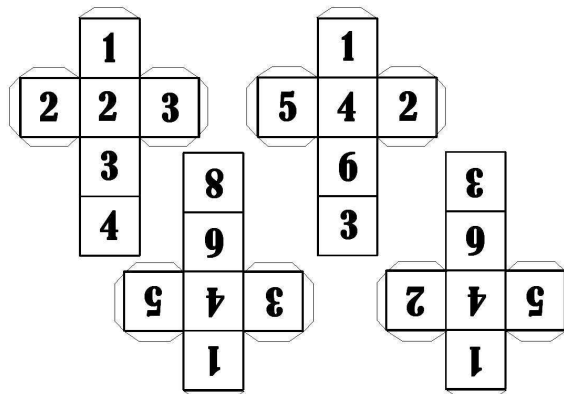




Statistiques et probabilités en

BacPro



Les applications [stat_proba_01.xls](#) / [stat_proba_01.calc](#) sont deux outils développés sous:

- Microsoft Office Excel 2003 © pour [stat_proba_01.xls](#)
- Openoffice 3.1 © pour [stat_proba_01.calc](#)

Il faut vérifier les versions et modules d'extension de vos versions afin de bénéficier de toutes les fonctionnalités des applications. Celles-ci ne sont pas verrouillées et vous avez la possibilité de modifier le produit en fonction de vos besoins, notamment retirer certaines feuilles (fluctuations échantillonnage notamment) qui pèsent très lourd en terme de ressources de calcul. (Penser à sauvegarder un original complet), en fonction de la séance ou du thème traité.

Pour le fonctionnement de [stat_proba_01.xls](#), il faut veiller à autoriser l'exécution des macros au démarrage et installer les macros complémentaires "[complément solveur](#)". Pour ce faire, une fois Excel démarré, aller dans: [outils](#), ➔ [macro complémentaires](#) ➔ [complément solveur](#) ➔ valider **OK** et laisser l'installation se faire (penser à vous munir du CD d'installation de Microsoft Office ©, il peut être nécessaire).

Pour le fonctionnement de [stat_proba_01.calc](#), vous devez mettre à jour la version par l'utilitaire en haut à droite de votre page Office-calc © ou télécharger la version sur <http://www.openoffice.org>. vous devez aussi autoriser l'exécution des macros au démarrage. (Développement effectué sur Openoffice 3.2.0)

Les applications reposent sur l'étude statistique des issues lors de simulations de tirages multiples de pièces et de dés.

Ces objets sont considérés comme parfaits, équilibrés, non truqués. La probabilité qu'une pièce reste stable sur la tranche est considérée comme nulle. La façon dont est effectué le lancé n'influe pas sur la valeur de l'issue. La hauteur du lancé est considérée comme invariable ou ayant peu d'influence sur la valeur de l'issue. La piste de réception des dés est considérée comme infinie ...

Les applications reposent alors sur la loi des grands nombres qui permet de considérer que pour un phénomène aléatoire, la fréquence de l'issue tend vers sa probabilité lorsque le nombre de tirages tend vers l'infini.

Pour tous renseignements ou proposition(s) d'évolution(s), vous pouvez me contacter par mail:

eric.deconinck@ac-poitiers.fr

Bon travail

Feuille 1: Problème Pile_Face

Nota: Page de mise en situation de pile_face: pour ma part je demande aux élèves d'effectuer quelques tirages en classe afin de préciser les issues possibles et la notion de chance.

Pile_face: Jean-Marc et Pierre sont demi-pensionnaires au lycée Rompsay de La Rochelle. Ils ont pris l'habitude de tirer à pile ou face celui qui va aller chercher un pichet d'eau. Pierre voudrait trouver une stratégie de décision (**choisir pile ou face**) qui lui permette de savoir que sur l'année, Jean-Marc et lui seront allés chercher de l'eau autant de fois l'un que l'autre?

Pour vous aidez à décider d'une stratégie, vous pouvez utiliser la feuille pile_face.

Quelle est votre conclusion?

Conclusion de la classe.

