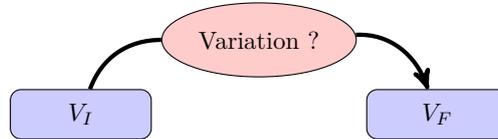


1 Différentes manières de mesurer la variation d'une grandeur

Lorsqu'une grandeur évolue au cours du temps, elle passe d'une valeur initiale V_I à une valeur finale V_F . Comment mesurer cette variation ?



1.1 Variation absolue

Il s'agit de mesurer la différence entre les deux valeurs :

$$\text{Variation absolue} = V_F - V_I$$

Exemple : le chiffre d'affaires d'une entreprise est passé de 120 000 euros en 2016 à 111 000 euros en 2017. La variation absolue est $V_F - V_I = V_{2017} - V_{2016} = 111\,000 - 120\,000 = -9\,000$. Le chiffre d'affaires a baissé de 9 000 euros entre 2016 et 2017

Remarque : la variation absolue est une quantité algébrique (elle peut être négative) qui s'exprime dans la même unité que la grandeur étudiée.

1.2 Variation relative

Pour tenir compte de l'importance de l'évolution par rapport à la valeur initiale, on peut calculer la variation relative :

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I}$$

Exemple : dans l'exemple précédent, l'évolution relative est égale à

$$t = \frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{111\,000 - 120\,000}{120\,000} = -0,075$$

Ce nombre au format décimal peut s'exprimer sous la forme d'un pourcentage : $-0,075 = -7,5\%$. Le chiffre d'affaires a baissé de 7,5% entre 2016 et 2017.

Remarque : la variation relative est un nombre algébrique sans unité qu'on exprime le plus souvent sous la forme d'un pourcentage.

1.3 Coefficient multiplicateur

Il est aussi possible de mesurer l'évolution à l'aide d'un coefficient multiplicateur qui exprime par combien il faut multiplier la valeur initiale V_I pour obtenir la valeur finale V_F :

$$CM = \frac{V_F}{V_I}$$

 **Exemple :** dans l'exemple précédent, le coefficient multiplicateur est égal à :

$$CM = \frac{V_F}{V_I} = \frac{111\,000}{120\,000} = 0,925$$

Le chiffre d'affaires a été multiplié par 0,925 entre 2016 et 2017.

 **Remarque :**

- une diminution correspond à $0 \leq CM < 1$;
- une augmentation correspond à $CM > 1$

1.4 Relations à retenir

 **Définition et propriété :**

Si une quantité évolue de $T\%$ entre une valeur initiale V_I et une valeur finale V_F (coeff. multiplicateur CM) alors on a les relations suivantes :

- si l'évolution est une baisse, alors on a $CM = 1 - \frac{T}{100}$;
- si l'évolution est une hausse, alors on a $CM = 1 + \frac{T}{100}$;

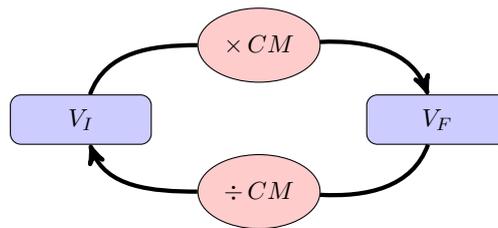
Dans tous les cas :

$$V_F = V_I \times CM \quad \text{et} \quad V_I = V_F \div CM$$

et on peut retrouver la valeur du taux d'évolution à partir du coefficient multiplicateur :

$$T = (CM - 1) \times 100$$

 **Remarque :** Le coefficient multiplicateur est un moyen efficace pour calculer des valeurs initiales ou finales.



 **MoodleBox :** se connecter à la MoodleBox et faire les deux séries d'exercices repérés par l'icône 

Exercice méthode 1 (calculer un taux d'évolution) :

Situation : Lors d'une épidémie de grippe, il y avait 225 000 malades en semaine 6 et 193 000 en semaine 7. Calculer le taux d'évolution du nombre de malades entre la semaine 6 et la semaine 7.

Démarche :

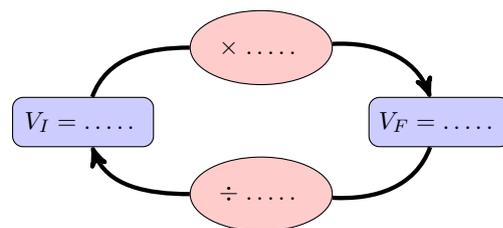
1. On repère les valeurs initiale et finale : $V_I = \dots\dots\dots$ et $V_F = \dots\dots\dots$
2. On applique la formule : $\frac{V_F - V_I}{V_I} = \frac{\dots\dots\dots - \dots\dots\dots}{\dots\dots\dots} = \dots\dots\dots$
3. On convertit le taux décimal au format pourcentage en décalant la réponse de 2 crans vers la droite : Le taux d'évolution est de %.

