Calcul numérique [1]

Liaison COLLÈGE - CAP

24 juin 2009

[1] J.T. Tchangaï

Table des matières

Chapitre 1

Opérations sur les nombres décimaux

1.1 Addition et soustraction

1.1.1 Méthode

Addition

$$\begin{array}{cccccccc} & 5 & 6 & 5 & 2,&3 & 4 & 5 \\ + & 0 & 0 & 4 & 5,&0 & 5 & 0 \\ \hline & 5 & 6 & 9 & 7,&3 & 9 & 5 \end{array}$$

5 698,395 est la somme des termes 5652,345 et 45,05

Soustraction

$$\begin{array}{cccccccccccc} - & 4 & 5 & 8 & 9 & 2,&5 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 1 & 2 & 7,&5 & 8 & 5 & 4 & 7 & 1 \\ \hline & 4 & 5 & 7 & 6 & 4,&9 & 1 & 4 & 5 & 2 & 9 \end{array}$$

45 764,91 452 est la différence des termes 45 892,5 et 127,585 471

1.1.2 Règles générales

√ *Bien placer les unités sous les unités, les virgules sous les virgules, ...*

√ *Ne pas oublier les retenues.*

√ *Rajouter des 0 avant le premier chiffres ou après les derniers chiffres si nécessaire.*

1.1.3 Propriétés importantes

√ *Pour additionner, l'orde des termes n'a pas d'importance : 54,6 + 9,87 = 9,87 + 54,6*

√ *Mais l'ordre des termes d'une différence est très important : 54,6 - 9,87 ≠ 9,87 - 54,6*

1.1.4 Exercices

1. Effectuer les opérations suivantes sans calculatrice

$$\begin{array}{ccccccccccc} + & & & & 2 & 3 & 6,&0 & 0 & 2 & 5 \\ & 1 & 1 & 2 & 0 & 1 & 4,&2 & 1 & & \\ \hline & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots,&\dots & \dots & \dots & \dots \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccc} - & 2 & 3 & 6,&0 & 2 & 5 \\ & & 2 & 5,&0 & 1 & \\ \hline & \dots & \dots & \dots,&\dots & \dots & \dots \end{array}$$

2. Poser convenablement puis effectuer les opérations suivantes sans calculatrice.

a) - 909,7 + 97,27 ; 720,26 - 457,37

b) - 58,45 - 23,15 ; 385 - 98,13

1.2 Multiplication

1.2.1 Exemple

$$\begin{array}{rcccccccl}
 & & & 5 & 4 & , & 6 & \longleftarrow & \text{1 décimale après la virgule} \\
\times & & & 9 & , & 8 & 7 & \longleftarrow & \text{2 décimales après la virgule} \\
\hline
 & & 3 & 8 & 2 & & 2 & \longleftarrow & 546 \times 7 \\
 & 4 & 3 & 6 & 8 & & 0 & \longleftarrow & 546 \times 80 \\
4 & 9 & 1 & 4 & 0 & & 0 & \longleftarrow & 546 \times 900 \\
\hline
5 & 3 & 8 & , & 9 & 0 & 2 & \longleftarrow & \text{Le résultat comporte : } 1 + 2 = 3 \text{ décimales après la virgule}
\end{array}$$

538,902 est le produit des facteurs 54,6 et 9,87

Remarque : Pour multiplier, l'ordre des facteurs n'a pas d'importance : $54,6 \times 9,87 = 9,87 \times 54,6$

1.2.2 Exercices

1. Effectuer les opérations suivantes sans calculatrice

$$\begin{array}{r}
2\ 3\ 6{,}0\ 0\ 2\ 5 \\
\times\quad 1\ 1\ 2\ 0\ 1\ 4{,}2\ 1 \\
\hline
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\hline
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}
\qquad\qquad
\begin{array}{r}
4\ 5\ 3{,}0\ 1\ 2\ 5 \\
\times\quad 1\ 0\ 0\ 1\ 2\ 0\ 5{,}1\ 1\ 1 \\
\hline
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\ldots\ldots\ldots\ldots \\
\hline
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots
\end{array}$$

2. Poser convenablement puis effectuer les opérations suivantes sans calculatrice.

   a) - $1,44 \times 25$; $3,1416 \times 12,1$

   b) - $3,14159 \times 5$;

1.3 Calcul mental

1.3.1 Règles pratiques « à connaître par coeur »

▷ *Pour multiplier un nombre par **10 ; 100 ; 1000 ;** ..., on déplace la virgule de ce nombre de **1 ; 2 ; 3 ;** ...rang vers la droite en ajoutant des zéros si nécessaire.*

▷ *Pour multiplier un nombre par **0,1 ; 0,01 ; 0,001 ;** ..., on déplace la virgule de ce nombre de **1 ; 2 ; 3 ;** ...rang vers la gauche en ajoutant des zéros si nécessaire.*

▷ *Multiplier un nombre par **0,1 ; 0,01 ; 0,001 ;** ..., revient donc à le diviser par **10 ; 100 ; 1000** ; ....*

1.3.2 Exercices d'applications

Donner le résultat des opérations suivantes de tête(calculatrice interdite)

$9,8 \times 100 = \ldots$; $100 \times 45,798 = \ldots$; $100 \times 5,55 = \ldots$

$56,452 \times 1000 = \ldots$; $100 \times 6,2 = \ldots$; $100 \times 0,01 = \ldots$

$212,2 \times 1000 = \ldots$; $100 \times 4,4 = \ldots$; $75 \times 0,001 = \ldots$

$45,75 \times 1000 = \ldots$; $1000 \times 127,112 = \ldots$; $1000 \times 0,001 = \ldots$

$42,005 \times 100 = \ldots$; $0,1276 \times 10 = \ldots$; $45,1 \times 0,01 = \ldots$

$465 \times 0,01 = \ldots$; $1000 \times 7,114 = \ldots$; $21,4 \times 0,001 = \ldots$

Chapitre 2

Division des nombres entiers

2.1 Division euclidienne

Dans la division euclidienne, on s'arrête au quotient entier.

Exemple : On veut découper dans un tasseau de 149 cm 7 morceaux identiques de même longueur

On cherche donc le nombre entier qui, multiplier par 7, se rapproche le plus possible de 149 sans le dépasser.

Pour cela, on effectue la division euclidienne de 149 par 7

Ordre de grandeur	Division	Réponse
$140 \div 7 = 20$	$\begin{array}{ccc\|c} 1 & 4 & 9 & 7 \\ \cline{4-4} & 0 & 9 & \cdots\ \cdots \\ & & 2 & \end{array}$	Chaque morceau devra mesurer... cm et il en restera un bout de ... cm

$$149 = (7 \times 21) + 2 \text{ avec } 2 < 7$$

Vocabulaire

$$\begin{array}{l|l} \text{Dividende} & \text{Diviseur} \\ \cline{2-2} & \textit{Quotient} \\ & \\ \textit{Reste} & \end{array}$$

$$\begin{cases} \textit{dividende} = (\textit{diviseur} \times \textit{quotient}) + \textit{reste} \\ \textit{reste} < \textit{diviseur} \end{cases}$$

Exercice

1. On doit transporter 126 bouteilles à raison de 8 bouteilles par voyage. Combien de voyages doit-on faire ? *Rédiger correctement votre réponse.*

2. Compléter le tableau suivant

Dividende	Diviseur	Quotient euclidien	Reste	Égalité
549	8	68	5	$549 = (8 \times 68) + 5$
425	12	...	...	...
1315	15	...	...	...
...	16	18	2	...
1134	...	27	0	...
429	...	53	5	...
21	36	...	...	...