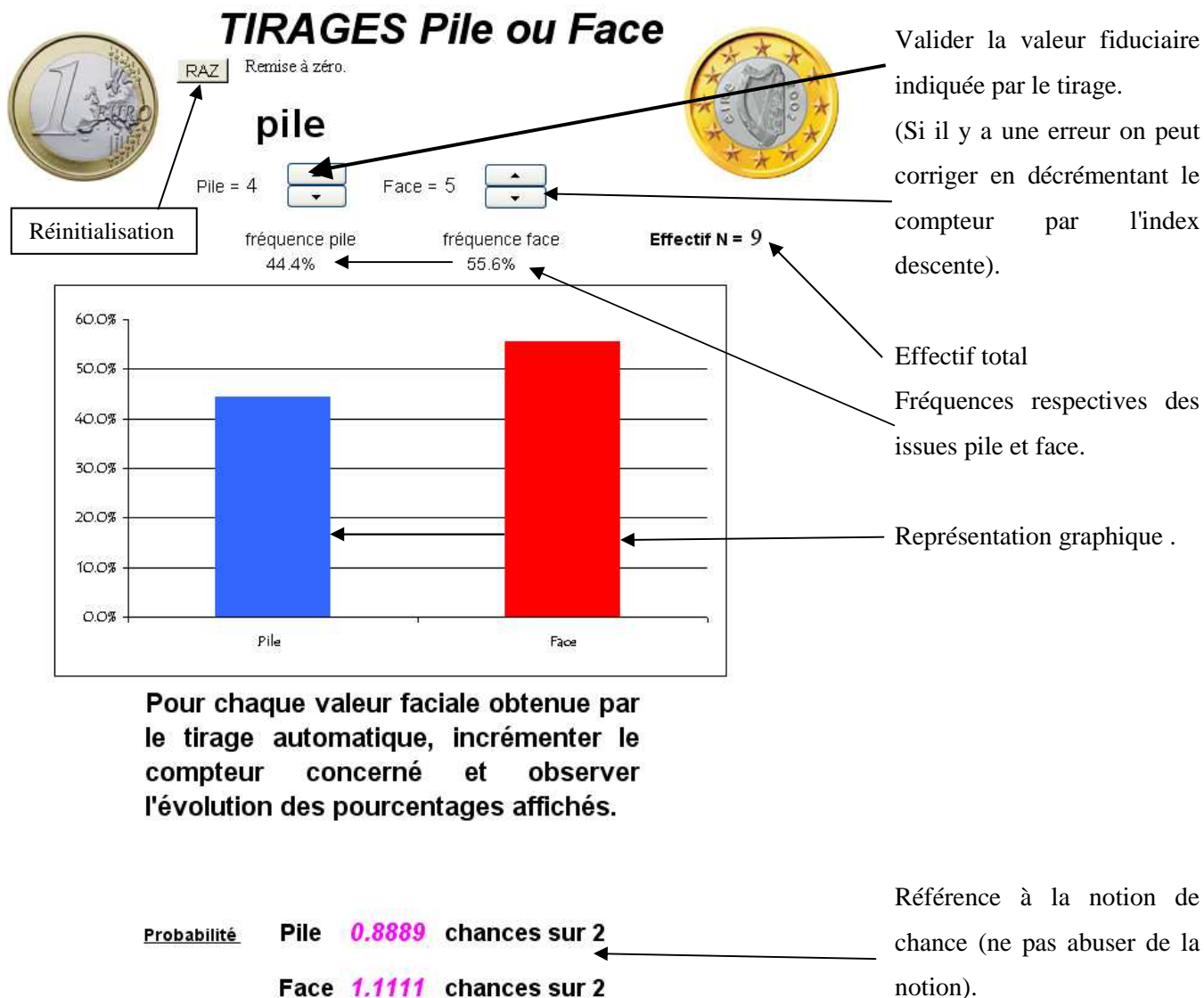
Nous pouvons conclure que

Exploitation: Alexandre et Gaëtan ont aussi pris l'habitude d'effectuer un tirage à pile ou face afin de laisser le "hasard" décider de celui qui se déplacera pour aller chercher leur café du midi. (non pas payer car ils cotisent tous les deux à égalité, nous ne sommes pas dans un cas de racket). Après un trimestre, Gaëtan trouve qu'ils va chercher les cafés plus souvent qu'Alexandre, il est vrai que c'est Alexandre qui fournit la pièce pour le tirage au sort.

Pouvez-vous aider Gaëtan et lui proposer une stratégie pour décider si la pièce d'Alexandre est truquée ou pas?

La stratégie que vous proposez:

Pour aller plus loin: la formule dans la case A4 permet de décider de la valeur fiduciaire Pile ou Face qui sera affichée. On génère un nombre aléatoire entre 0 et 1 et on arrondi à 0 pour les valeurs inférieures à 0,5 et on arrondi à 1 pour les valeurs supérieures ou égales à 0,5. Vous pouvez faire évoluer la valeur qui provoque l'arrondi (ici 0,5) et regarder les conséquences de cette modification. (cas d'une pièce truquée)



Feuille 3: Intro Dé_manuel

Le dé à 6 faces: existe depuis l'antiquité, on en retrouve des traces plus de 3 000 ans avant notre époque en Inde, en Mésopotamie, en Asie Mineure, en Égypte et en Grèce. C'est, en général, un cube (6 faces carrées) dont les faces portent des marques différentes, généralement de 1 à 6 points. On prend en général comme convention que la face validée est celle qui se trouve sur le dessus. Il existe aussi des Dés à 4 faces, jusqu'à 21 faces ainsi que des dès ronds !!!

Nous allons d'abord étudier le dé seul et essayer de déterminer la probabilité d'apparition d'une face particulière. Pour vous aidez à décider d'une stratégie, vous utiliserez la feuille "Dé_manuel" et suivrez les consignes de mise en service afin de vous guider dans vos recherches.

Vous utilisez le dé en votre possession et vous répertoriez pour chaque lancé, la face qui est apparue, vous reporterez sur ce document les pourcentages (les fréquences) d'apparition des faces pour, 10 lancés, 20 lancés, 30 lancés,

	valeur initiale	10 lancés	20 lancés	30 lancés
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Que constatez-vous?

