LES PUISSANCES

1. Puissance d'un nombre

Activité :

a. Proposer un synonyme l'expression « puissance 2 ».
b. Proposer un synonyme l'expression « puissance 3 ».
c. Calculer le produit A = 2×2×2×2×2×2×2×2.
d. Proposer une écriture plus « courte » du produit A.
e. Ecrire « 3 puissance 6 » sous la forme d'un produit (multiplication).
f. Représenter la séquence des touches de la calculatrice qui permet le calcul de « 3 puissance 6 ».

Réponses :

a. Expressions synonymes de « puissance 2 » : « au carré » et « puissance 3 » : « au cube »
b. A = 2×2×2×2×2×2×2×2 = 256
c. A = 2^8 = 256 où 2^8 se lit « deux puissance sept » ou bien « deux exposant huit ».
d. A la calculatrice, on utilise la touche $\mathbf{x^y}$ ou $\mathbf{y^x}$ ou ^ : La séquence est : 2 $\mathbf{x^y}$ 8 **EXE** **résultat :** 128
e. « a puissance n » s'écrit a^n et pour a = 3 et n = 6, il s'agit du produit : $a^n = 3^6 = 3\times3\times3\times3\times3\times3$
« Produit de 6 facteurs égaux à 3 »
f. La plus petite valeur de n pour que « a puissance n » ait un sens est 1. Exemple $3^1 = 3$.
Donc n doit être un entier strictement positif pour l'écriture produit.

Définition de la puissance d'un nombre : Soit n un entier supérieur à 1 et a un nombre,

« a puissance n » est notée a^n et représente le produit $\underbrace{a\times \cdots\cdots \times a}_{\text{où « a » apparaît n fois}}$

Ainsi $a^n = a \times \ldots\ldots\ldots \times a$ où n est l'exposant.

Exemples : • $4^5 = 4\times4\times4\times4\times4 = 1024$; • $(-5)^3 = (-5)\times(-5)\times(-5) = -125$ • $1000^1 = 1000$

2. Cas particuliers : Puissances d'exposant nul

Grâce à la calculatrice, calculer : 10^0 ; $2{,}7^0$; 1000^0 ; 0^0 ; $(-50)^0$

On distingue alors les deux cas pour a^0 :

- **Pour tout nombre a non nul, a^0 possède une valeur : $a^0 = 1$**
- **Mais pour a = 0, l'écriture 0^0 n'a pas de valeur**

3. Les règles de calcul

n et p étant deux entiers supérieurs à 1 et
a étant un nombre réel, on retiendra les égalités suivantes :

- **Produit de deux puissances :** $a^n \times a^p = a^{n+p}$ ➡ Exemple : $7^2\times7^4 = 7^6$
- **Quotient de deux puissances :** $\frac{a^n}{a^p} = a^{n-p}$ ➡ Exemple : $\frac{10^5}{10^3} = 10^2$
- **Puissance d'une puissance :** $(a^n)^p = a^{n\times p}$ ➡ Exemple : $(21^5)^3 = 21^{15}$

LES PUISSANCES - EXERCICES

Exercice n°1 : Q.C.M. : Pour chaque ligne, indiquer la ou les réponses exactes.

		REPONSES			JUSTIFICATION
		A	B	C	
N°1	« 3 puissance 4 s'écrit »	3×4	3^4	4^3	
N°2	$5\times5\times5\times5\times5\times5$ s'écrit	5^5	6^5	5^6	
N°3	$(-10)^2$ est égal à	-100	-20	100	
N°4	-10^2 est égal à	-100	-20	100	
N°5	2^6 est égal à	32	12	64	
N°6	$2{,}5^2$ est égal à	5	6,25	5,65	
N°7	1^{100} est égal à	100	0	1	
N°8	35^0 est égal à	35	0	1	
N°9	0^{100} est égal à	0	1	100	
N°10	$(-1)^6$ est égal à	-1	1	6	
N°11	$(-1)^9$ est égal à	-1	1	9	

Exercice n°2 :
Compléter le tableau suivant sans utiliser la calculatrice :

Expression	5 au carré	1 puissance 4		(-5) au cube		
Ecriture avec des puissances	5^2		$(-2)^5$			
Ecriture sous la forme de produit	5×5				$(-3)\times(-3)\times(-3)\times(-3)$	
Valeur décimale	25					1 000

Exercice n°3 :
Calculer à l'aide de la calculatrice les puissances suivantes :

$2{,}8^6 =$; $11^6 =$; $(-1{,}2)^4 =$; $(-75)^3 =$

Exercice n°4 :
Compléter le tableau suivant :

Règles	$a^n \times a^p =$ ……	$\frac{a^n}{a^p} =$ ……	$(a^n)^p =$ ……
N°1	$6^5\times6^3 =$ ……..	$\frac{5^7}{5^2} =$ ……..	$(4{,}8^2)^3 =$ ……..
N°2	$2^7\times2^4 =$ ……..	$\frac{(-8)^{16}}{(-8)^{15}} =$ ……..	$(13^4)^{-4} =$ ……..
N°3	$7^5\times$ …….. $= 7^{15}$	$\frac{15^{12}}{\ldots\ldots} = 15^3$	$(9^2)^{\ldots\ldots} = 9^{14}$
N°4	$3^5\times3^2\times3^6 =$ ……..	$\frac{\ldots\ldots}{11^2} = 11^8$	$(2^{\ldots})^{-5} = 2^{-35}$