2.2 Critères de divisibilité

Exemple : Effectuer la division ci-dessous

$$\begin{array}{l|l} 147 & 7 \\ \cline{2-2} & \dots \\ & \\ \dots & \end{array} \qquad\qquad \left\{\begin{array}{lcl} 147 & = & (7\times\dots) \quad +\dots \\ reste & = & \dots \end{array}\right.$$

Le reste de la division de 147 par 7 est 0 : On dit que 147 est divisible par 7.

Règles :
Un nombre est divisible par :

$\surd$ 2 si son chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ou 8.

$\surd$ 5 si son chiffre des unités est 0 ou 5.

$\surd$ 10 si son chiffre des unités est 0.

$\surd$ 3 si la somme des chiffres est dans la table de multiplication de 3.

$\surd$ 9 si la somme des chiffres est dans la table de multiplication de 9.

Exercices :

a) - Parmi les nombres suivants : 510 ; 34 515 ; 313 ; 375 ; 1 ; quels sont les multiples de 2 ? 3 ? 5 ? 10 ? (*Ne pas poser d'opérations*)

b) - Remplacer les points par des chiffres afin que les nombres soient divisibles par 9

123 . . . ; 786 . . . ; 6 . . . 795

c) - Par quels chiffres faut-il remplacer les points pour que le nombre 4 . . . 59 . . . soit divisible par 5 et 9 ? *Donner toutes les possibilités (il y en a 3).*

2.3 Division de deux entiers

On continue la division après la virgule

Le quotient est un nombre entier

$$\begin{array}{r|l} 4\,2\,0 & 7 \\ \cline{2-2} -\ 4\,2 & 6\,0 \\ \hline 0\,0 & \\ -\ 0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Le reste est nul : $420 \div 7 = 60$

Le quotient est décimal non entier

$$\begin{array}{r|l} 2\,5\,1 & 2\,5 \\ \cline{2-2} -\ 2\,5 & 1\,0{,}0\,4 \\ \hline 0\,1 & \\ -\ 0 & \\ \hline 1\,0 & \\ -\ 0 & \\ \hline 1\,0\,0 & \\ -\ 1\,0\,0 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Le reste est nul : $251 \div 25 = 10{,}04$

Le quotient est un nombre non décimal

$$\begin{array}{r|l} 3\,1 & 1\,1 \\ \cline{2-2} -\ 2\,2 & 2{,}8\,1\,8 \\ \hline 9\,0 & \\ -\ 8\,8 & \\ \hline 2\,0 & \\ -\ 1\,1 & \\ \hline 9\,0 & \\ -\ 8\,8 & \\ \hline 2 & \end{array}$$

Le reste de la division n'est jamais nul et on ne peut donner une écriture décimale du quotient de 31 par 11 ; $31 \div 11 \approx 2,818$

2.4 Division d'un nombre décimal par un nombre entier

Cette division s'effectue de la même en yenant compte de la virgule du dividende. *<u>Exercices</u> :*

a) - Poser les divisions et calculer le quotient (*la division « tombe juste »)* :
$696 \div 8$; $561 \div 12$; $73 \div 80$

$616,5 \div 9$; $151,2 \div 28$; $1209, \div 15$

b) - Poser et effectuer, en les poursuivant jusqu'au 2^{e} chiffre après la virgule, les divisions de : 29 par 9 ; 69,2 par 14

c) - Donner l'arrondi et la troncature à l'unité de tous les quotients de la question b) -.

d) - Donner l'approximation entière par excès et par défaut des quotients de la question b) -.

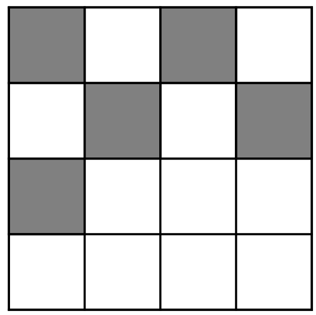
Chapitre 3

Écriture fractionnaire d'un nombre

3.1 Fraction d'un nombre

3.1.1 <u>Activité</u>

La figure ci-contre est composée de carreaux.



1. Donner le nombre total de petits carreaux de la figure.
2. Quel est le nombre de petits carreaux gris sombres ? Déterminer la fraction de la figure qu'ils représentent.
3. Quel est le nombre de petits carreaux blancs ? Déterminer la fraction de la figure qu'ils représentent.
4. Additionner les deux fractions. Que remarque-t-on ?

3.1.2 <u>*À* retenir</u>

1) - Fractions - Écriture décimale d'un nombre

Dans une fraction,

- ▷ le nombre au dessous du trait (le dénominateur) indique en combien de parties on divise une quantité.
- ▷ le nombre au dessus du trait (le numérateur) indique combien on prend de ces parties.

$$\frac{5}{16}$$

numérateur

▷ est une fraction.

dénominateur

- ▷ On obtient l'écriture décimale d'une fraction en divisant le numérateur par le dénominateur.

$$\frac{5}{8} \quad = \quad 0,625$$

0,625 est l'écriture décimale de la fraction $\frac{5}{8}$

2) - Fractions décimales

Un nombre décimal peut s'exprimer sous la forme d'une fraction ayant pour dénominateur *10 ; 100 ; 1 000 ; …*. La fraction ainsi obtenue est une fraction décimale.

<u>*Exemple*</u> : 2,574 $= \frac{2574}{1000}$

3.1.3 <u>Exercices</u> :

1. Lisa gagne 1650 euros par mois. Elle consacre $\dfrac{1}{3}$ de ce salaire aux loisirs ; elle rembourse des crédits divers qui correspondent à $\dfrac{1}{2}$ de ce salaire.
   a) Combien lui reste-il pour vivre (loyer ; menage et nouriture) ?

   b) Pensez-vous que Lisa gère bien ses revenus ? Justifier la réponse.
2. Les dépenses en énergies éléléctriques d'un particulier se présentent de la façon suivantes : $\dfrac{2}{3}$ pour le chauffage ; $\dfrac{1}{5}$ pour les appareils électro-ménagers ; $\dfrac{1}{10}$ dans des pertes dues aux lumières et appareils restés allumés par oublis.

   Ce particulier reçoit son relevé de compteur bimensuel ;

   – dans la colonne CONSOMMATION kWh on lit : 1 316

   – dans la colonne PRIX UNITAIRE en Euros on lit : 0,0787

   a) Calculer le prix à payer pour ce relevé.
   b) Calculer la somme correspondante à chacune des fractions décrites ci-dessus.

   Donner les résultats au centime près.
3. Écriture décimale d'une fraction - Forme fractionnaire d'un nombre

   a) Écrire $\dfrac{3}{4}$ sous forme décimale : ....

   b) Écrire - 1,5 sous forme fractionnaire : ....

   c) Exprimer sous forme décimale :

   1 - la moitié des deux tiers de 15 ....