--

Synthèse classe:

--

Pour compiler les résultats de la classe, on peut demander aux élèves de préparer des tirages chez eux et de les compiler au retour en classe. On pourra ainsi observer l'évolution des fréquences des issues.



Tirage manuel Dé à 6 faces

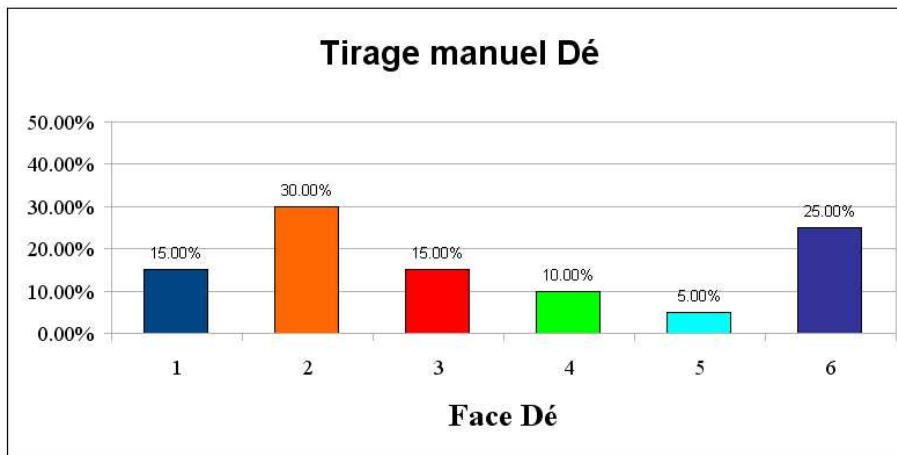
Pour chaque valeur obtenue, incrémenter le compteur affecté à cette valeur afin de visualiser le taux d'apparition de la valeur faciale du dé.

	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	3	6	3	2	1	5

Effectif N = 20

RAZ Remise à Zéro

Fréquence = 15.00% 30.00% 15.00% 10.00% 5.00% 25.00%



Même principe que pour l'étude pile / face.

Soit le tableau sert à compter les issues au fur et à mesure des tests,

Soit on effectue la saisie des valeurs directement en inscrivant la valeur dans la case correspondante.

La fréquence de chaque issue est calculée automatiquement.

RAZ = Remise à zéro après exploitation

Feuille 5 : Compilation_données

Fréquences d'apparitions des faces

Collectons les données brutes des tirages

face de l'élève	1	2	3	4	5	6	Effectif tirages élèves	1	2	3	4	5	6
1	4	6	3	5	5	7	30	13.33%	20.00%	10.00%	16.67%	16.67%	23.33%
2	2	5	7	6	6	4	30	6.67%	16.67%	23.33%	20.00%	20.00%	13.33%
3	6	1	5	4	7	7	30	20.00%	3.33%	16.67%	13.33%	23.33%	23.33%
4							0						
5							0						
6							0						
7							0						
8							0						
9							0						
10							0						
11							0						
12							0						
13							0						
14							0						
15							0						
16							0						
17							0						
18							0						
19							0						
20							0						
21							0						
22							0						
23							0						
24							0						
25							0						
26							0						
27							0						
28							0						
29							0						
30							0	13.33%	13.33%	16.67%	16.67%	20.00%	20.00%
Effectif total tirages							0	13.33%	13.33%	16.67%	16.67%	20.00%	20.00%
Différence								3.34%	-3.34%	0.00%	0.00%	3.33%	3.33%
Rappel fréquence attendue										16.67%			

2. Avant utilisation: compléter la programmation du tableau en étendant la première ligne à l'ensemble du tableau.

1. Avant utilisation: analyser la formule avec les élèves, puis l'étendre sur toute la ligne.

Tableau de synthèse de l'étude de la fluctuation de fréquence en fonction de l'échantillonnage.

Programmation 1^{ère} case:

=SI(\$I4=0;"";C4/\$I4)

Chaque élève comptabilise le nombre de sorties de chaque issue, on peut vérifier dans la colonne "effectifs tirages élèves", le nombre de tirages qu'il a effectué (conforme ou non-conforme à la consigne).

On obtient la fréquence de chaque issue, par élève et ensuite sur la ligne du bas de tableau, on obtient la fréquence, pour la classe de chaque issue, ainsi que l'effectif total des tirages.

La dernière ligne permet de connaître l'écart entre fréquence réelle et fréquence théorique.

Nota: les indices de cases peuvent être différents de l'application Excel© par rapport à Calc©.

=SI(\$I4=0;"";C4/\$I4) (Si contenu case I4 vide (\$ signifie ligne I invariante); "" afficher rien; sinon afficher résultat rapport C4 / I4)

Feuille 6: intro 1dé_automatique

Nous pouvons maintenant étudier le dé seul et déterminer la probabilité d'apparition d'une face particulière. Cette fois nous pouvons rechercher l'évolution de la fréquence d'apparition d'une face en fonction du nombre de tirages.

