https://ww2.ac-poitiers.fr/math/spip.php?article472 - Auteur : Raphaël Nivelle

La Maison de la Culture

publié le 25/01/2013 - mis à jour le 07/07/2016

Tâche complexe sur les aires au cycle 4

Descriptif :

Exemple de mise en œuvre des formules d'aires au cycle 4.

Sommaire :

- Les aires au collège
- Un exemple de tâche complexe

Les aires au collège

Les références au programme

Au collège, le parcours sur les aires des surfaces planes peut suivre la progression suivante :

- comparer géométriquement des aires de surfaces planes par découpage et recollement ;
- étude des rapport d'aires de figures à l'aide de décompositions et recompositions ;
- passage à la mesure par le choix d'un étalon d'aire (quadrillage, réseau) ;
- calcul d'aires de figures *complexes*, après avoir obtenu les formules des surfaces planes usuelles.

Les formules exigibles en sixième concernent le rectangle, le carré, le triangle rectangle et le disque. En cinquième, on généralise deux formules vues en sixième en abordant l'aire du triangle quelconque et celle du parallélogramme. Bien qu'abordées en fin de parcours, l'obtention de ces formules n'est pas le but ultime du travail sur les aires et ne doit pas occulter les techniques fondamentales mises en œuvre au cours de ces chapitres.
En effet, les problématiques liées aux aires reposent principalement sur des approches expérimentales, **le découpage et le recollement**, **l'utilisation d'un quadrillage**, lesquelles servent de base à l'axiomatique de la mesure des aires planes.

Compétences abordées

Afin de donner du sens à la notion d'aire, il apparaît nécessaire de proposer, dans un premier temps, des activités donnant lieu à des découpages réels de figures dans un but de comparaison ou d'étude de rapport.
Cette méthode, mise en place dès le cycle 3, va progressivement évoluer vers un découpage mental qui va permettre, en fin de chapitre de calculer des aires de figures complexes, conformément à la dernière capacité évoquée dans le programme de cinquième :

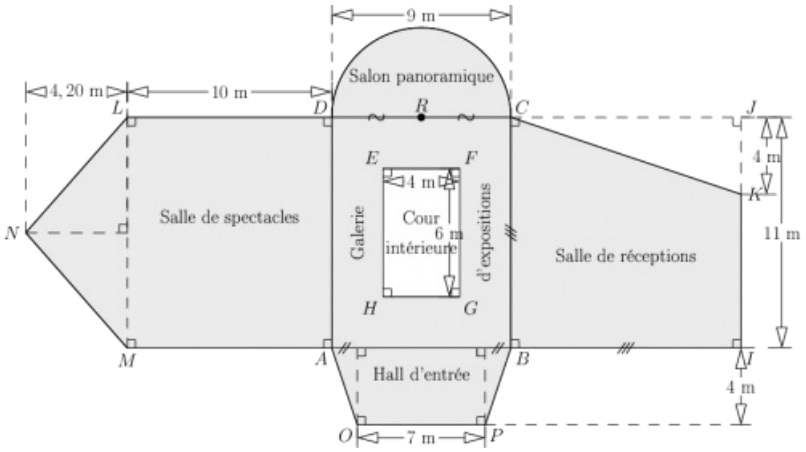
Calculer l'aire d'une surface plane ou celle d'un solide, par décomposition en surfaces dont les aires sont facilement calculables.

Le découpage d'une surface en puzzle de surfaces usuelles (dont l'aire est donnée par une formule) est donc une compétence transversale du chapitre. Une tâche complexe sur ce thème prend alors tout son sens.

Un exemple de tâche complexe

Exemple de départ

L'objectif principal de cette activité de fin de chapitre de cinquième, était de faire manipuler par les élèves les différentes formules obtenues depuis leur entrée en sixième.
Celles-ci, bien que peu nombreuses, sont souvent mal assimilées et donnent lieu à des confusions classiques (formule hybride entre deux formules d'aires connues, confusion avec le périmètre).
Le contexte était le calcul de l'aire totale d'une Maison de la Culture dont un plan coté est donné aux élèves :



Ils devaient, sur une heure de cours, calculer cette aire en détaillant leur démarche et en citant les formules utilisées ainsi que les figures sur lesquelles s'appliquaient ces formules. Leur production écrite a été ramassée à la fin de l'heure afin de les motiver à soigner leur rédaction.
La difficulté résidait dans le fait qu'ils avaient plusieurs formules usuelles à appliquer pour obtenir l'aire totale. Ils ont eu recours à plusieurs procédés de découpages :