   2 - les trois quarts des cinq huitièmes de 6,4 ....

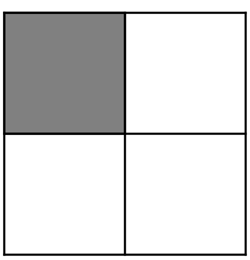
   3 - un septième du cinquième de 4 900 ....

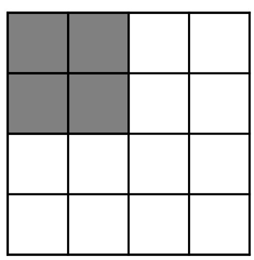
   4 - le tiers des trois quarts de 60..

3.2 Opérations sur les fractions

3.2.1 Simplification d'une fraction

Si on peut diviser le numérateur et le dénominateur par le *même* nombre, alors on peut simplifier la fraction.





On constate que la surface grise représentée dans les deux carrés a la même aire.

C'est-à-dire : $\dfrac{4}{16} = \dfrac{4 \times 1}{4 \times 4} = \dfrac{1}{4}$

Exemple : Simplifier les fractions suivantes

$\frac{24}{64} =$ .... ; $\frac{33}{105} =$ .... ; $\frac{1024}{24} =$ .... ; $\frac{225}{3375} =$ ....

3.2.2 Multiplication

1. Pour multiplier un nombre par une fraction, il suffit de multiplier ce nombre par le numérateur puis diviser le résultat par le dénominateur.

2. Pour multiplier une fraction par une fraction, il suffit de multiplier les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.

3. *Exercices* :

   a. - Prendre $\frac{3}{4}$ de 380 : ....

   b. - Calculer :

   $54 \times \frac{5}{9} =$ .... ; $4,9 \times \frac{100}{7} =$ .... ; $51 \times \frac{7}{100} =$ .... ; $\frac{56}{8} \times 9 =$ ....

3.2.3 Calcul des durées

a - Pour exprimer une durée dans le système décimal en prenant l'heure pour unité, on doit diviser le nombre de minutes par 60 ; c'est donc une fraction de dénominateur 60.

b - Inversement, pour passer du système décimal (l'heure étant l'unité) au système sexagésimal (heure, minutes, secondes...), il suffit de multiplier la partie décimale par 60 pour obtenir le nombre de minutes.

Exemple :
1 heure = 60 minutes = 3 600 secondes ; 1 minute = 60 secondes

c - *Exercices*

1. Quelle fraction d'heure représente :
   – 20 min ? ....

   – 30 min ? ....

   – 45 min ? ....

2. Convertir en heure décimale
   5 h 25 min = ... ; 0 h 55 min = ... ; 2 h 25 min = ... ; 4 h 15 min = ...

d - Convertir en heures et minutes
5,25 h = ... ; 0,55 h = ... ; 2,45 h = ... ; 4,12 h = ... ; 2,01 h = ...

Chapitre 4

Repérage

4.1 Règles de calculs

1. Priorités des opérations :

   - La multiplication (la division) est prioritaire par rapport à l'addition (soustraction) ;
   - Les parenthèses sont prioritaires par rapport à la multiplication (division) ;
   - On commence toujours les calculs par les parenthèses les plus intérieures ;
   - Entre un nombre et une parenthèse on peut omettre le signe $(\times)$;
   - La multiplication est distibutive par rapport à l'addition (soustraction) ;
   - Un *facteur* est un élément d'un *produit* ;
   - un *terme* est un élément de la *somme*.

2. Opérartions

   1) - Règles de signes

      $(-) \times (+)$ donne $(-)$
      $(-) \times (-)$ donne $(+)$
      $(+) \times (+)$ donne $(+)$

   2) - Suppression de parenthèses
      $-(+)$ donne $-$
      $-(-)$ donne $+$
      $+(-)$ donne $-$
      $(-)$ donne $-$
      $(+)$ donne $+$

3. Exercices : Dans les exercices qui suivent le détail des opérations est exigé.

   1. *Suites d'opérations* : Calculer

      A = 7 - 2 - 3 = ... ; B = 24 + 6 - 8 + 9 = ... ; C = 18,2 - 6,4 + 9,3 = ... ;

      $D = 3 \times 6 + 9 \times 5 - 8 =$ ..... ; $E = 5,8 - \dfrac{42}{6} =$ ..... ; $F = \dfrac{56}{10-3} + 12,9 + 0,1 \times 25 =$ ..... ;

   2. *Opérations avec parenthèses* : Calculer
      A = 7- (5 + 1) + 4 = .. ; $B = 2 \times (3+4) - 3 \times (5-2) =$ .. ; $C = 7 + 3 \times (5-1) + 8 \times (2+4) =$ .. ;

      $D = 3 + 4(5-3) \times 2 =$ .... ; $E = 3 + 4 \div (10 - 3 \times 2) =$ .... ; $F = 37 - (3 \times (5+2) - 4) =$ .... ;

4.2 Repérage sur une droite

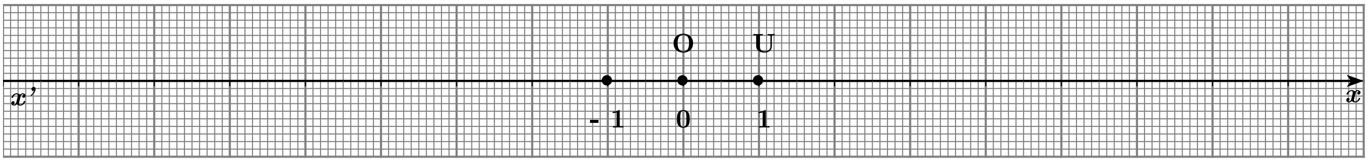
4.2.1 *Exemple :*

Le service météo, sur une certaine période de l'année, a annoncé les températrures enregistrées à 7 heures du matin dans quelques villes françaises

Quimper	Strasbourg	Paris	Amiens	Nantes	Bordeaux	Clermont-Ferrand	Lyon	Marseille	Toulouse
5°C	- 4°C	- 2°C	- 7°C	- 1°C	7°C	- 2°C	0°C	8°C	6,5°C

1. Quelle est la ville où la température est la plus basse? ....
2. Quelle est la ville où la température est la plusélevée? ....
3. Placer sur la droite graduée ci-dessous les points correspondant aux températures des dix villes citées.

Prendre les initiales des villes comme nom (T pour Toulouse, ...) et la valeur de la température comme nombre apelé « abscisse »sur la graduation.