Vous utilisez le dé en fonction automatique. Chaque action, clavier ou clic souris, déclenche le changement du tirage et affiche une nouvelle valeur faciale (attention celle-ci n'est pas obligée de changer comme vous l'avez déjà constaté manuellement). Compléter le tableau ci dessous à chaque repère de nombre de lancés.

	valeur initiale	100 lancés	200 lancés	800 lancés
1				
2				
3				
4				
5				
6				

Que constatez-vous?

Synthèse classe:

Tirage 1 Dé à 6 faces

Résultat lancement Dé: **3**

Pour chaque valeur affichée, incrémenter le compteur affecté à cette valeur afin de visualiser le taux d'apparition de la valeur faciale du dé.



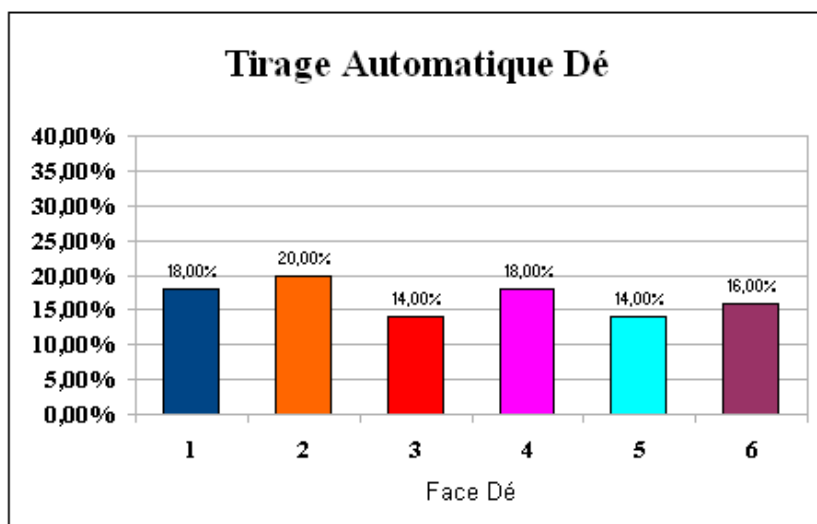
Valeurs du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties	18	20	14	18	14	16

Effectif N = **100**

RAZ

Remise à zéro

Fréquence = 18,00% 20,00% 14,00% 18,00% 14,00% 16,00%



Même principe que pour l'étude précédente 1Dé_manuel.

On incrémente les compteurs en fonction de la valeur affichée en "Résultat lancement Dé". Les compteurs servent à comptabiliser les issues au fur et à mesure des tests.

La fréquence de chaque issue est calculée automatiquement.

RAZ = Remise à zéro après exploitation

L'avantage de cette application est qu'elle est "beaucoup moins bruyante que la précédente" et permet de générer une centaine de tirages en peu de temps. (Pour ma part un essai avec les élèves m'a permis de tester le résultat de 100 lancers /élève en moins de 5 minutes)

Feuille 8: fluctuation_echantillons



Tirage 1 Dé à 6 faces, fluctuation des fréquences en fonction du nombre d'échantillons N



Valeur du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	18	14	17	18	20	13

N = 100

Différence entre fréquence réelle et	1,33%	-2,67%	0,33%	1,33%	3,33%	-3,67%
Fréquence valeur tirée	18,00%	14,00%	17,00%	18,00%	20,00%	13,00%

Valeur du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	164	177	166	166	163	164

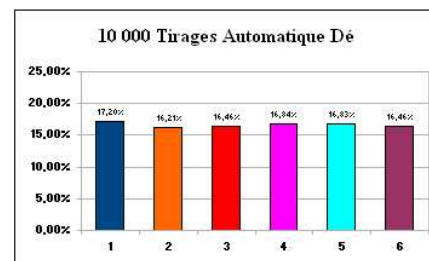
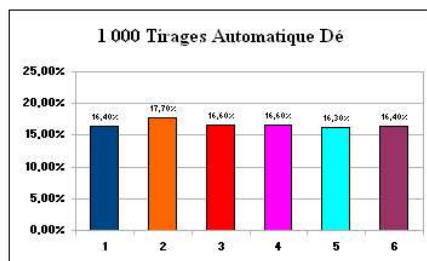
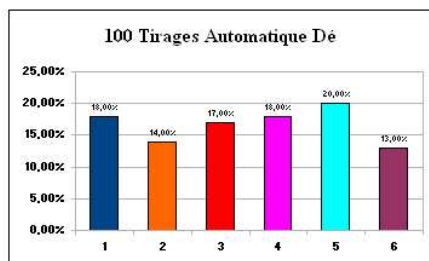
N = 1000

Différence entre fréquence réelle et	-0,27%	1,03%	-0,07%	-0,07%	-0,37%	-0,27%
Fréquence valeur tirée	16,40%	17,70%	16,60%	16,60%	16,30%	16,40%

Valeur du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	1720	1621	1646	1684	1683	1646

N = 10000

Différence entre fréquence réelle et	0,53%	-0,46%	-0,26%	0,17%	0,16%	-0,23%
Fréquence valeur tirée	17,20%	16,21%	16,46%	16,84%	16,83%	16,46%



