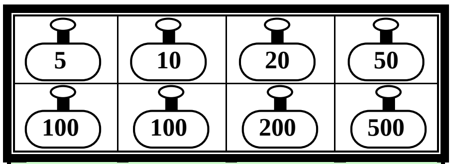
LES EQUATIONS DU 1er DEGRE A UNE INCONNUE

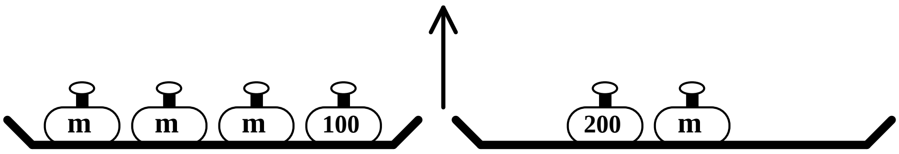
1. La notion d'équation

Activité :

Ci-dessous est représenté une des quatre boîtes de masses marquées dont nous disposons.
On recherche, parmi ces masses marquées, celles qui permettent l'équilibre de la balance sachant qu'à chaque pesée, **m représente la même masse** sur les deux plateaux.
Pour cela, compléter le tableau ci-dessous en « essayant » chacune des masses de la boîte.



Boîte de masses en g



Plateau n°1 **Plateau n°2**

		Somme des masses des plateaux en g		
	m	**Plateau n°1**	**Plateau n°2**	**Equilibre ? (Oui/Non)**
Masses m de la boîte				

Conclusion : L'équilibre est réalisé pour une masse **m = 50.**

Bilan de l'activité :

- La valeur m que l'on cherche dans ce problème s'appelle une **inconnue.**
- L'équilibre est réalisé lorsque il y a **égalité** entre les sommes des masses pour les deux plateaux.
  C'est-à-dire lorsque : ………………………………………… et en réduisant : …………………………
- Cette égalité où m peut apparaître plusieurs fois et désigne au moins une valeur est appelée une **équation.**

On retiendra :

Une **équation** est une **égalité** où apparaît plusieurs fois une **lettre** qui désigne une valeur inconnue.

Vocabulaire :

- **Résoudre l'équation de l'activité**, c'est trouver les valeurs de m pour lesquelles l'égalité est **vraie.**
- Ces valeurs s'appellent les **solutions** de **l'équation.**

  Exemple : ……………………………………………….

  car les expressions ………………………………… et …..………….………………… sont égales.
- Dans une équation, les expressions de chaque côté du symbole « = » s'appellent un **terme.**

  Exemple : Les **termes** de l'équation de l'activité sont : ……….……….……………et ……………….………..

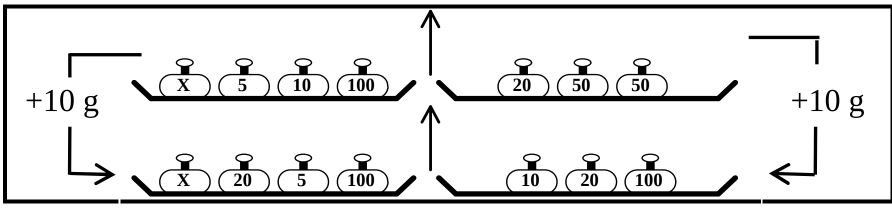
Remarque :

Certaines équations n'admettent pas de solution et d'autres plusieurs :

- Exemple : $x^2 = -16$ est une équation qui n'admet **aucune solution.**
- Exemple : $x^2 = 25$ est une équation qui admet **deux solutions** : $\mathbf{x = 5}$ et $\mathbf{x = -5}$.