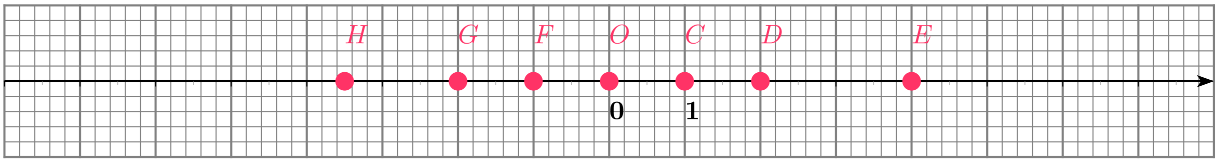


4.2.2 *L'axe des abscisse*

- L'axe (xx') est appelé l'axe des abscisses.
- L'origine de cet axe est le point O d'abscisse 0 et on note $x_O = 0$.
- L'unité de la graduation est $OU = 1$.
- Chaque point est repéré sur la droite graduée par un nombre décimal, positif ou négatif, appelé « abscisse »du point.
- l'abscisse du point T est $x_T = 6,5$, celle du point A est $x_A = -7$

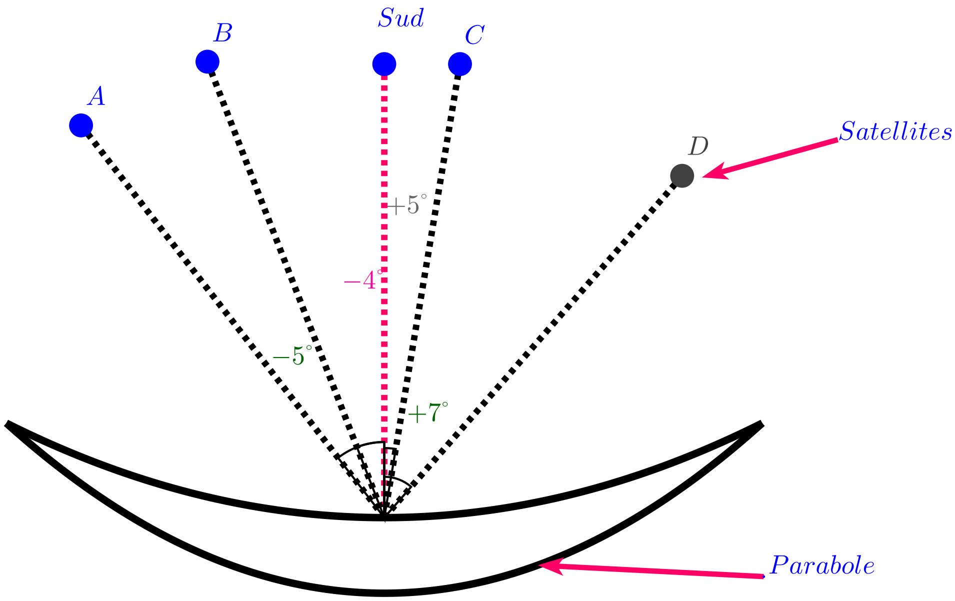
4.2.3 *Exercice*

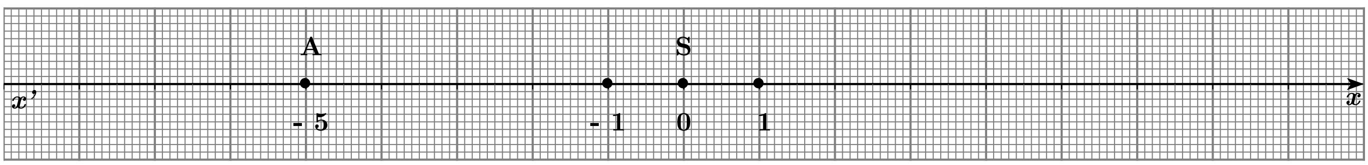
I - 1 - Placer les graduations sur cette droite.



2 - Écrire l'abscisse de chaque point :
$H(\ldots\ldots)$; $G(\ldots\ldots)$; $F(\ldots\ldots)$; $O(\ldots\ldots)$; $C(\ldots\ldots)$; $D(\ldots\ldots)$; et $E(\ldots\ldots)$;

II - Les satellites qui émettent les programmes de télévision sont immobiles par rapport à nous et se situent de part et d'autre d'une direction de référence : le sud.
Le schéma indique comment orienter la parabole en fonction du satellite que l'on veut recevoir.
Pour représenter cette situation, on utilise une droite graduée ou axe des abscisse) sur laquelle $1cm$ représente un degré d'angle. *S représente le sud.*
<u>*Exemple*</u> : Le satellite A est (-5°) : l'abscisse du point $A(-5)$.





1 - Placer les satellites B ; C ; D sur cette droite graduée ci-dessus.

2 - Donner les abscisses des points B ; C et D
B(. . . . .) ; C(. . . . .) ; D(. . . . .).

3 - Résoudre les exercices 1 ; 2 et 6 page 14 du manuel scolaire de mathématiques.

4.3 Repérage dans le plan

4.3.1 Définitions

– Deux axes perpendiculaires définissent un repère orthogonal.

– Ces deux axes se coupent en un point appelé origine du repère. Il se note souvent O.

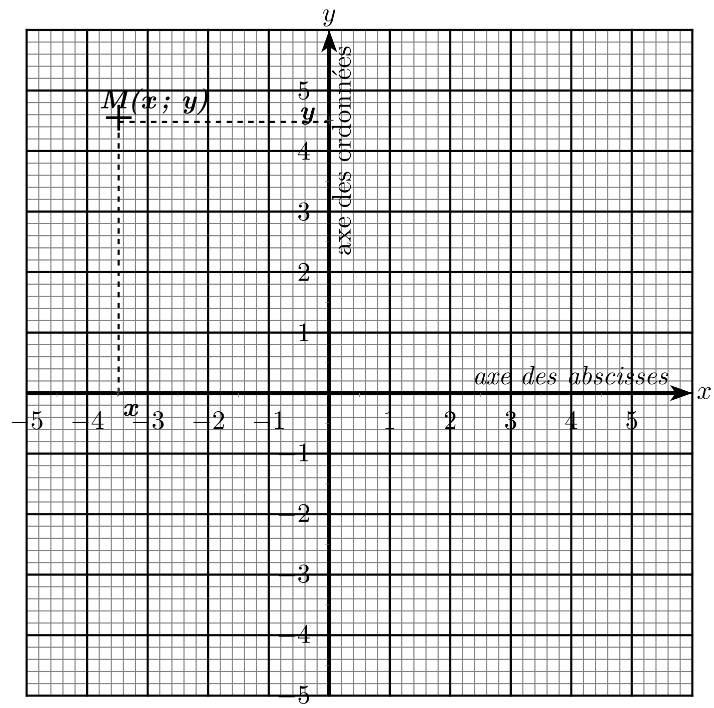
– L'axe (Ox) est l'axe des abscisses.

– L'axe (Oy) est l'axe des ordonnées.

– Lorsque le repère orthogonal possède la même unité de longueur sur les deux axes, on dit que c'est repère *orthonormal*

– Dans un plan, un point M est repéré par son abscisse x et son ordonnée y et on écrit $M(x;y)$.

– L'abscisse et l'ordonnée du point M constituent ses *coordonnées* du point. *(x ; y)* sont les coordonnées du point M.