5	6	3	3	5	3	4	5	6	4	1	3	1	2	3	4	2	2	5	2	3	6	5	1	6	6	4
2	2	1	6	6	5	2	5	6	1	3	6	3	4	1	6	5	1	1	3	6	1	5	5	3	1	2
4	3	3	5	3	1	5	3	4	3	5	3	5	1	6	3	2	3	6	4	6	2	6	1	3	5	5
5	3	5	2	1	3	5	1	4	1	1	2	1	3	3	6	5	4	4	6	1	4	1	5	4	4	1
2	1	1	2	4	5	4	5	6	5	3	1	6	3	4	6	2	5	2	4	1	3	1	3	3	4	2
3	3	1	4	2	4	6	2	6	2	6	6	5	6	4	6	6	5	3	5	2	3	4	4	1	6	1
2	4	6	1	5	6	4	5	5	5	5	2	4	2	6	4	2	2	2	2	6	1	2	6	5	5	4
1	2	4	5	2	1	4	4	3	1	3	5	5	6	6	3	4	2	4	3	6	6	3	3	4	5	3
1	4	4	3	3	6	4	6	2	5	5	6	4	2	2	2	5	3	4	3	2	6	5	1	5	6	2

L'appui sur la touche F9(excell) ou Alt+maj+F9 (openOffice) permet la régénération de la table de valeurs dont on aperçoit le début en bas de la page.

Cette plage de valeurs faciales de Dé permet d'étudier l'écart entre la fréquence réelle et la fréquence théorique en fonction du nombre de tirages (approche loi des grands nombres).

Les tableaux compilent les résultats de 100 ; 1 000 et 10 000 tirages.

Nota: attention les 100 tirages font partis des 1 000 et les 1 000 font partie des 10 000, donc les résultats ne sont pas indépendants, cela a peu d'influence sur nos conclusions mais peut être pris en compte.



Tirage 1 Dé à 6 faces, fluctuation des fréquences en fonction du nombre d'échantillons N

Valeurs du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	18	14	17	18	20	13

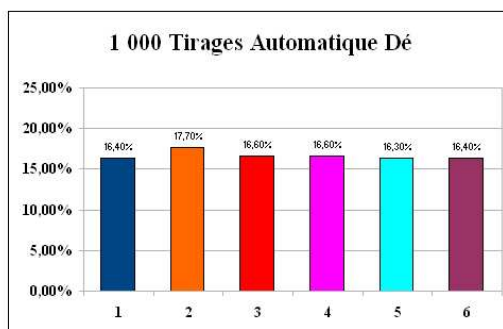
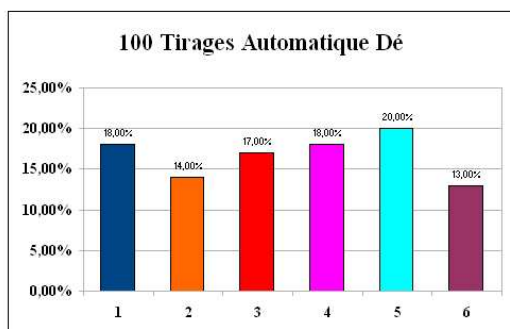
N = 100

Différence entre fréquence réelle et probabilité	1,33%	-2,67%	0,33%	1,33%	3,33%	-3,67%
Fréquence valeur tirée	18,00%	14,00%	17,00%	18,00%	20,00%	13,00%

Valeurs du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	164	177	166	166	163	164

N = 1000

Différence entre fréquence réelle et probabilité	-0,27%	1,03%	-0,07%	-0,07%	-0,37%	-0,27%
Fréquence valeur tirée	16,40%	17,70%	16,60%	16,60%	16,30%	16,40%



Comparaison:
évolution entre
100 tirages et
1000 tirages.

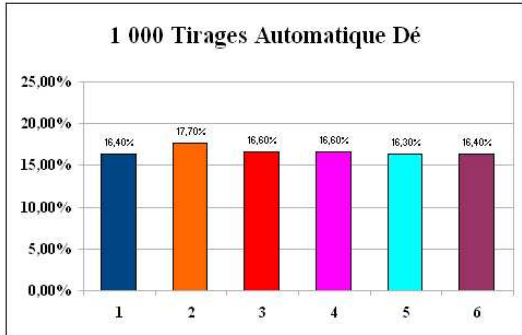


Tirage 1 Dé à 6 faces, fluctuation des fréquences en fonction du nombre d'échantillons N

Valeurs du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	164	177	166	166	163	164

N = 1000

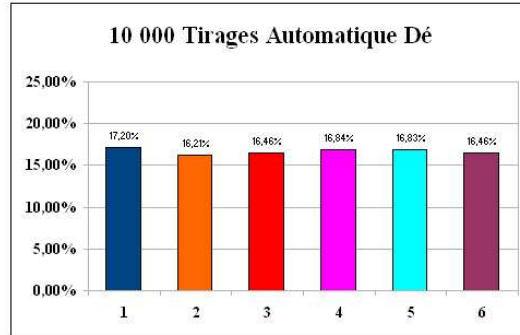
Différence entre fréquence réelle et probabilité	-0,27%	1,03%	-0,07%	-0,07%	-0,37%	-0,27%
Fréquence valeur tirée	16,40%	17,70%	16,60%	16,60%	16,30%	16,40%



