



## 3 cercles tangents - Solution

publié le 16/03/2012

### une proposition de solution

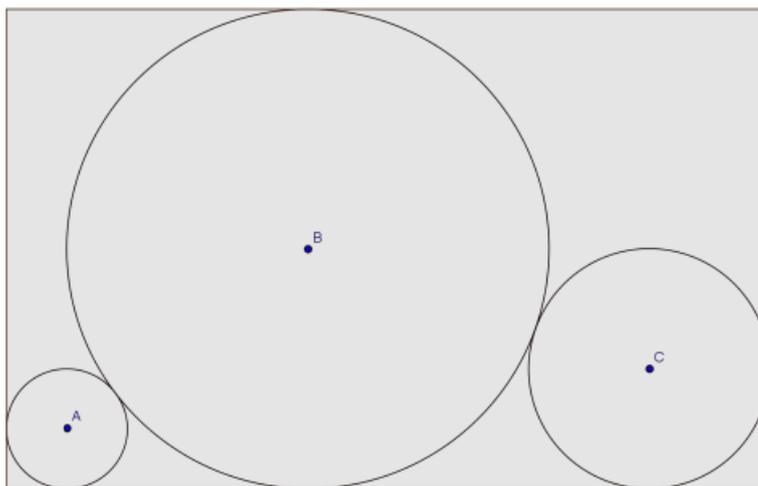
*Descriptif :*

Pour les élèves de première et terminale

*Sommaire :*

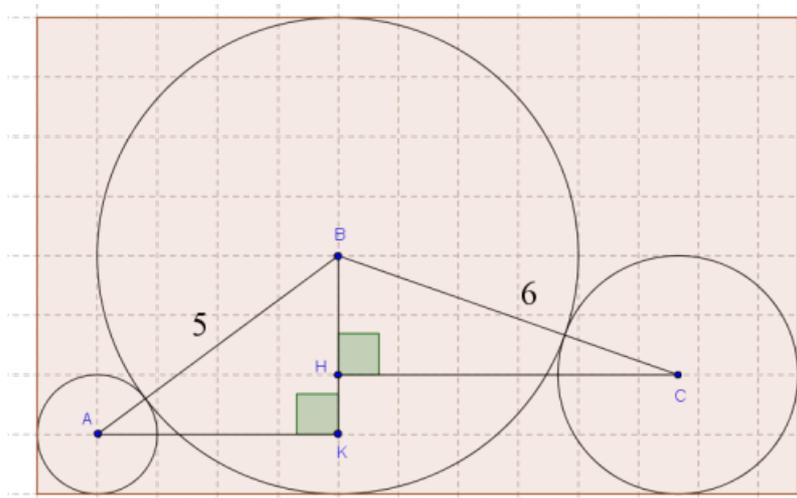
- énoncé
- solution
- prolongements et sujets d'étude

#### ● énoncé



Déterminer la longueur du rectangle, lorsque les 3 cercles ont pour rayons respectifs 1, 4, 2.

#### ● solution



On trace la parallèle à la longueur du rectangle, passant par A, puis celle passant par C, puis la perpendiculaire à ces deux droites passant par B. Enfin on trace les segments [AB] et [BC] qui passent par les points ou sont tangents

les cercles.

On obtient alors deux triangles rectangles AKB et BHC dont les hypoténuses [AB] et [BC] mesurent  $1+4=5$  et  $4+2=6$ .

D'autre part la longueur BK est égale à la différence des rayons des cercles de centres respectifs B et A. Donc  $BK=4-1=3$

La longueur BH est égale à la différence des rayons des cercles de centres respectifs B et C. Donc  $BH=4-2=2$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle ABK :

$AK^2+BK^2=AB^2$  donc  $AK^2=AB^2-BK^2=5^2-3^2=16$ . Donc  $AK=4$

On applique le théorème de Pythagore dans le triangle BHC :

$BH^2+HC^2=BC^2$  donc  $HC^2=BC^2-BH^2=6^2-2^2=32$  donc

$$HC = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

Si on désigne par  $R_1$  et  $R_3$  les rayons des cercles de centres A et C, par L la longueur du rectangle, on a alors :

$$L = R_1 + AK + HC + R_3 = 1 + 4 + 4\sqrt{2} + 2 = 7 + 4\sqrt{2}$$

### ● prolongements et sujets d'étude

Et si on change l'ordre des cercles ?

Et si on augmente le nombre de cercles, toujours à rayons entiers, peut on trouver un ordre qui minimise la longueur du rectangle ?