Remarque très importante : *On écrit et on lit toujours l'abscisse x en premier.*

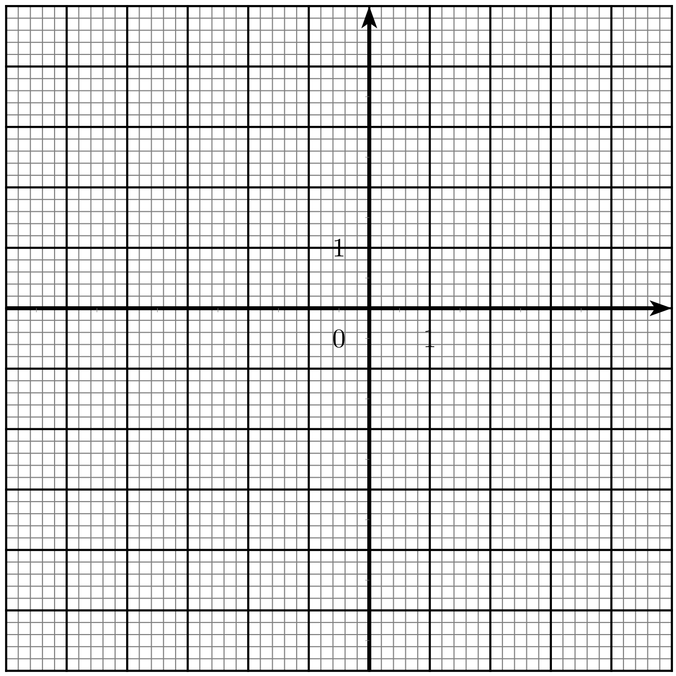
Exemple : Placer les points suivants dans le repère ci-dessus :

$A(-2;1)$, $B(2,5;3)$, $C(4;-3)$, $D(-3,5;-3)$

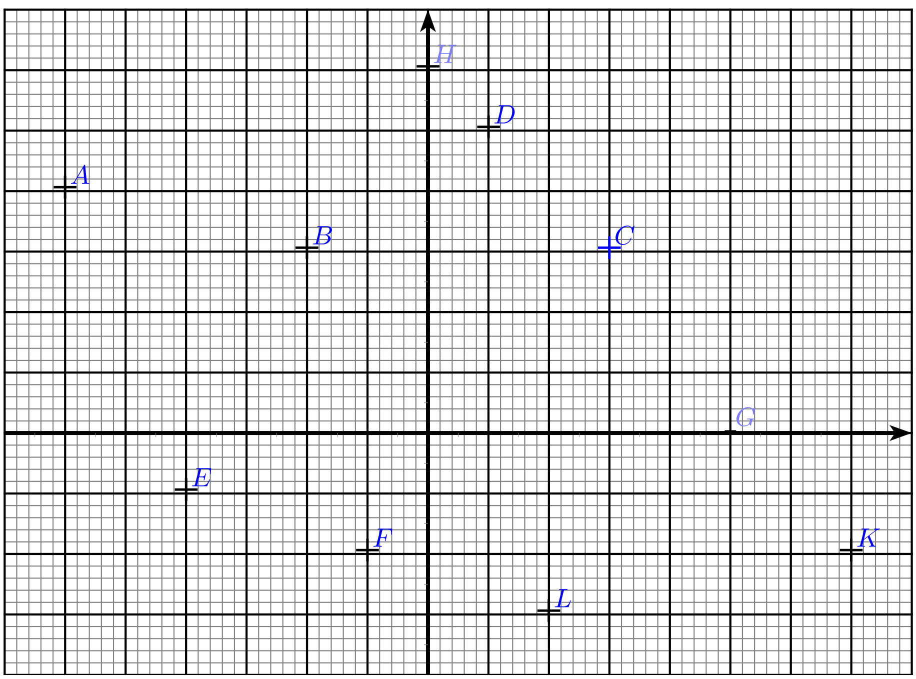
4.3.2 Exercices

1. Ouvrir le manuel de mathématiques et résoudre les exercices suivants : 3 ; 4 et 5 page 14 ; 8 et 9 et 10 page 15
2. Repérage dans le plan

   a) - Placer les points A, B, C, D, E, F, G, H, K, L dont les coordonnées sont :
   $A(-1;1)$; $B(1;-1)$; $C(3;3)$; $D(2;4)$; $E(-2;-3)$;
   $F(3;1)$; $G(-3;4)$; $H(2;-2)$; $K(-6;2)$; $L(-5;-2)$.



   b) - Donner les coordonnées des points A, B, C, D, E, F, G, H, K, L



3. Exercices 11 et 12 page 16 du livre

Chapitre 5

Calculs de proportionnalité

5.1 Tableau de proportionnalité

5.1.1 Activité

Les proportions d'une recette de cuisine sont consignées dans le tableau ci-dessous.

Tableau n˚1

Nombre de kg de sucre : (S)	1,0	3,0	5,0	8,0	10
Nombre de kg de farine : F	4	12	20	32	40
$\frac{F}{S}$					

▷ Le quotient $\dfrac{\text{Nombre de kg de farine}}{\text{Nombre de kg de sucre}}$ est appelé rapport de la quantité de farine à la quantité de sucre.

▷ Dans chacun des cas, calculer la valeur de ce rapport puis compléter la 3^e ligne du tableau.

$\dfrac{4}{1} = \ldots\ldots\ldots$; $\dfrac{12}{3} = \ldots\ldots\ldots$; $\dfrac{20}{5} = \ldots\ldots\ldots$; $\dfrac{32}{8} = \ldots\ldots\ldots$; $\dfrac{40}{10} = \ldots\ldots\ldots$

▷ Quelle remarque peut-on faire ? ....

5.1.2 Définition

- Un tableau est un tableau de proportionnalité si on passe d'une ligne à l'autre ou d'une colonne à l'autre en multipliant ou en divisant par un même nombre.
- Ce nombre est appelé le coefficient de proportionnalité.
- Quel est donc le coefficent de proportionnalité du tableau n˚1 ? ....

5.2 Notion de proportion

▷ L'égalité de deux rapports est appelée une *proportion*.

▷ L'égalité $\dfrac{12}{3} = \dfrac{20}{5}$ forme une proportion.

▷ Effectuer les « produits en croix » : $3 \times 20 =$ .... ; et $5 \times 12 =$ ....

▷ Quelle est votre remarque ? ....

▷ Dans la proportion $\dfrac{12}{3} = \dfrac{20}{5}$ les nombres 12 et 5 sont appelés les extrêmes et les nombres 3 et 20 sont appelés les moyens.

▷ On dit alors que, dans une proportion, le produit des extrêmes est égal au produit des moyens.

5.3 Calcul de la quatrième proportionnelle

En utilisant la propriété des proportions calculer la quatrième proportionnelle x dans les cas suivants :

- $\dfrac{x}{36} = \dfrac{10}{40}$; $x =$ ....
- $\dfrac{x}{25} = \dfrac{9}{5}$; $x =$ ....
- $\dfrac{x}{8} = \dfrac{7}{4}$; $x =$ ....
- $\dfrac{x}{75} = \dfrac{14}{15}$; $x =$ ....