Valeurs du Dé	1	2	3	4	5	6
Total sorties valeurs	1720	1621	1646	1684	1683	1646

N = 10000

Différence entre fréquence réelle et probabilité	0,53%	-0,46%	-0,21%	0,17%	0,16%	-0,21%
Fréquence valeur tirée	17,20%	16,21%	16,46%	16,84%	16,83%	16,46%



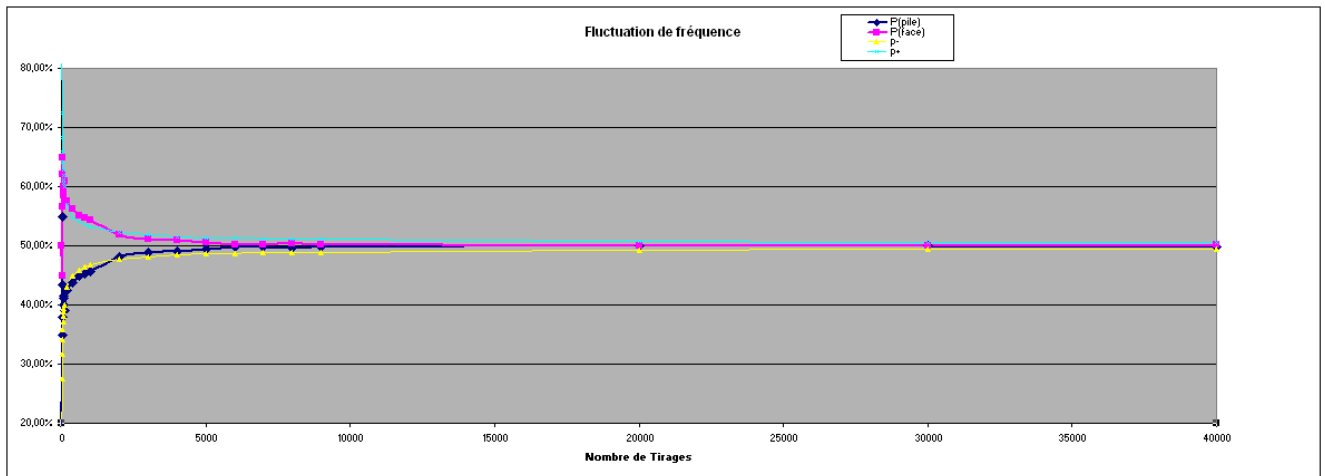
Comparaison:
évolution entre

1000 tirages et
10 000 tirages.

Feuille 9: synthèse_fluctuation

Etude fluctuation des fréquences en fonction du nombre de tirages sur un pile/face d'une pièce parfaite, loi des grands nombres

	n=10	n=20	n=30	n=40	n=50	n=60	n=70	n=80	n=90	n=100	n=200	n=400	n=600	n=800	n=1000	n=2000	n=3000	n=4000	n=5000	n=6000	n=7000	n=8000	n=9000	n=10000	n=20000	n=30000	n=40000
Pile	5	11	15	14	19	24	29	32	37	34	85	175	249	342	497	962	1466	1963	2476	2992	3482	3976	4477	4976	5476	5976	6476
Face	5	9	17	26	31	36	41	48	53	61	115	225	331	438	543	1037	1524	2027	2524	3007	3510	4024	4510	5003	5504	6004	6493
Effectif n	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	200	400	600	800	1000	2000	3000	4000	5000	6000	7000	8000	9000	10000	20000	30000	40000
P(pile)	55,00%	45,50%	43,33%	35,00%	38,00%	40,00%	41,43%	40,00%	41,11%	39,00%	42,50%	43,75%	44,33%	45,25%	45,70%	48,15%	48,87%	49,68%	49,52%	49,68%	49,74%	49,70%	49,81%	49,84%	49,82%	49,82%	49,82%
P(face)	50,00%	45,00%	56,67%	65,00%	62,00%	60,00%	58,57%	60,00%	58,89%	61,00%	57,50%	56,25%	55,67%	54,75%	54,30%	51,85%	51,13%	50,32%	50,48%	50,32%	50,26%	50,30%	50,19%	50,16%	50,18%	50,18%	50,18%
p ⁻	0,19377323	0,2792932	0,31742591	0,3481845	0,3697844	0,3799096	0,3847714	0,391986	0,3949074	0,4	0,43252932	0,45	0,4591781	0,4646444	0,4637722	0,47752932	0,4817459	0,4841881	0,4858786	0,4870906	0,4876771	0,4883866	0,4889987	0,4895293	0,4900265	0,4904945	0,49093
p ⁺	0,19622777	0,7206968	0,68257409	0,6518150	0,64148126	0,62999444	0,6192286	0,6110924	0,60540926	0,6	0,5707069	0,55	0,54082403	0,5325924	0,5262270	0,52224463	0,51825746	0,5151129	0,51414214	0,51309944	0,51195229	0,5110024	0,51040943	0,50970707	0,50907735	0,5085	0,508