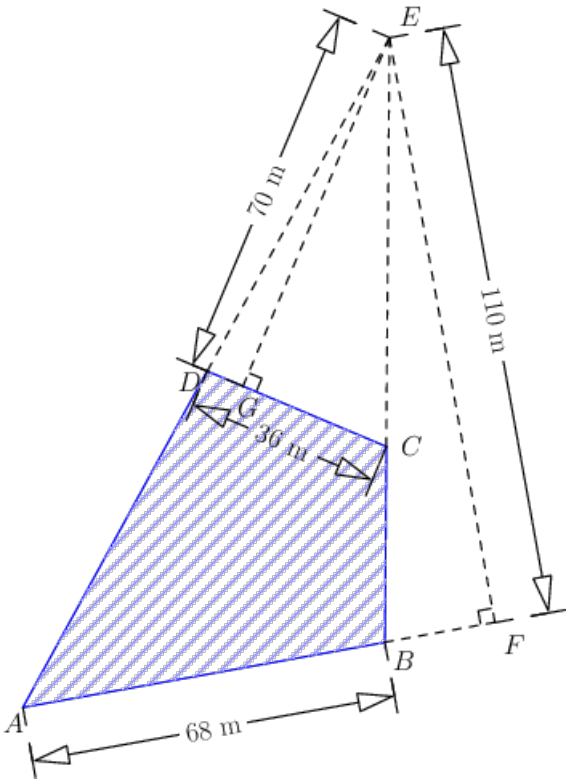
- découpage **"intérieur"** d'une surface en surfaces simples puis **addition** des aires : la salle de spectacle et le hall d'entrée ;
- découpage "intérieur" d'une surface en surfaces simples puis soustraction des aires : la galerie d'exposition avec la cour intérieure ;
- découpage **"extérieur"** d'une surface en surfaces simples puis **soustraction** des aires : la salle de réception ;

Déroulement de séance

Les élèves ont travaillé par binôme afin de susciter échanges, débats et confrontations de méthodes. Dans l'ensemble, ils ont tous pu démarrer l'activité et calculer les aires des surfaces les plus faciles à identifier (demi-disque et rectangles pour la galerie d'exposition).
Pour les binômes en difficulté, un coup de pouce était donné en les accompagnant dans leur découpage mental et en attirant leur attention sur le codage et les cotations.
Les binômes les plus efficaces se sont partagé le travail en se répartissant les aires à calculer.
La gestion de ce type de séance reste toujours délicate, avec un niveau sonore assez élevé, une sollicitation fréquente de l'enseignant et des binômes extrêmement hétérogènes. Néanmoins, la classe a abordé cette tâche de manière positive et l'activité mathématiques a été réelle.

Prolongements

Pour les binômes les plus rapides, une suite était proposée : il s'agissait de calculer l'aire du terrain $ABCD$ où la maison allait s'implanter[1] :



Les calculs demandés étaient du même ordre mais les découpages étaient moins visibles : il fallait calculer l'aire de triangles dont un avec une hauteur extérieure, puis raisonner par soustraction d'aires.
Pour finir, une conversion en unités d'aires agraires était demandée, avec une question ouverte sur le coefficient d'occupation des sols.

(1) Figure basée sur un code de Christophe Poulain

Documents joints

Document de départ distribué aux élèves (PDF de 28.8 ko)

Tâche complexe sur les aires en cinquième.

Document élève pour le prolongement (PDF de 141 ko)

Tâche complexe sur les aires en cinquième.

fichier Geogebra du plan de la salle pour la synthèse en classe entière (Fichier GeoGebra de 8.2 ko)

Ce fichier permet de visualiser le découpage avec des couleurs différentes pour chaque pièce.

fichier Geogebra du terrain pour une présentation à la classe (Fichier GeoGebra de 6.3 ko)

Tâche complexe sur les aires en cinquième.

sources des documents (Zip de 513.8 ko)

Ce dossier contient les sources Latex et Asymptote nécessaires pour l'obtention des documents élèves.

Académie de Poitiers

Avertissement : ce document est la reprise au format pdf d'un article proposé sur l'espace pédagogique de l'académie de Poitiers.
Il ne peut en aucun cas être proposé au téléchargement ou à la consultation depuis un autre site.