5.4 Représentation graphique d'une situation de proportionnalité

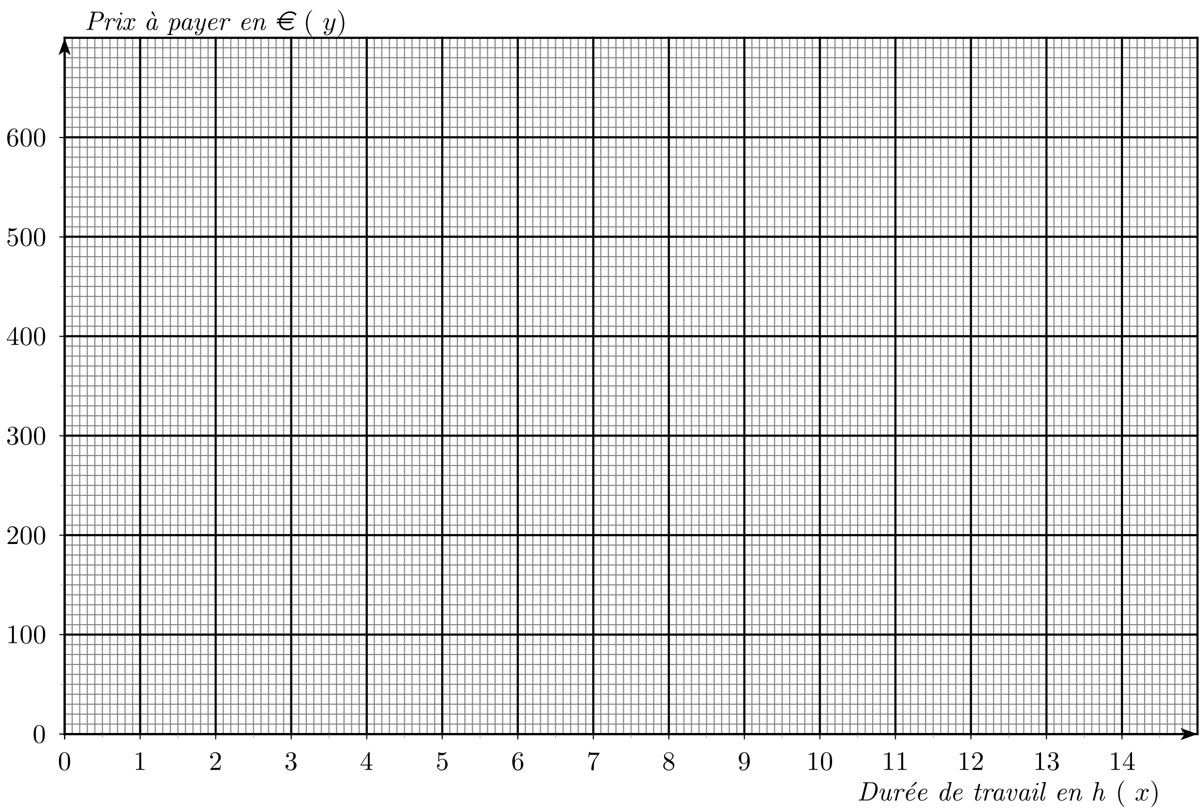
Un ouvrier qualifié est payé 40 € de l'heure.

1) - Compléter le tableau.

Durée de travail en h : x	2	5	8	10	15
prix à payer en € : y					

$\times \ldots$

2) - Placer les points ainsi obtenus dans le repère orthogonal ci-dessous.



3) - Vos remarques ? ....

4) - Déterminer graphiquement :

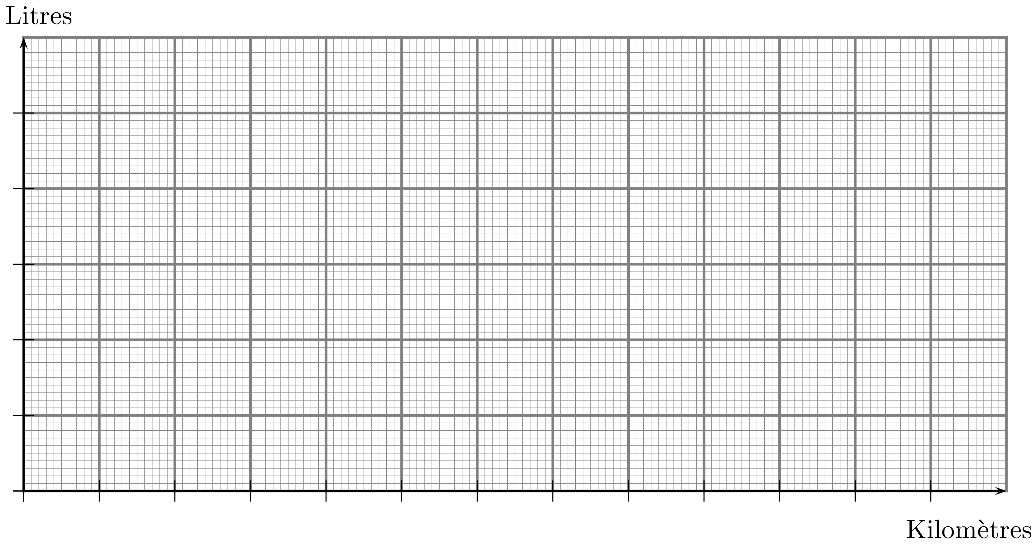
a) - le prix à payer pour 4 h de travail : $y =$ ....

b) - le temps de travail quand le prix à payer est de 480 € : $x =$ ....

Laisser les traits de lecture apparents

Exercice 1 :
Compléter ce tableau de proportionnalité présentant le nombre de kilomètres parcourus par une voiture en fonction du nombre de litres

Kilomètres	0	100	300	550
Litres		5		



1 ⋄ Représenter ces données sur le graphique

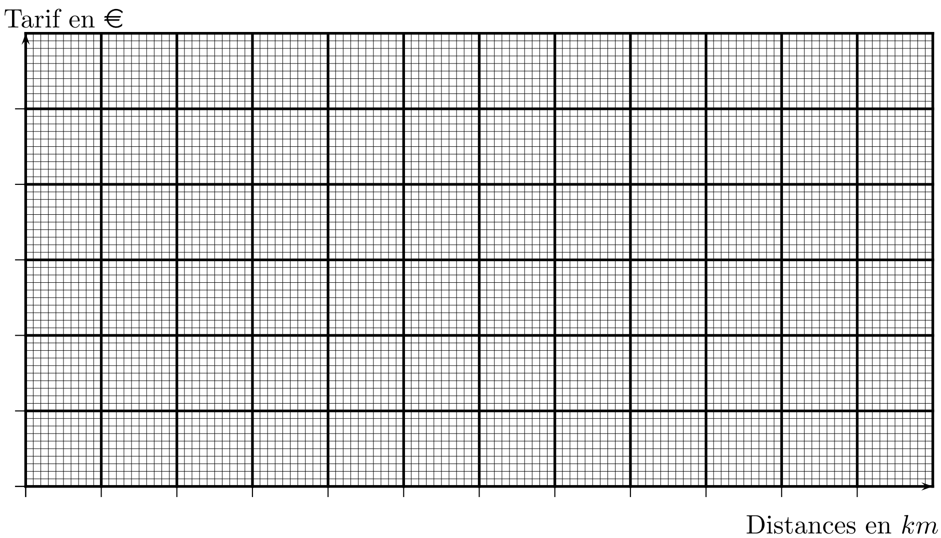
2 ⋄ Que peut on dire ?

Exercice 2 : Trois compagnies de taxi proposent des tarifs (en euros) proportionnels à la distance parcourue (en km).

Compagnie Bleue		
Distance (km)	50	120
Tarif (€)	10	24

Compagnie Rouge		
Distance (km)	50	120
Tarif (€)	6	14,4

Compagnie Verte		
Distance (km)	40	100
Tarif (€)	3,2	8



1 ⋄ En utilisant des couleurs, représenter les données sur le papier milimétré ci-dessus.

