LA PROPORTIONNALITE

1. Situation de proportionnalité

Activité :

Le prix payé à la pompe à carburant pour diverses quantités d'essence SP68 est indiqué par le tableau suivant :

×……..

N° du relevé	1	2	3	4	5	6	7
Quantité (en L)	1	7,8		25,8	36,8	45	56
Prix (en €)			7,80	32,25	46,00		70,00

× ………

a. Pour chacune des colonnes complètes (Quantité et Prix), calculer **les rapports** $R=\frac{\text{Prix}}{\text{Quantité}}$ et $R'=\frac{\text{Quantité}}{\text{Prix}}$.

b. En déduire, alors, **les coefficients à gauche et à droite du tableau**.

c. Calculer **les valeurs manquantes**.

Réponses :

a. « $R=\frac{\text{Prix}}{\text{Quantité}}$ » : colonne n° : …. R = ……….. ; colonne n° : … R = ……..….. ; colonne n° : … R = ………

« $R'=\frac{\text{Quantité}}{\text{Prix}}$ » : colonne n° : … R' = ……….. ; colonne n° : … R' = ……….. ; colonne n° : … R' = ……..

b. Coefficient gauche =………………………………… ; Coefficient droite =………………………………

c. Colonne n° : … Valeur =…….……………………….. ; Colonne n° : … Valeur =…….……………………...

Colonne n° : … Valeur =…….……………………….. ; Colonne n° : … Valeur =…….……………………...

Bilan de l'activité :

- Pour chaque colonne du tableau, les nombres ……….. et ……….. sont les valeurs ……………………… des rapports respectifs $\frac{\text{Prix}}{\text{Quantité}}$ et $\frac{\text{Quantité}}{\text{Prix}}$.
- On obtient les termes de la deuxième ligne en ………..……………. ceux de la première ligne par ……….
- On obtient les termes de la première ligne en ……………………… ceux de la deuxième ligne par ……….

Définition :

- **Un tableau pour lequel on passe d'une ligne à l'autre en multipliant toujours par le même nombre noté k s'appelle un tableau de** ………………….……….
- **Le nombre k est appelé un** ………..………………. **de** ………………….……….
- **Les suites de nombres formées par chaque ligne du tableau sont dîtes** …………………….. **entre elles.**

Retour à l'activité :

- Le **tableau étant de proportionnalité** on dit que la « quantité d'essence » est ……………………... au « Prix » et inversement. On dit aussi que la ………………… et le ………….. sont deux **grandeurs proportionnelles**.
- La **suite de nombres** (1 ; 7,8 ; 6,24 ; 25,8 ; 36,8 ; 45 ; 56) est **proportionnelle** à la **suite** (……. ; ……. ; ……. ; ……. ; ……. ; ……. ; …….) et inversement.
- Les nombres …………. et …………. sont les **coefficients de proportionnalité** du tableau.

  En calculant l'inverse de chaque coefficient : $\frac{1}{\ldots\ldots\ldots}$ = ……….. et $\frac{1}{\ldots\ldots\ldots}$ = ………..

  Ainsi les coefficients ………. et ………. sont …………………..

On retiendra :

Si on connaît l'un des deux coefficients de proportionnalité d'un tableau, le 2$^{\text{ème}}$ se détermine en calculant l'………..………….. du 1$^{\text{er}}$.

2. Calcul d'une quatrième proportionnelle

Dans l'activité précédente et d'après les valeurs des colonnes n°4 et n°5 du tableau nous avons vu que :

$\frac{32,25}{25,8}$ = ... et $\frac{46}{36,8}$ = ... ainsi les deux rapports sont ……..…….. : $\frac{}{} = \frac{}{}$

On dit que les rapports $\frac{46}{36,8}$ et $\frac{32,25}{25,8}$ **sont de même proportion.**

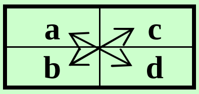
De plus, si on calcule les produits des extrêmes (« Produit entre numérateur et dénominateur des rapports ») :

…………. × …………. = ……………. et …………. × …………. = …………….

On a alors l'égalité : …………. × …………. = …………. × ………….

