NOTION D'IMPEDANCE

1 . Rappels et compléments

1 . 1 . Les caractéristiques des dipôles les plus communs

Un conducteur ohmique est un dipôle caractérisé par sa résistance R mesurée en ohms (Ω).

Un condensateur est un dipôle caractérisé par sa capacité C mesurée en farads (F).

Une bobine est un dipôle caractérisé par sa résistance R mesurée en ohms (Ω) et par son inductance L mesurée en henry (H). Une bobine est constituée d'un enroulement de cuivre sur un noyau de fer doux.

On différencie les bobines parfaites ou idéales des bobines réelles : l'enroulement de cuivre possède obligatoirement une résistance (plus ou moins grande suivant la qualité de la bobine). La bobine réelle possède une inductance L et une résistance R, alors que la bobine idéale ne possède qu'une inductance L (R = 0).

1 . 2 . Rappel sur la représentation de Fresnel

Une tension alternative sinusoïdale s'écrit : $u = U\sqrt{2}\ \sin(\omega t + \varphi)$

avec u : valeur instantanée,

U : valeur efficace,

U_M : valeur maximale ou amplitude, $U_M = U\sqrt{2}$,

ω : pulsation (en rad/s), $\omega = 2\pi f$ (avec f fréquence en hertz (Hz)),

φ : phase à l'origine (rad).

Par définition, le facteur de puissance (nombre sans unité) est donné par : $\cos\varphi$.

1 . 3 . Lois des tensions et des intensités

En régime sinusoïdal, les lois du courant sont vectorielles. Pour additionner des intensités ou des tensions, il faut tracer un diagramme de Fresnel.

2 . Impédance

2 . 1 . Définition

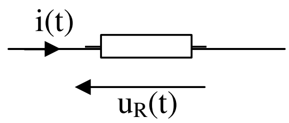
En régime sinusoïdal, le rapport $\frac{U}{I}$ ou $\frac{U_M}{I_M}$ s'appelle impédance et se note Z et s'exprime en Ω.

Remarque : en régime continu, le rapport précédent s'appelle résistance : $R = \frac{U}{I}$.

En régime sinusoïdal, on a pour :

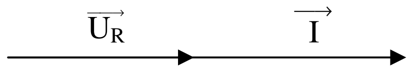
- un conducteur ohmique de résistance R : $Z_R = R$,
- un condensateur de capacité C : $Z_C = \dfrac{1}{C\omega}$,
- une bobine idéale d'inductance L : $Z_L = L\omega$.

2 . 2 . Cas du conducteur ohmique



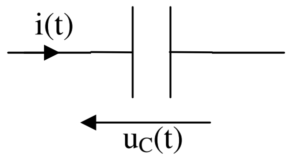
La tension instantanée $u_R(t)$ aux bornes d'un conducteur ohmique de résistance R, parcouru par un courant d'intensité instantanée i(t), s'écrit :

$$u_R(t) = R \times i(t).$$

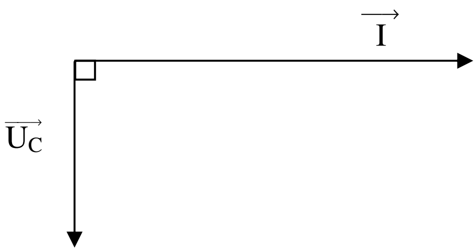


On en déduit que $u_R(t)$ et i(t) sont en phase, donc que l'angle entre $\overrightarrow{I}$ et $\overrightarrow{U_R}$ est nul.

2 . 3 . Cas du condensateur



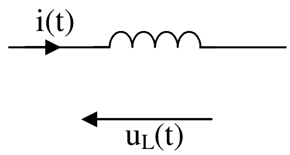
La tension instantanée $u_C(t)$ aux bornes d'un condensateur est en retard de $\dfrac{\pi}{2}$ rad sur le courant d'intensité instantanée i(t).



On dit aussi que le déphasage de $u_C(t)$ par rapport à i(t) est de $-\dfrac{\pi}{2}$ rad.

On en déduit que l'angle entre $\overrightarrow{I}$ et $\overrightarrow{U_C}$ vaut $-\dfrac{\pi}{2}$ rad soit –90°.

2 . 4 . Cas de la bobine idéale



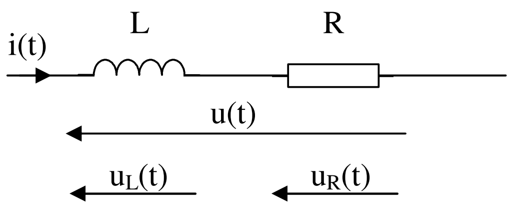
La tension instantanée $u_L(t)$ aux bornes d'une bobine idéale est en avance de $\dfrac{\pi}{2}$ rad sur le courant d'intensité instantanée i(t).

On dit aussi que le déphasage de $u_L(t)$ par rapport à i(t) est de $\dfrac{\pi}{2}$ rad.

On en déduit que l'angle entre $\overrightarrow{I}$ et $\overrightarrow{U_L}$ vaut $\dfrac{\pi}{2}$ rad soit 90°.

3 . Exemple de calcul d'impédance : cas de la bobine réelle

On assimile une bobine réelle à une bobine idéale d'inductance L en série avec un conducteur ohmique de résistance R



On souhaite calculer l'impédance Z d'une bobine réelle.