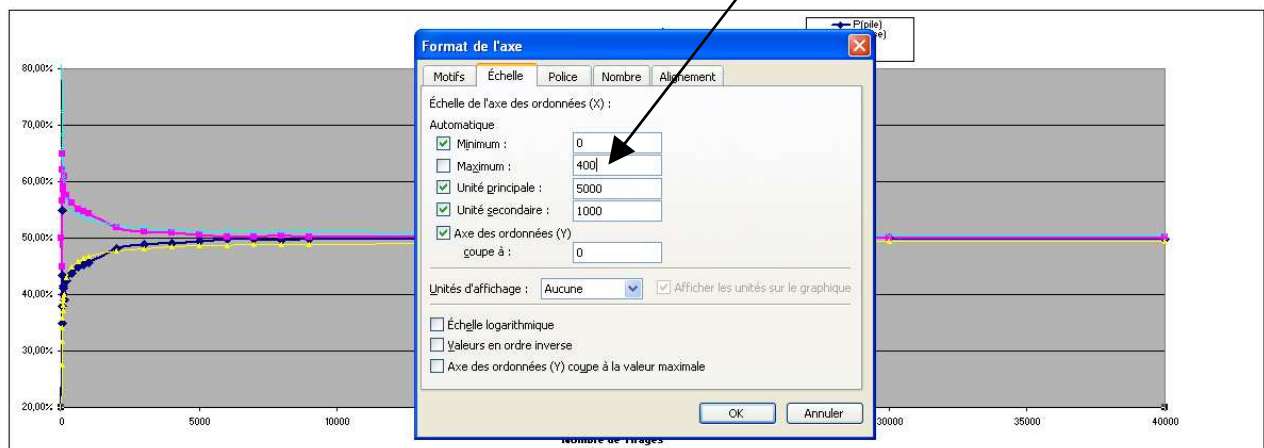
Étude des variations des fréquences en fonction de l'échantillonnage sur un tirage type pile / face.

On comptabilise les piles et faces sur un certain nombre de tirages (de 10 à 45 000) et on observe comment varient les fréquences.

L'action sur F9 (excell) ou Alt+Maj+F9 (oppenOffice) génère une nouvelle plage de valeurs et l'on peut observer la variation des fréquences.

Les écarts théoriques p^- et p^+ ($p^- = p - \frac{1}{\sqrt{n}}$ et $p^+ = p + \frac{1}{\sqrt{n}}$) sont matérialisés par les deux hyperboles convergeant vers $p_{\text{pile}} = p_{\text{face}} = 0,5$.

Vous pouvez modifier l'échelle d'observation du nombre de tirages par un double-clic sur "l'axe des X", vous pouvez alors modifier manuellement la valeur du maximum de l'échelle.



Feuille 10: intro 2Dés_automatique

Cette feuille permet d'étudier le comportement d'un phénomène aléatoire dont les issues ne sont pas équiprobables. On peut profiter de cette appli' pour introduire l'arbre de probabilité.

Des jeux de loisirs ainsi que des jeux de casino (notamment le Craps) utilisent les combinaisons de valeurs générées par 2 dés. L'étude de ces jeux n'est pas le but de cette étude mais pouvez-vous définir une stratégie qui permet de choisir une combinaison donnant la meilleure probabilité de sortie?

Vous pouvez utiliser les dés en fonction automatique. Chaque action, clavier ou clic souris, déclenche le changement du tirage et affiche deux nouvelles valeurs faciales (attention celles-ci ne sont pas obligées de changer comme vous l'avez déjà constaté). Compléter le tableau avec les valeurs des fréquences de chaque combinaison.

	valeur initiale	100 lancés	200 lancés	800 lancés
2				
3				
4				
5				
6				
7				
8				
9				
10				
11				
12				

Que constatez-vous?

--

Synthèse classe:

--

Tirage 2 Dés à 6 faces

Résultat lancement Dé 1:

1

Pour chaque valeur affichée, incrémenter le compteur affecté à cette valeur afin de visualiser la fréquence d'apparition de la valeur faciale du dé.