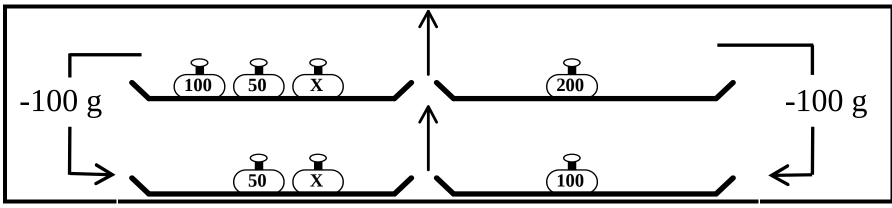
2. Les règles de transformation d'une équation

Activité n°1 : Trouver la masse qui a été ajoutée ou retirée entre les deux séries de balances en équilibre :



Solution évidente pour l'équilibre n°1 :
x = 5

Solution évidente pour l'équilibre n°2 :
x = 5



Solution évidente pour l'équilibre n°1 :
x = 50

Solution évidente pour l'équilibre n°2 :
x = 50

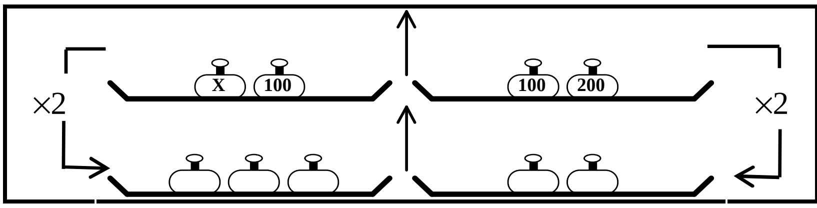
Conclusion : On peut, sans modifier l'équilibre, **additionner ou soustraire une même masse** sur les deux plateaux d'une balance.

Autrement dit, on peut écrire les transformations équations suivantes tout en conservant les mêmes solutions :

+10	$x + 115 = 120$	+10
	$X + 125 = 130$	

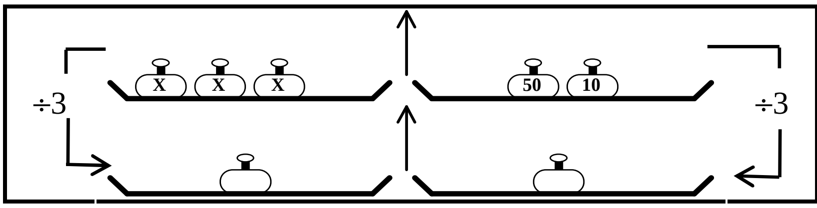
-100	$150 + x = 200$	-100
	$50 + x = 100$	

Activité n°2 :
Trouver les masses marquées sur les plateaux qui conservent l'équilibre entre les deux séries de balances :



Solution évidente pour l'équilibre n°1 :
x = 200

Solution évidente pour l'équilibre n°2 :
x = 200



Solution évidente pour l'équilibre n°1 :
x = 20

Solution évidente pour l'équilibre n°2 :
x = 20

Conclusion : On peut, sans modifier l'équilibre, **multiplier ou diviser par un même nombre** la somme des masses des plateaux d'une balance.

Autrement dit, on peut écrire les transformations équations suivantes tout en conservant les mêmes solutions :

×2	$x + 100 = 300$	×2
	$2x + 200 = 600$	

÷3	$3x = 60$	÷3
	$x = 200$	

On retiendra :

- Deux équations qui ont mêmes solutions sont dîtes **équivalentes.**
- Les **différentes transformations** possibles entre deux équations **équivalentes** sont :
  - **Ajouter** ou **retrancher** le même nombre à chacun des deux membres.
  - **Multiplier** ou **diviser** par le même nombre chacun des deux membres.
- **L'intérêt de « Transformer une équation »** est de trouver **ses solutions.**

Exemple n°1 : Comment résoudre l'équation : $x + 5 = 12$?

Il s'agit de neutraliser …… en ajoutant son ……………….. dans chacun des membres :

………………………. d'où ………………………. soit x = ………

Ainsi en ajoutant –5 à chaque membre de l'équation $x + 5 = 12$ devient x = ………...

On dit que l'on a ……..……..…….. le nombre 5 d'un membre à l'autre en changeant son ……..…………….

Exemple n°2 : Comment résoudre l'équation : $6x = 24$?

