

Problème ouvert permettant de consolider les fonctions polynômes du second degré

Le cadre d'utilisation de cette activité n'est pas figé. Le professeur pourra l'adapter à ses objectifs.

Nature de la ressource :

- Pistes de réflexion
 Activité testée et analysée

Contexte : Problème ouvert de consolidation des fonctions polynômes du second degré, posé au cours de la séquence « Du premier au second degré »

Objectif : Pour deux Grandes Surfaces appartenant à une même enseigne : établir la plus performante en comparant leurs bénéfices maximums respectifs ainsi que le nombre de « caddy moyen » nécessaire pour les atteindre.

Informations pédagogiques

Niveau (classe) : Première Bac Pro Commerce
Effectif et organisation de la classe : 30 – Réflexion individuelle puis travail en binômes
Supports à prévoir (matériel, vidéo, logiciels, ...) Logiciel Géogebra – Tableur

Référence au programme

Domaine : Maths
Module : Du premier au second degré
Capacités : Utiliser les TIC pour compléter un tableau de valeurs, représenter graphiquement, estimer le maximum ou le minimum d'une fonction polynôme du second degré et conjecturer son sens de variation sur un intervalle.
Connaissances : Expression algébrique, nature et allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ (a réel non nul, b et c réels) en fonction du signe de a

Pré requis et/ou ce qui a été fait avant

- Expression algébrique, nature et allure de la courbe représentative de la fonction $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$ (a réel non nul, b et c réels) en fonction du signe de a
- Position et valeur de l'extremum dans le cadre de problèmes d'optimisation
- Construction et exploitation du tableau de variation pour prouver sa réponse

Compétences prépondérantes

:	Attendus possibles :	Moment dans la séance :
S'approprier	<ul style="list-style-type: none"> Extraire et noter les informations relatives au bénéfice de chaque magasin Identifier la nature de chacune de ces informations Identifier l'élément de comparaison Reformuler la question 	Réflexion individuelle
Analyser raisonner	<ul style="list-style-type: none"> Proposer une hypothèse Identifier l'expression algébrique correspondant à l'allure de la représentation graphique Identifier les étapes principales du travail : déterminer le bénéfice maximum-nombre de « caddy moyen » pour le deuxième magasin puis comparer Proposer une démarche de résolution pour comparer les deux bénéfices-nombre de « caddy moyen » : Construction et exploitation du tableau de variation de la fonction f - exploitation de la représentation graphique précise de la fonction f - exploitation du graphique de l'entreprise pour une réponse approximative - construction et exploitation d'un tableur - calcul de la position de l'extremum et de sa valeur 	Réflexion individuelle Travail de recherche par binômes et mises en commun
Communiquer	<ul style="list-style-type: none"> Décrire sa pensée à l'oral et/ou à l'écrit Rédiger son hypothèse, Rédiger la réponse à la question en argumentant Présenter ses calculs, ses résultats, le tableur, le graphique en précisant les unités, la nature du contenu Échanger dans le groupe S'exprimer devant la classe 	Lors des phases de recherche, de mises en commun et de restitution écrite

Déroulement de la séance (Organisation des phases de travail et rythme)

Étapes	Description des étapes	Durée indicative
Présentation et description de la séance	– Le professeur précise les modalités de travail, les productions individuelles attendues et distribue le document.	3
Phase de recherche	– Lecture et appropriation du texte – Point de vocabulaire si nécessaire – Réflexion individuelle avec trace écrite – Reformulation de la question chacun avec ses propres mots –Le professeur se déplace dans la classe et vérifie la bonne compréhension de la situation par les reformulations orales ou écrites. – Par binômes, réfléchir « à comment faire » : proposition de démarches de résolution partielles (amorces) ou abouties. Le professeur définit les rôles dans chaque binôme. Par	7