2 ⋄ Pour chacune des trois compagnires, lire sur le graphique le tarif d'une course de 110 km.

3 ⋄ Pour chacune des trois compagnires, lire sur le graphique la distance parcourue pour une somme de 8 €.

Exercice 3 : Les tableaux suivants sont-ils des tableaux de proportionnalité ? Si oui, les compléter

5	10	7	
30		49	35

15	30	5		800
750		250	1000	

6	9	7		97
36	54		66	679

25	35		1020
	7	91	

Exercice 4 :

◇ 1 : Compléter le tableau suivant :

Côté d'un carré (en cm)	3	5	6	7	10
Périmètre de ce carré (en cm)					

◇ 2 : Dans un carré, y a-t-il proportionnalité entre la mesure du côté et le périmètre ?

Exercice 5 :

◇ 1 : Compléter le tableau suivant :

Côté d'un carré (en cm)	3	5	6	7	10
Aire de ce carré (en cm^2)					

◇ 2 : Dans un carré, y a-t-il proportionnalité entre la mesure du côté et l'aire ?

Exercice 6 :

On veut savoir si le périmètre et l'aire d'un carré sont proportionnels à la longueur du côté. Dans tout l'exercice, l'unité de longueur est le cm, l'unité d'aire le cm^2. c représente la longueur d'un côté du carré, p le périmètre du carré et $\mathcal{A}$ son aire.

1 ◇ Recopier et compléter le tableau suivant :

c	0	0,5	1	2	3	4	5	6	7
p									
$\mathcal{A}$									

2 ◇ Peut-on alors dire que le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté ? Si oui, quel est le coefficient de proportionnalité ?

Même questions avec l'aire.

3 ◇ Tracer un graphique représentant le périmètre en fonction du côté et un graphique représentant l'aire en fonction du côté.

Peut-on alors dire que le périmètre d'un carré est proportionnel à la longueur de son côté ?

Même question avec l'aire.

4 ◇ Que peut-on dire de la phrase suivante :« Si on multiplie par 2 le côté d'un carré, alors le périmètre de ce carré est multiplié par 2 ».

5 ◇ Que peut-on dire de la phrase suivante : « Si on multiplie par 2 le côté d'un carré, alors l'aire de ce carré est multiplié par 2 ».

Exercice 7 : Une voiture consomme 5 litres de carburant pour faire 100km. Remplir le tableau ci-dessous

Litres	5	10	37		11.5	
Kilomètres				250		370

Exercice 8 : Un robinet fuit avec un débit estimé à 1.5 litres par heure. Répondre aux questions suivantes à l'aide du tableau.

Heures			
Litres			

◇ 1 : Combien de litres s'écouleront-ils en 24 heures ?

◇ 2 : Combien de temps faudra-t-il pour remplir un bidon de 18 litres ?

Exercice 9 : Il faut 1.5kg de fraises pour faire 1kg de confiture.

Fraises			
Confitures			

◇ 1 : Combien faut-il de fraises pour faire 11.5 kg de confiture ?

◇ 2 : Combien de confiture peut-on faire avec 20kg de fraises ?

Exercice 10 : On fabrique environ 500g de savon de Marseille avec 350g de soude.

...			
...			

◇ 1 : Combien de soude faut-il pour fabriquer 2,5kg de savon ?

◇ 2 : Quelle quantité de savon peut-on fabriquer avec 1kg de soude ?

Exercice 11 : Un entreprise a besoin de 70kg de riz pour faire 120kg de paëlla.

Riz			
Paëlla			

◇ 1 : Combien de paëlla peut-elle produire avec une tonne de riz ?

◇ 2 : Quelle est la quantité de riz nécessaire pour faire 5000 boîtes de 1kg de paëlla ?

Exercice 12 : Un ascenseur permet de monter à une vitesse de 3m par seconde.

◇ 1 : Combien de temps lui faut-il pour monter à 40m de haut ?

◇ 2 : Combien de temps lui faut-il pour monter à 370m de haut ?

◇ 3 : De quelle hauteur s'élève-t-il en 1 minute et 12 secondes ?

Exercice 13 : Un avion de ligne peut parcourir 0.35km en une seconde lorsqu'il est à sa vitesse de croisière. Compléter le tableau suivant

Distance en Km						
Durée en s						
Durée en min						
Durée en h						

◇ 1 : Quelle distance parcourt-il en 30s ?

◇ 2 : Quelle distance parcourt-il en 2min 12s ?

◇ 3 : Quelle distance parcourt-il en 1h 43min ?

◇ 4 : Combien de temps lui faut-il pour parcourir 35km ?

◇ 5 : Combien de temps lui faut-il pour parcourir 2500km ?

Exercice 14 : Un cyber-café propose la connexion à l'Internet pour le tarif suivant : 45 minutes pour 1.5 euro.

◇ 1 : Quelle prix paiera-t-on pour 2h de connexion ?

◇ 2 : Quelle prix paiera-t-on pour 4h30 de connexion ?

◇ 3 : Combien de temps peut-on se connecter avec 7 euros ?

Exercice 15 : En décembre 2000, un euro valait 0.85$. Convertir le prix de chacun de ces articles en euros.

◇ 1 : Un pantalon à 30$

◇ 2 : Un ordinateur à 900$

◇ 3 : Un billet d'avion à 450$

◇ 4 : Reprendre les questions 1 à 3 avec le taux de change actuel qui est 1.22$ pour un euro. Que peut-on en conclure ?

Exercice 16 : En moyenne, dans un collège, 19 élèves sur cent portent des lunettes.

. . .				
. . .				

1 ◇ Combien y a-t-il (en moyenne) d'élèves portant des lunettes dans un collège de 850 élèves ?

2 ◇ Combien y a-t-il (en moyenne) d'élèves portant des lunettes dans un collège de 190 élèves ?

3 ◇ Combien y a-t-il (en moyenne) d'élèves dans un collège où 57 élèves portent de lunettes ?

Exercice 17 : Un satellite effectue 8 rotations autour de la terre une journée.

. . .			
. . .			

1 ◇ Combien de rotations effectue-t-il en 3 heures ?

2 ◇ Combien d'heures lui faut-il pour effectuer 10 tours ?

5.5 Échelles de reproduction

5.5.1 Définition

Une échelle est donnée sous la forme d'une fraction ayan pour numérateur 1.

On recontre différentes notations d'une échelle : 1/1000 ; $\frac{1}{1000}$; 1 : 1000.

Ces trois notatations se lisent de la même façon : c'est-à-dire *un millième*.

5.5.2 Exemples

1. Le plan de la construction d'une maison est à l'échelle 1 : 100 (*un centième*)
   « 1 *cm* sur le plan représente . . . . *cm* dans la réalité »
   La longueur d'une pièce sur le plan est 12,2 *cm*.
   – Calculer la longueur réelle de cette pièce en *cm* puis en mètre . . . .
   – Compléter le tableau de proportionnalité suivant :

÷ . . .

Mesures sur le plan en *cm*	2,000	5,800	9,100	10,13	15,00
Mesures réelles en *cm*					

× . . .