Exercice méthode 2 (calculer une valeur) :

Situation 1 : En début 2017, le prix d'une mémoire vive DDR4 de 8 Go coûtait 64 euros. Au cours de l'année, son prix a augmenté de 55%. Quel est son nouveau prix en fin d'année 2017?

Démarche :

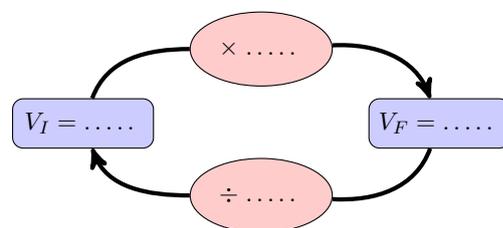
1. On repère l'évolution et on la convertit en coefficient multiplicateur : $CM = 1 \dots \frac{T}{100} = \dots\dots\dots$. On reporte ensuite ce CM dans le schéma.
2. On repère la valeur connue (initiale ou finale) et on la reporte dans le schéma.
3. On détermine l'opération à effectuer (multiplication ou division) et on termine le calcul : $V = \dots\dots\dots$.



Situation 2 : Au moment des soldes, une paire de chaussures a été soldée de 25% et est désormais affichée à 94,50 euros. Quel était son prix avant les soldes?

Démarche :

1. On repère l'évolution et on la convertit en coefficient multiplicateur : $CM = 1 \dots \frac{T}{100} = \dots\dots\dots$. On reporte ensuite ce CM dans le schéma.
2. On repère la valeur connue (initiale ou finale) et on la reporte dans le schéma.
3. On détermine l'opération à effectuer (multiplication ou division) et on termine le calcul : $V = \dots\dots\dots$.



Autres exemples :

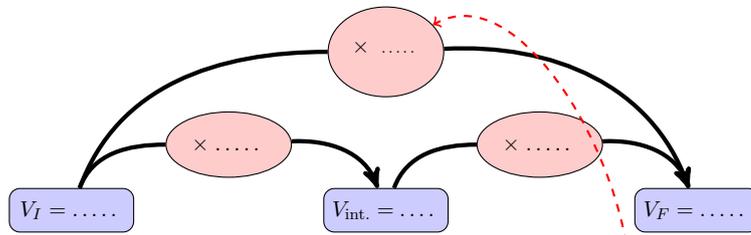
1. Sur une boîte de céréales, on peut voir la mention : « Offre spéciale : +20% gratuit ». L'emballage indique un poids net de 540 g. Quel est le poids habituel de cette boîte de céréales hors promotion?
2. L'administration fiscale applique automatiquement à tous les salariés un abattement de 10% sur leurs revenus imposables. Cet abattement est prévu pour compenser les frais professionnels (frais kilométriques et repas) supportés par les salariés. Quel sera le revenu imposable après cet abattement pour un couple déclarant 62 500 euros de revenus?
3. En 1965, la Terre comptait 3 322 495 000 habitants. En 2015, la population mondiale a atteint 7 349 472 000 personnes. Quel est le taux d'évolution de la démographie mondiale entre ces deux dates?

2 Évolutions successives

2.1 Vidéo 1

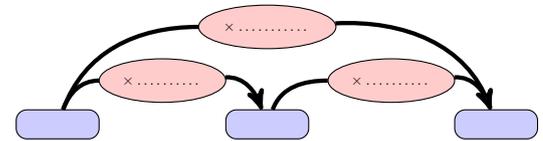
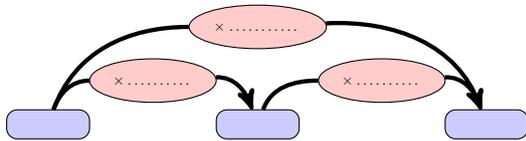


- a. Se connecter à la MoodleBox et visionner la première vidéo des DuDus.
- b. Que pensez-vous de la réaction d'Arnaud (avec lunettes)?
- c. En partant d'un téléphone au prix fictif de 100 €, calculer le prix réel après le solde de 60% puis la baisse supplémentaire de 40%, en vous aidant du schéma ci-après.



d. Quelle est la réduction globale réelle? Donner la réponse sous la forme d'un pourcentage : $T_{global} = \dots\dots\dots$ puis sous la forme d'un coefficient multiplicateur : $CM_{global} = \dots\dots\dots$
 Par quelle opération aurait-on pu obtenir directement ce CM_{global} ?