Problème ouvert permettant de consolider les fonctions
polynômes du second degré

*exemple : Un élève rapporteur et un gardien du temps.
Il se déplace dans la classe pour recenser les différentes
pistes de recherche, pour accompagner cette recherche
en donnant des coups de pouce lorsque la réflexion est
bloquée.*

25

- Dans chaque groupe :
Choisir et réaliser une méthode de résolution.
Rédiger un compte rendu individuel
Répondre à l'écrit à la problématique
*Le professeur évalue le niveau de maîtrise des
compétences prépondérantes décrites
précédemment*

10

Mises en commun

- Première : S'assurer de la bonne compréhension de la situation par tous les élèves
- Deuxième : Restitution de quelques propositions à l'oral
Arrêter, avec les élèves, trois démarches permettant d'apporter une réponse précise à la question -
Chaque élève choisit la méthode qui lui convient, la rédige à sa manière puis l'exécute.

Synthèse, vécu de la classe

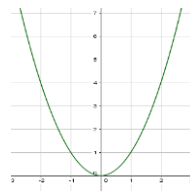
Synthèse construite avec les élèves : Comment identifier précisément la position et la valeur de l'extremum d'une fonction polynôme du second degré

5

Les coups de pouce possibles à apporter en cas de blocage

Les coups de pouce sont donnés oralement, ou sur un court document écrit, par le professeur lors de son passage dans chaque groupe de travail et uniquement si la réflexion dans le groupe est bloquée.

1. L'allure de la courbe représentative de la fonction de référence, carrée, est donnée ci-contre :



2. Déterminer l'expression algébrique adaptée à la fonction recherchée, en utilisant le fichier « Bénéfice_deuxième_grande_surface.ggb »
3. Sur Geogebra, pour tracer la représentation graphique d'une fonction sur un intervalle donné, par exemple $h(x) = 4x^3 + 5x - 2$ pour $x \in [5; 180]$:

Saisie :	Fonction[4x^3+5x-2,5,180]
----------	---------------------------

Problème ouvert permettant de consolider les fonctions
polynômes du second degré

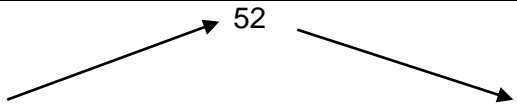
4. Quel est le bénéfice réalisé par la deuxième grande surface pour 160 « caddy moyen » ? Pour 240 caddy moyen ?

5. Vous disposez ci-dessous d'extraits d'un tableau relatif à la fonction f :

A	B	C	D	E	F	AC	AD	AE	AF	AG	AH	AI	AJ	OI	OJ	OK	OL	OM	ON	OO
x	0	1	2	3	4	27	28	29	30	31	32	33	34	397	398	399	400	401	402	403
f(x)	-4800	-4628,4	-4457,6	-4287,6	-4118,4	47,6	-297,6	-148,4	0	147,6	294,4	440,4	585,6	440,4	294,4	147,6	0	-148,4	-297,6	-447,6

6. Exemple du tableau de variation d'une fonction g quelconque :

x	100	240	800
g(x)		52	



Indications :

- Ici « 52 » est le maximum de la fonction g .
- Il est atteint lorsque $x = 240$

7. L'expression algébrique d'une fonction polynôme du second degré est :

$$f(x) = ax^2 + bx + c \quad \text{où } a, b \text{ et } c \text{ sont des nombres réels et } a \neq 0$$

8. Le maximum ou le minimum d'une fonction polynôme du second degré est atteint lorsque $x_0 = \frac{-b}{2a}$

9. La valeur de ce maximum ou minimum est $f(x_0)$

Prolongements éventuels

Le professeur peut, dans la suite de la séquence, envisager un travail :

- Spécifique avec les élèves qui ne maîtriseraient pas les notions essentielles concernant les fonctions polynômes du second degré : expression algébrique – nature et allure de la représentation graphique en fonction du signe de a
- D'introduction à la résolution d'une équation du second degré à une inconnue

Bilan au regard de l'activité testée (Points forts, points de vigilance, ...)