Il s'agit de neutraliser …… en ………………… par …. chacun des membres : ..……..…….. soit x = ……....

Ainsi en divisant par 6 chaque membre de l'équation $6x = 24$, le **coefficient multiplicateur 6** change de membre pour devenir ………………… : x = ………….

Exemple n°3 : Comment résoudre l'équation : $\frac{x}{3} = 12$?

Il s'agit de neutraliser le dénominateur …… de la fraction en ………………..…. par … chacun des membres : ………………………. d'où ………………………. soit x = ………

Ainsi en multipliant par 3 chaque membre de l'équation $\frac{x}{3} = 12$ le **coefficient diviseur 3** change de membre pour devenir ……………..…………… : x = ………….

3. Méthode de résolution d'une équation du premier degré

Grâce aux transformations que l'on connaît, on souhaite résoudre l'équation suivante :

$$\mathbf{17 - 5x = 13 - 7x}$$

- 1ère étape : Rassembler les « termes en x » dans le membre de gauche.

  On transpose ……… du membre de ………. dans l'autre membre : ……………………………

- 2ème étape : Rassembler les nombres « seuls » dans le membre de droite.

  On transpose ……… du membre de ………. dans l'autre membre : ……………………………

- 3ème étape : Réduire chaque membre de l'équation. ………………………………

- 4ème étape : Neutraliser le coefficient multiplicateur de x.

  Le nombre multiplicateur 2 change de membre pour devenir ………………… : ……………soit x = …….

- 5ème étape : Vérifier que l'égalité est vraie pour cette valeur de x en comparant la valeur des 2 membres.

  1er membre : ……………………………………. et 2ème membre : ……………………………….

  Donc l'égalité ……………………………………………est ………………….. **!**

- 6ème étape : Affirmer les solutions de l'équation. La solution de cette équation est le nombre ……..….

Application :

