



Un problème d'optimisation

publié le 24/02/2011 - mis à jour le 30/08/2011

Appréhender la notion de fonction en troisième

Descriptif :

L'objectif de cette activité est de faire émerger, au travers d'un exemple, la notion de fonction en tant que processus faisant correspondre, à un nombre, un autre nombre.

Sommaire :

- Présentation du problème
- Réalisation de la boîte et calcul de volume
- Modélisation
- Représentation graphique : le recours aux TICE
- Bilan de l'activité

● Présentation du problème

L'activité a été proposée à des élèves de troisième en introduction au chapitre *Notion de fonction*.

Une feuille de papier de format A4 a été distribuée à chaque élève.

Deux questions ont été écrites au tableau :

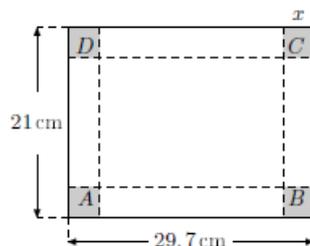
- À partir de cette feuille, comment construit-on le patron d'une boîte sans couvercle ayant la forme d'un pavé droit ?
- Existe-t-il un format de boîte ayant un volume maximal ?

La première phase d'approche du problème a été expérimentale : les élèves ont réfléchi dans un premier temps à la forme que devait prendre le patron pour obtenir la boîte sans couvercle.

L'idée d'enlever des carrés à chaque coin de la feuille de départ n'est pas venue tout de suite. Pour la plupart, il leur a fallu manipuler un modèle déjà réalisé pour percevoir la forme du patron.

Ensuite, le débat a été orienté sur la hauteur à prendre pour la boîte : certains avaient bien compris que la hauteur choisie conditionnait la taille du fond de la boîte. Il en est ressorti des contraintes sur le

choix de la hauteur : "entre 0,5 cm et 10 cm" (les élèves ont déterminé ces contraintes pour que la boîte soit réalisable d'un point de vue pratique).



Découpage de la feuille A4

● Réalisation de la boîte et calcul de volume

Nous sommes ensuite passés à la phase de réalisation de la boîte : les élèves se sont répartis les différentes hauteurs (certains ont tout de même choisi des hauteurs identiques) et sont passés au tracé du patron, ce qui a permis de retravailler la géométrie de base. Pendant ce temps de réalisation, certaines réflexions ont été émises, notamment plusieurs élèves qui prédisaient que tout le monde obtiendrait le même volume. Le patron étant réalisé,

les élèves ont effectué le calcul de volume, ce qui a été l'occasion de revenir sur la formule de volume d'un pavé et sur les unités de volume.

Un relevé de valeurs a été réalisé au tableau et les élèves ont pu se rendre compte des variations du volume : on a ainsi pu établir que le volume de la boîte *variait en fonction de la taille du carré découpé*.



Patron et dessin en perspective de la boîte (Fichier GeoGebra de 7 ko)

● Modélisation

Après un temps de mise en commun où il a été établi que le volume dépendait de la taille du carré enlevé aux quatre coins, une fiche a été distribuée pour amorcer la modélisation du problème. Cette phase délicate s'est déroulée avec l'appui du professeur : en effet, les élèves ont une certaine appréhension de la "formule" et beaucoup ont correctement exprimé les dimensions de la boîte en fonction de x mais n'osaient pas passer au calcul du volume car "cela ne donnait rien" (pas de valeur numérique au bout du calcul).

Un retour au calcul littéral, en rappelant le concept de formule, a permis de conclure et d'obtenir l'expression $V(x)$ du volume.

● Représentation graphique : le recours aux TICE

Ayant obtenu la fonction sous la forme d'un tableau de valeurs et d'une formule, il restait à établir la photo d'identité de cette fonction, c'est-à-dire sa représentation graphique. Ainsi, au travers de cet exemple, nous aurons balayé les trois "cadres" d'expression d'une fonction (numérique, fonctionnel/algébrique, graphique), conformément au programme.

○ La calculatrice

L'expression de la fonction étant établie, le renseignement d'un tableau de valeurs à l'aide de la calculatrice avait pour but :

- d'initier au calcul d'image : substitution d'une valeur numérique à la variable ("on remplace x par...")
- de vérifier et corriger les éventuelles erreurs ou imprécisions du relevé de valeurs obtenu lors de la phase expérimentale.

Lors de cette phase, les élèves se sont partagé les valeurs et ont bien perçu le côté répétitif de la procédure. Le tracé de la courbe a permis de remettre en place des acquis antérieurs : abscisse, ordonnée, graduations. La traduction graphique du maximum est ensuite venue très naturellement ("c'est le point le plus haut de la courbe").

 [Approche papier-calculatrice](#) (PDF de 51.2 ko)
Fiche élève - Une introduction aux fonctions

○ Le tableur-grapheur

Plusieurs élèves avaient pointé l'aspect répétitif, voire pénible du travail avec la calculatrice : l'occasion était donnée de leur présenter un outil plus puissant.

Le travail sur tableur-grapheur s'est déroulé en salle informatique en demi-classe. Une fiche de consignes (ci-dessous) guidait fortement les élèves et devait leur permettre d'aboutir à un fichier contenant un tableau de valeurs, ainsi que le graphique associé.

Cette séquence a permis de travailler et valider les compétences B2i relatives au tableur. La pertinence et l'efficacité de l'outil informatique ont clairement été mises en valeur.

 [Approche tableur-grapheur](#) (PDF de 203.5 ko)
Fiche élève - Tableur et fonctions

● Bilan de l'activité

Au terme des cinq heures consacrées à ce parcours, les élèves se sont construit une image mentale du concept de fonction. La situation-problème était suffisamment consistante pour que toutes les capacités du programme puissent être abordées et articulées autour des deux questions de départ. Bien que la notion de fonction ne soit pas un exigible du socle commun, de nombreuses compétences de celui-ci ont été travaillées :

- rechercher, extraire, organiser l'information utile ;
- réaliser, manipuler, mesurer, calculer, appliquer des consignes ;
- raisonner, argumenter, pratiquer une démarche ;
- mener à bien un calcul, à la main ou à la calculatrice ;
- connaître et utiliser les propriétés des objets de l'espace ;
- créer, modifier une feuille de calcul, insérer une formule ;
- réaliser un graphique de type donné.

Un dernier document Geogebra (ci-dessous), projeté en classe, a permis de synthétiser la démarche et d'institutionnaliser les connaissances mises en exergue au travers de ce parcours.

 [Fonctions en troisième : volume maximal d'une boîte](#) (Fichier GeoGebra de 6.2 ko)
Synthèse de la démarche



Académie
de Poitiers

Avertissement : ce document est la reprise au format pdf d'un article proposé sur l'espace pédagogique de l'académie de Poitiers.

Il ne peut en aucun cas être proposé au téléchargement ou à la consultation depuis un autre site.