La tension $\overrightarrow{U}$ aux bornes de la bobine réelle est donnée par $\overrightarrow{U} = Z \times \overrightarrow{I}$.

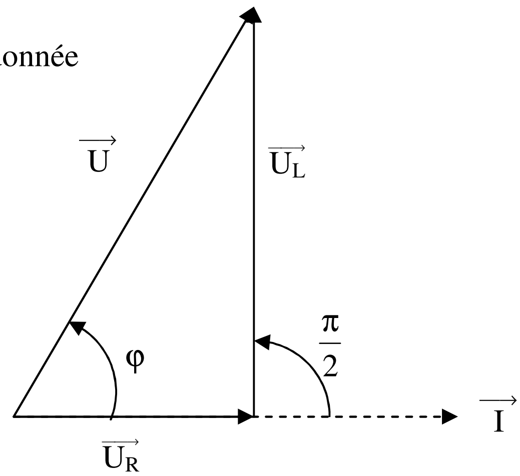
La tension $\overrightarrow{U_R}$ aux bornes du conducteur ohmique est donnée par $\overrightarrow{U_R} = Z_R \times \overrightarrow{I}$,

soit $\overrightarrow{U_R} = R \times \overrightarrow{I}$.

La tension $\overrightarrow{U_L}$ aux bornes de la bobine idéale est donnée par $\overrightarrow{U_L} = Z_L \times \overrightarrow{I}$, soit $\overrightarrow{U_L} = L\omega \times \overrightarrow{I}$.

On peut écrire : $\overrightarrow{U} = \overrightarrow{U_R} + \overrightarrow{U_L}$.

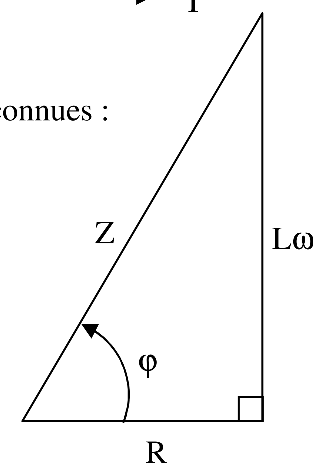
On trace le diagramme de Fresnel pour calculer U.



On obtient un triangle rectangle dont les longueurs de deux des cotés sont connues :
A l'aide du théorème de Pythagore, on peut déterminer la valeur de Z :

$$Z^2 = R^2 + (L\omega)^2$$

donc $Z = \sqrt{R^2 + (L\omega)^2}$.



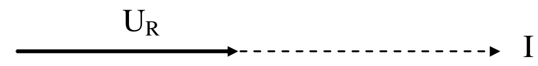
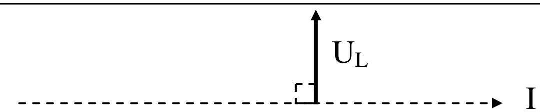
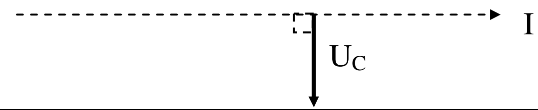
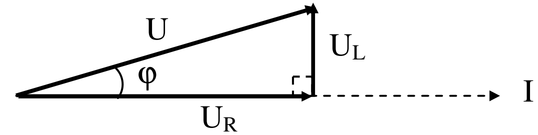
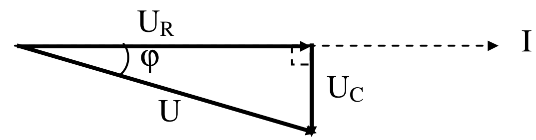
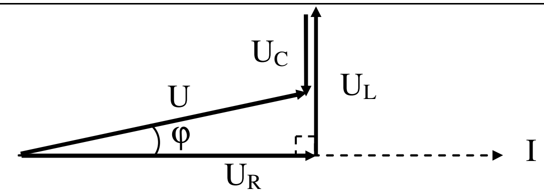
On a aussi : $\cos\varphi = \frac{R}{Z}$, donc $\cos\varphi = \frac{R}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}}$.

Application : déterminer l'impédance d'une bobine réelle d'inductance L = 0,5 H et de résistance interne R = 50 Ω utilisée sur un montage fonctionnant sur le secteur (f = 50 Hz). En déduire le facteur de puissance, puis la phase à l'origine.

$$Z = \sqrt{50^2 + (0{,}5 \times 2\pi \times 50)^2}\text{, donc } Z = 165\ \Omega.$$

$$\cos\varphi = \frac{50}{\sqrt{50^2 + (0{,}5 \times 2\pi \times 50)^2}}\text{, donc } \cos\varphi = 0{,}303\text{, donc } \varphi = 72{,}34°.$$

NOTION D'IMPEDANCE : RESUME

	Impédance : Z	Facteur de puissance : cos φ	Déphasage : φ	Schéma
Conducteur ohmique	R	1	0	
Inductance	$L\omega$	0	$\frac{\pi}{2}$	
Condensateur	$\frac{1}{C\omega}$	0	$-\frac{\pi}{2}$	
Circuit RL	$\sqrt{R^2+(L\omega)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	
Circuit RC	$\sqrt{R^2+\left(\frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	
Circuit RLC	$\sqrt{R^2+\left(L\omega-\frac{1}{C\omega}\right)^2}$	$\frac{R}{Z}$	Valeur à calculer	

Formules : $U = Z \times I$; $\omega = 2\pi f$.