Résoudre l'équation $8(x-1)+6(2-x)=8$

……

……

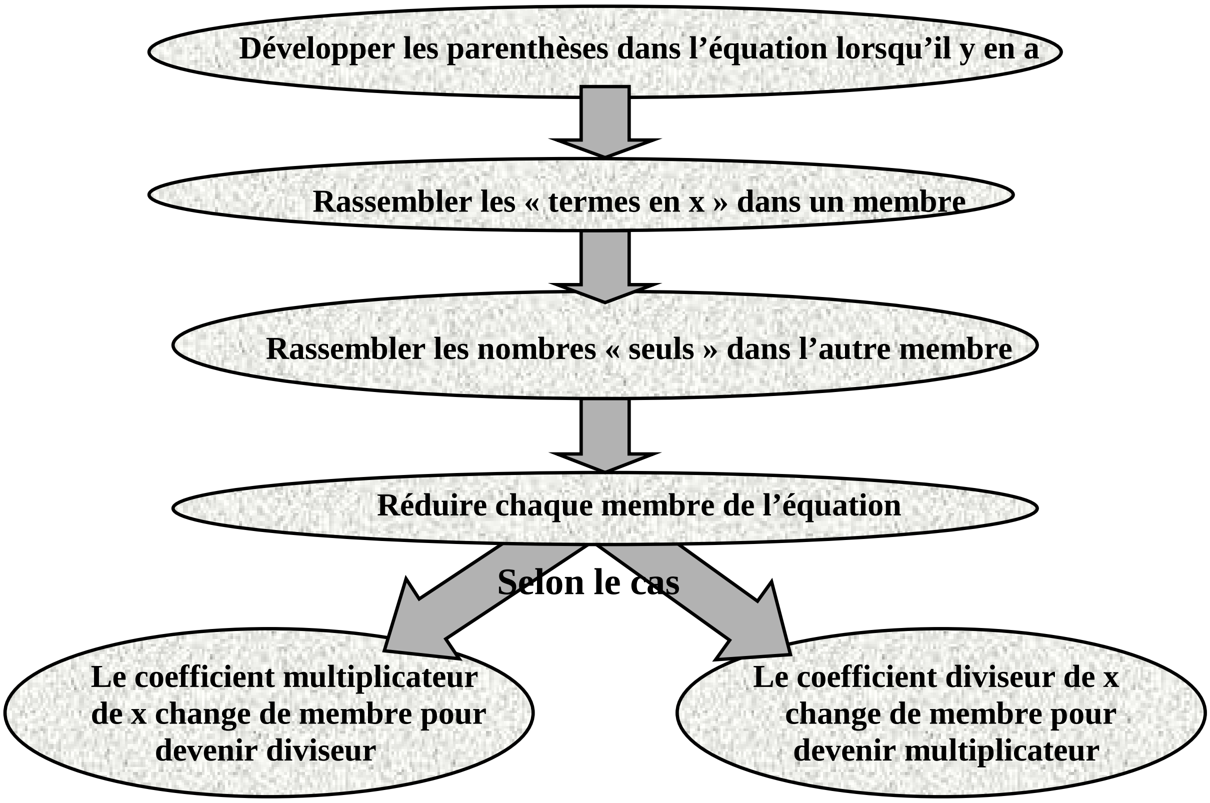
……

……

……

……

On retiendra le schéma de résolution suivant :



4. Mettre un problème en équation

Compléter le tableau suivant en traduisant soit en langage algébrique soit en langage courant :

LANGAGE COURANT	LANGAGE ALGÉBRIQUE
le double de x	
le carré de x	
le double du carré de x	
le cinquième de x	
ajouter 3 à x	
Retrancher 3 à x et multiplier le résultat par 5	
Multiplier le cube de x au tiers de 18	
Ajouter 6 au carré de x	
Retrancher x à 2 et diviser le résultat par 3	
Multiplier x par 3 et enlever 10 au résultat	
…………………………………………………………………..	2x – 1
Ajouter 5,5 au cube de x	
Retrancher le triple de x à 2	
…………………………………………………………..………..	$\frac{5x}{100}$
…………………………………………………………..………..	

Applications : Traduire en une équation chacun des problèmes suivants :

Pbm n°1 : Trouver le nombre x tel que :
« la moitié de la somme de x et de soixante est égal à cinquante. »

Equation : ……………………………………

Pbm n°2 : Trouver le nombre x tel que :
« le double de x auquel on a retranché 9 est égal à la somme de l'opposé de 8 et de x. »

Equation : ……………………………………

Pbm n°3 : Trouver le nombre x tel que :
« le triple de x auquel on ajoute quinze est égal au double de la somme de x et de huit. »

Equation : ……………………………………

Pbm n°4 : Trouver le nombre x tel que :
« la somme de cinq septièmes de x et de douze est égal au quatre septième de x auquel on a retranché huit. »

Equation : ……………………………………

Problème à résoudre :

« Dans un dépôt de presse, on souhaite acheter des journaux à 1,5 € chacun et deux revues à 3 € chacune.

Sachant que l'on dispose de 13,5 € combien peut-on acheter de journaux ? »

Méthode de résolution du problème :

$1^{ère}$ étape : Choix de l'inconnue :	On appellera x le ……………………...
$2^{ème}$ étape : Mise en équation du problème :	……………………..……...
$3^{ème}$ étape : Résolution de l'équation :	……………………..……... ……………………..……... ……………………..……... ……………………..……... ……………………..……...
$4^{ème}$ étape : Vérification :	Montant des journaux …………………=……... € Montant des revues …………………=……... € Total des dépenses : ……..... €
$5^{ème}$ étape : conclusion :	Le nombre de journaux que l'on peut acheter est …….....

On retiendra la méthode de résolution d'un problème :

$1^{ère}$ étape : Choix de l'inconnue x dans le texte.

$2^{ème}$ étape : Ecrire le problème sous la forme d'une équation grâce aux données du texte

$3^{ème}$ étape : Résoudre cette équation

$4^{ème}$ étape : Vérification

$5^{ème}$ étape : Conclusion du problème