correctement le volume équivalent (erreur de lecture, erreur dans la préparation de la burette, erreur de repérage de la teinte sensible de l'indicateur coloré).L'élève n'a pas prélevé correctement le volume de la solution d'acide lactique à titrer.La concentration de la solution titrante n'est pas celle indiquée. La concentration attendue de l'acide lactique est erronée.	0,5	Incertitudes et notions associées. Expression et acceptabilité du résultat	Identifier les différentes sources d'erreur (de limites à la précision) lors d'une mesure : variabilités du phénomène et de l'acte de mesure (facteurs liés à l'opérateur, aux instruments,…).

8 . Compétences du B.O sur « Mesures et incertitudes »

Compétence	
Erreurs et notions associées	
Identifier les différentes sources d'erreur (de limite à la précision) lors d'une mesure : variabilités du phénomène et de l'acte de mesure (facteurs liés à l'opérateur, aux instruments, etc.).	
Incertitudes et notions associées	
Évaluer et comparer les incertitudes associées à chaque source d'erreur.	
Évaluer l'incertitude de répétabilité à l'aide d'une formule d'évaluation fournie.	
Évaluer l'incertitude d'une mesure unique obtenue à l'aide d'un instrument de mesure.	
Évaluer, à l'aide d'une formule fournie, l'incertitude d'une mesure obtenue lors de la réalisation d'un protocole dans lequel interviennent plusieurs sources d'erreurs.	
Expression et acceptabilité du résultat	
Maîtriser l'usage des chiffres significatifs et l'écriture scientifique. Associer l'incertitude à cette écriture.	
Exprimer le résultat d'une opération de mesure par une valeur issue éventuellement d'une moyenne et une incertitude de mesure associée à un niveau de confiance.	
Évaluer la précision relative.	
Déterminer les mesures à conserver en fonction d'un critère donné.	
Commenter le résultat d'une opération de mesure en le comparant à une valeur de référence.	
Faire des propositions pour améliorer la démarche.	

9. Documents

Quelques documents sur le traitement des mesures

- **Nombres, mesures et incertitudes en sciences physiques et chimiques.**
  Groupe des Sciences physiques et chimiques de l 'IGEN

- **Mesures, erreurs et incertitudes en physique-chimie**
  René Moreau, Inspecteur général de l'éducation nationale