On retiendra :

Soit a, b, c et d des nombres réels avec b et d non nuls :



Si les rapports $\frac{a}{b}$ et $\frac{c}{d}$ sont de même proportion alors :

- **le tableau est de ………………………………**
- **Les produits des extrêmes sont ……………. : ……………………………….**

On parle aussi de « Produit en ……………… ».

Application :

Calculer x dans les cas pour que les rapports suivants soient de même proportion :

a) $\frac{x}{3,9}$ et $\frac{0,75}{4,5}$ b) $\frac{0,9}{0,25}$ et $\frac{9,6}{x}$

Réponses :

a) ……………………………………….

……………………………………….

……………………………………….

b) ……………………………………….

……………………………………….

……………………………………….

3. Les partages proportionnels

Activité :

Un employeur propose une prime à ses secrétaires pour un compte-rendu manuscrit à mettre en forme. Il souhaite que le partage soit proportionnel au nombre de pages tapées :

La première secrétaire a tapé 15 pages du compte-rendu, la seconde 20 pages et la troisième 25 pages. Sachant que la seconde secrétaire a bénéficié d'une prime de 48 € calculer celle des deux autres ainsi que la somme totale partagée.

Si on appelle x et y la part respective de la $1^{\text{ère}}$ et la $2^{\text{ème}}$ secrétaire, on complétera le tableau suivant :

Secrétaire	n°1	n°2	n°3		
....					
....					

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

………………………………………………………………………………………………………..

Conclusion : La part des deux autres secrétaires est ……… € et ……… €. La somme totale est ……… €.

Remarques :

Le tableau étant de proportionnalité, on a l'égalité des rapports suivant : ………. = ………. =………. =……

Par ailleurs, si on considère la « colonne somme », on observe que : $\frac{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots}{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots.$

Ainsi, en ajoutant une colonne « somme » à ce tableau de proportionnalité, celui-ci reste de ……………..…….

On retiendra :

- **Etant donné succession de rapports égaux alors le rapport dont :**
  - **le numérateur est égal à la somme des numérateurs et**
  - **le dénominateur est égal à la somme des dénominateurs**

est aussi de même ………….……….

- **Autrement dit : Si a, b, c sont des nombres réels et a', b', c' des nombres réels non nuls tels que** $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ **alors** $\frac{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots}{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Application :

Le départ d'une course de semi-marathon (21 km environ) est fixé à 8h00. Deux postes de chronométrage sont installés sur le parcours. Le $2^{\text{ème}}$ poste est à 15 km du départ. La somme des distances des deux postes au départ est égale à la distance totale du parcours.

On suit un coureur tout au long de la course : Sa vitesse est constante sur toute la distance et il est pointé au 1^{er} poste de chronométrage à 8h20.

a. Quelle distance a parcouru ce coureur au 1^{er} poste de pointage ?
b. A quelle heure passe-t-il au $2^{\text{ème}}$ poste ?
c. A quelle heure franchit-il l'arrivée ?

✂---

Remarques :

Le tableau étant de proportionnalité, on a l'égalité des rapports suivant : ………. = ………. =………. =……

Par ailleurs, si on considère la « colonne somme », on observe que : $\frac{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots}{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots.$

Ainsi, en ajoutant une colonne « somme » à ce tableau de proportionnalité, celui-ci reste de ……………..…….

On retiendra :

- **Etant donné succession de rapports égaux alors le rapport dont :**
  - **le numérateur est égal à la somme des numérateurs et**
  - **le dénominateur est égal à la somme des dénominateurs**

est aussi de même ………….……….

- **Autrement dit : Si a, b, c sont des nombres réels et a', b', c' des nombres réels non nuls tels que** $\frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}$ **alors** $\frac{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots}{\dots\dots+\dots\dots+\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \frac{\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots}$

Application :

Le départ d'une course de semi-marathon (21 km environ) est fixé à 8h00. Deux postes de chronométrage sont installés sur le parcours. Le $2^{\text{ème}}$ poste est à 15 km du départ. La somme des distances des deux postes au départ est égale à la distance totale du parcours.

On suit un coureur tout au long de la course : Sa vitesse est constante sur toute la distance et il est pointé au 1^{er} poste de chronométrage à 8h20.

a. Quelle distance a parcouru ce coureur au 1^{er} poste de pointage ?
b. A quelle heure passe-t-il au $2^{\text{ème}}$ poste ?
c. A quelle heure franchit-il l'arrivée ?