- Points forts :
- Le contexte en lien avec le champ professionnel des élèves et l'objectif de comparer deux magasins donne du sens à la notion visée.
 - L'organisation de la séance permet un cadre de travail sécurisé où chacun peut s'exprimer, être pris en compte, chercher, expérimenter, revenir sur ses premières idées ou résultats, prendre des initiatives etc. Les élèves collaborent, s'écoutent, prennent du recul en considérant les résultats de leurs camarades puis ceux d'ensemble.
 - Les points de synthèse élaborés avec les élèves conserve la trace de cette

*Problème ouvert permettant de consolider les fonctions
polynômes du second degré*

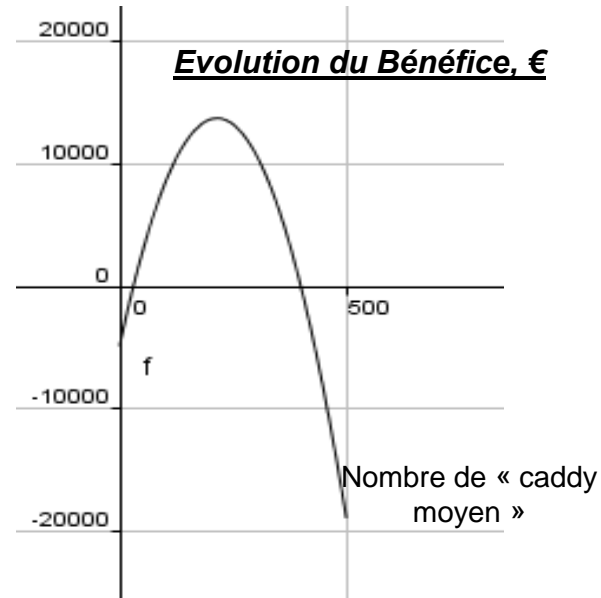
recherche active vécue ensemble.

Points
d'amélioration
:

- Une activité rapide de fin de séance aurait permis d'identifier les points de fragilité persistants
- Pour s'assurer de l'orientation de la réflexion vers l'étude de fonction, il est nécessaire de préciser que l'ensemble des résultats doivent être précis et que le graphique initial n'est pas à l'échelle. Dans cette séance, un élève a utilisé une échelle approximative à partir du graphique du texte initial, son résultat légèrement supérieur à celui exact lui a néanmoins permis de répondre mais sans travailler la notion ciblée.

Deux grandes surfaces d'une même enseigne sont mises financièrement en concurrence par leur direction générale : la plus performante sera celle dont le bénéfice maximum réalisé sera le plus élevé pour un nombre de « caddy moyen » le plus petit.

- La première grande surface atteint le bénéfice maximum de 13 750 € pour 200 « caddy moyen ».
- La deuxième grande surface propose son résultat sous la forme du graphique ci-contre.



Indications :

- La valeur en euros, du « caddy moyen » par client est la même dans les deux grandes surfaces. Le « caddy moyen » est la dépense moyenne d'un client qui passe à la caisse
- Les deux magasins sont de taille et d'implantation identiques. Ils peuvent accueillir chacun jusqu'à 500 clients par jour.
- Parmi les propositions suivantes se trouve l'expression algébrique qui représente, pour $x \in [0;500]$, l'évolution du bénéfice de la deuxième grande surface en fonction du nombre de « caddy moyen ». L'identifier.

$f(x) = -0,8x + 172$

$f(x) = -0,4x^2 + 172x - 4800$

$f(x) = 0,4x^2 + 172x - 4800$

Question : Quelle grande surface est la plus performante ?

- Reformuler la question avec vos propres mots,
- Rédiger votre hypothèse puis proposer une méthode de résolution en précisant les outils nécessaires



Appeler le professeur pour présenter votre démarche

- Réaliser votre démarche et répondre à la question en argumentant