   – Quelle est la longueur en *cm*, sur le plan, d'une pièce mesurant dans la réalité 9,70 *m* ? . . . .
2. Une carte routière est à l'échelle 1 : 200 000 (*un deux cent millième*).
   « 1 *cm* sur le plan représente 2 *km* dans la réalité. »
   – Donner la mesure en *cm* sur cette carte d'une portion de route droite de 5 *km* . . . .

   – Sur cette carte, la distance mesurée à la règle entre deux villes est de 2,5 *cm*.
   Calculer en *km* la distance qui sépare les deux villes dans la réalité. . . . .

5.5.3 Exercices

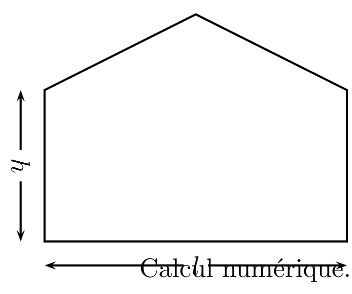
Exercice 18 : 5 ; 6 ; 7page 48 ; 18 page 49

Exercice 19 : La hauteur h réelle de la maison est de six mètres.

◇ 1 : Mesurer la hauteur de la maison sur le dessin puis calculer l'échelle

◇ 2 : Calculer la largeur l de la maison et en déduire l'aire de la façade.

◇ 3 : Dessiner la maison à l'échelle $\frac{1}{15}$



5.6 Calculs avec les pourcentages

5.6.1 Exemple

Claire paye un loyer de 275 € pour son appartement.
Son salaire est de 1 100 €.

1. Calculer la fraction du salaire que représente le loyer. (*Donner le résulat sous forme d'une fraction irréductible*). ....

2. Trouver une fraction égale à la précédente dont le dénominateur est 100. ....

5.6.2 Définition :

Le loyer représente *25 pour cent* (on écrit 25 %) du salaire.
Écrire des rapports sous forme de *pourcentages* permet d'effectuer plus simplement des comparaisons ou des calculs.
En divisant, à la calculatrice 275 par 1 100, le résultat multiplié par 100 on obtient : 25%.

$$\frac{275}{1100} \times 100 = 25$$

5.6.3 Calcul du pourcentage d'une valeur

Claire consacre 8 % de son salaire à ses loisirs.
Quelle somme cela représente-il ? ....

Pour calculer 8 % de 1 100, il suffit donc de multiplier 1 100 par $\frac{8}{100}$.

Pour calculer p % d'une valeur, on multiplie cette valeur par $\frac{p}{100}$.

5.6.4 Calcul d'un pourcentage

Claire économise 44 € par mois.
Quel pourcentage de son salaire cela représente-il ?
Pour cela :

- Diviser 44 par 1 100 : ....

- Écrire le résultat sous forme d'une fraction égale à la précédente dont le dénominateur est 100 : ....

- Écrire le pourcentage ainsi obtenu : ....

- Compléter le tableau de proportionnalité suivant.

100 %	....
1 100 €	44 €

5.6.5 Exercices

Exercice 20 : Ce tableau indique la répartition de la production de l'énergie en France.

Energie	Nucléaire	Hydraulique	Autres
Part de l'énergie	$\frac{7}{10}$	$\frac{4}{25}$	...

◇ 1 : Calculer la fraction manquante

◇ 2 : Exprimer les parts en pourcentage

Exercice 21 :

Une chaîne hi-fi coûte 170 euros hors taxes auxquels il faut ajouter 9.35 euros de TVA. Quel est le pourcentage de TVA ?
5.5% ; 18% ; 11%

Exercice 22 : Que représente 25% de 1600 ?
A: 250 B: 6400 C: 400

A	B	C

Exercice 23 : Dans un musée, sur une collection de 30 tableaux, 17 sont des tableaux du dix-huitième siècle. Quel est le pourcentage de tableaux du dix-huitième siècle.
A: 56.6% B: 17.6% C: 13%

A	B	C

Exercice 24 : Sur le marché des changes, en trois ans, un euro est passé de 0.85 \$ à 1.22 \$. Quel est le pourcentage de hausse de la monnaie européenne par rapport à il y a trois ans ?
A: 55% B: 43.5% C: 0.5%

A	B	C

Exercice 25 : Dans un fromage de 140 grammes, il y a 45% de matière grasse. Quelle est la quantité de matière grasse dans ce fromage ?
A: 63 g B: 3.11 g C: 45 g

A	B	C

Exercice 26 : Parmi les 160 invités de l'ambassadeur, 25% n'ont pas mangé de rocher au chocolat. Quel est le nombre d'invités ayant boudé les sucreries de leur hôte ?
A: 25 B: 40 C: 6.4

A	B	C

Exercice 27 : En moyenne, dans un collège, 19 élèves sur cent portent des lunettes.

...				
...				

1 ◇ Combien y a-t-il (en moyenne) d'élèves portant des lunettes dans un collège de 850 élèves ?

2 ◇ Combien y a-t-il (en moyenne) d'élèves portant des lunettes dans un collège de 190 élèves ?

3 ◇ Combien y a-t-il (en moyenne) d'élèves dans un collège où 57 élèves portent de lunettes ?

Exercice 28 : L'air est constitué de 78,09% d'azote, de 20,95% d'oxygène et d'autres gaz en très faibles quantités.

...			
...			

1 ◇ Combien de litres d'oxygène trouve-t-on dans 200 litres d'air ?

2 ◇ Combien faut-il d'air pour trouver 50 litres d'oxygène ?

5.6.6 Augmentation et diminution d'un pourcentage

Augmentation pourcentage

Le prix d'un appareil est de 375 €. Il subit une hause de 2 %.

1. Calculer le montant de la hausse. ....

2. Calculer le nouveau prix, après la hausse, de cet appareil ....

3. Pour obtenir le nouveau prix, on peut multiplier directement l'ancien prix par $\left(1+\frac{2}{100}\right)$ soit

$$375 \times \left(1+\frac{2}{100}\right) \quad = \quad 375 \times 1,02 = 382{,}5 \text{ €}$$

4. $\left(1+\frac{2}{100}\right) = 1,02$ *est appelé le coefficient multiplicateur*

<u>Diminution d'un pourcentage</u>

On obtient une réduction de 5 % pour l'achat d'un « HOME VIDEO » qui coûte 1 500 €.

1. Calculer le montant de la remise. ....

2. Calculer le nouveau prix, après la diminution, de ce « HOME VIDEO » ....

3. Pour obtenir le nouveau prix, on peut multiplier directement l'ancien prix par $\left(1-\frac{5}{100}\right)$ soit

$$1500 \times \left(1-\frac{5}{100}\right) \quad = \quad 1500 \times 0,95 = 1\ 425 \text{ €}$$

4. $\left(1-\frac{5}{100}\right) = 0,95$ *est appelé le coefficient multiplicateur*

<u>Définitions</u>

▷ *Pour ajouter un pourcentage, t% par exemple, il suffit de multiplier l'ancienne valeur par* $\left(1+\frac{t}{100}\right)$

▷ *Pour diminuer un pourcentage, t% par exemple, il suffit de multiplier l'ancienne valeur par* $\left(1-\frac{t}{100}\right)$