Résultat lancement Dé 2

1



Valeur totale des dés
Total sorties valeur

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	2	4	5	10	6	5	6	3	5	2

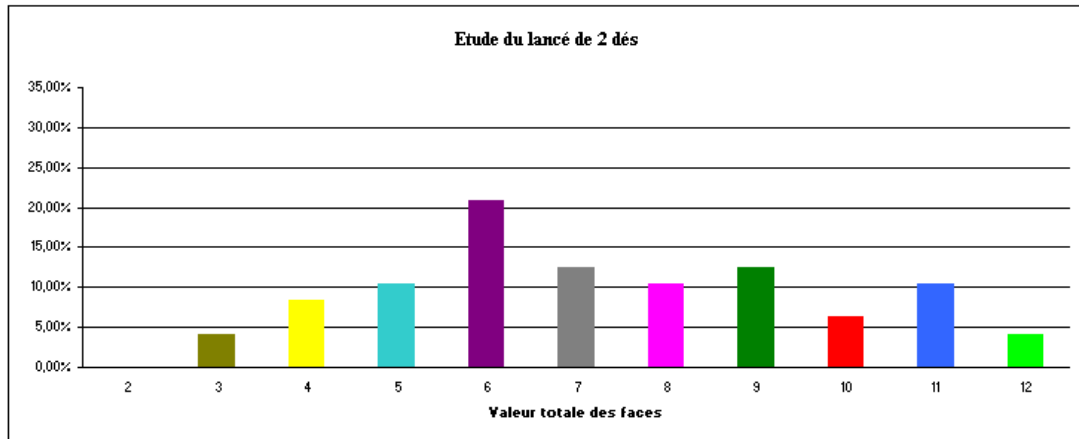


Effectif N = 48

RAZ

Remise à zéro

fréquence = 0,00% 4,17% 8,33% 10,42% 20,83% 12,50% 10,42% 12,50% 6,25% 10,42% 4,17%



Comme pour les applications précédentes, chaque action provoque l'apparition d'un couple de chiffres dont il faut faire la somme et incrémenter le compteur correspondant.

On remarque alors l'influence du fait que les combinaisons ne sont pas équiprobables sur l'allure du graphique. (par exemple ici l'issue "2" n'apparaît qu'au 49^{ème} tirages).

Feuille 12: intro dés_Sichermann

Depuis longtemps les dés ont eu diverses formes suivant leur rôle ludique, prophétique ou religieux et peuvent comporter de 4 à plus de 20 faces voir aussi être ronds. Des dés particuliers, les dés de Sichermann sont des dés à 6 faces dont la numérotation est particulière. Le premier est numéroté 1, 2, 2, 3, 3, 4 ; le second est numéroté 1, 3, 5, 4, 6, 8. Vous trouverez leur développement dans un document annexe.

Etudier les combinaisons possibles et reporter les valeurs dans la colonne de gauche.

	valeur initiale	100 lancés	200 lancés	800 lancés

Vous pouvez utiliser les dés en fonction automatique. Chaque action, clavier ou clic souris, déclenche le changement du tirage et affiche deux nouvelles valeurs faciales (attention celles-ci ne sont pas obligées de changer comme vous l'avez déjà constaté). Compléter le tableau avec les valeurs des fréquences de chaque combinaisons.

Que constatez-vous?

--

Synthèse classe:

--

Tirage 2 Dés à 6 faces de type Sichermann

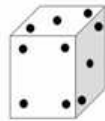
Résultat lancement Dé 1:

2

Pour chaque valeur affichée, incrémenter le compteur affecté à cette valeur afin de visualiser la fréquence d'apparition de la valeur faciale du dé.

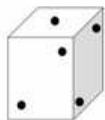
Résultat lancement Dé 2

6



Valeur totale des dés

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Total sorties valeur	2	5	11	15	12	17	14	7	12	2	3

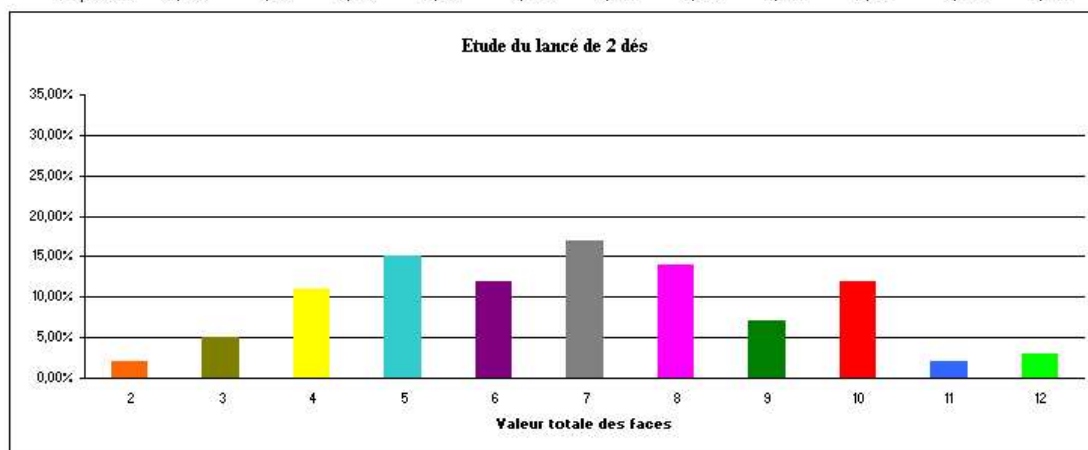
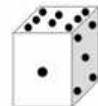
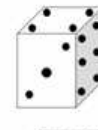


Effectif N = 100

RAZ

Remise à zéro

Fréquence = 2,00% 5,00% 11,00% 15,00% 12,00% 17,00% 14,00% 7,00% 12,00% 2,00% 3,00%



L'étude permet de constater que les fréquences d'apparition de chaque combinaison est identique à celles de dés classiques.

On peut le démontrer à l'aide d'un tableau à double entrées ou avec l'arbre de probabilités.

L'application est maintenant terminée!!!

Bon travail et merci de l'intérêt que vous avez porté à cette application.

Eric D