2. En raisonnant directement sur les coefficients multiplicateurs, comparer les deux offres suivantes :



$CM_{global} = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

$CM_{global} = \dots\dots\dots \times \dots\dots\dots = \dots\dots\dots$

Baisse globale : $T_{global} = \dots\dots\dots$

Baisse globale : $T_{global} = \dots\dots\dots$

3. Même question avec les quatre offres suivantes :



4. Ranger les huit offres suivantes de la plus intéressante à la moins intéressante :





2.2 Vidéo 2



- Se connecter à la MoodleBox et visionner la deuxième vidéo des DuDus.
- Comment interpréter la réaction des DUDUS ?
- Reprendre l'exemple de la vidéo et comparer :
 - une facture d'électricité d'un montant initial de 693 € qui subit une hausse de 30% ;
 - une facture d'électricité d'un montant initial de 693 € qui subit 5 hausses successives de 6% ;
- Calculer le taux d'évolution global traduisant 5 évolutions successives de 6% et conclure.
- (Bonus) À la calculatrice, rechercher quelle devrait être l'augmentation annuelle pour que les 5 évolutions successives soient équivalentes à une hausse globale de 30%.

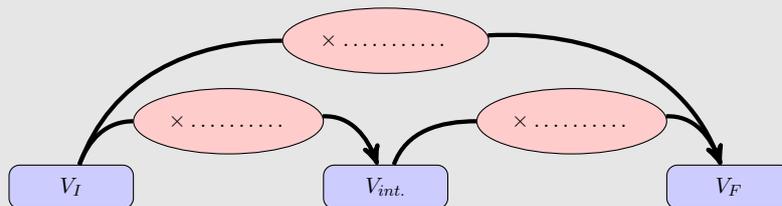
2.3 Bilan



Définition et propriété :

Si une quantité évolue de $T_1\%$ (coeff. multiplicateur CM_1) puis de $T_2\%$ (coeff. multiplicateur CM_2), alors le **coefficient multiplicateur global** est :

$$CM_{global} = \dots \times \dots$$



Le **taux d'évolution global**, en pourcentage, équivalent à la succession des deux évolutions, est égal à :

$$T_{global} = (CM_{global} - 1) \times 100$$



Remarques importantes :

- les taux d'évolution successifs ne s'ajoutent pas ! en particulier une baisse de $T\%$ ne compense pas une hausse de $T\%$;
- le taux d'évolution global est indépendant des valeurs initiales et finales, mais seulement des taux successifs T_1 et T_2 ;
- l'ordre dans lequel on considère les évolutions est indifférent pour étudier une évolution globale : $CM_1 \times CM_2 = CM_2 \times CM_1$.
- le procédé de calcul est analogue lorsqu'on envisage plus de deux évolutions successives : on multiplie les coefficients multiplicateurs entre eux.

3 Évolution réciproque

3.1 Introduction

1. Comparer les deux offres suivantes en partant d'un prix TTC de 100 € :



2. Que penser alors des publicités suivantes ?



3. Quelle réduction permettrait de compenser la hausse liée à l'application de la TVA de 20% ?
4. Compléter alors cet extrait de publicité pour une TVA offerte :

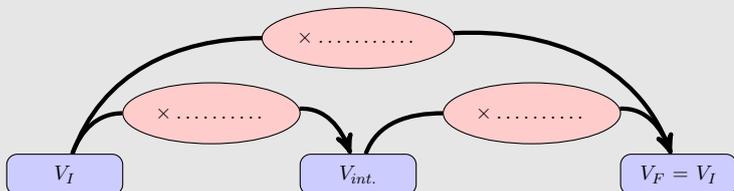
▶ Cette remise fixe est de % correspondant à la valeur de la TVA à 20%, ou de % correspondant à la valeur de la TVA à 10%, selon le taux de TVA applicable à votre projet.

5. À partir d'un taux d'évolution donné T de coefficient multiplicateur CM , quel calcul peut-on faire directement pour trouver le coefficient multiplicateur CM_{rec} qui compense cette évolution ?

3.2 Bilan

 **Définition et propriété :**

Si une quantité évolue de $T\%$ (coeff. multiplicateur CM), alors le **coefficient multiplicateur réciproque** permettant qu'elle retrouve sa valeur initiale, est :

$$CM_{rec} = \dots$$


Le **taux d'évolution réciproque**, en pourcentage, est obtenu en calculant :

$$T_{rec} = (CM_{rec} - 1) \times 100$$

 **Exemple :** En France, en moyenne, les femmes ont un revenu salarial inférieur de 24% à celui des hommes (tous temps de travail confondus). Quelle hausse devrait-on appliquer au revenu moyen des femmes pour qu'il atteigne enfin celui des hommes ?