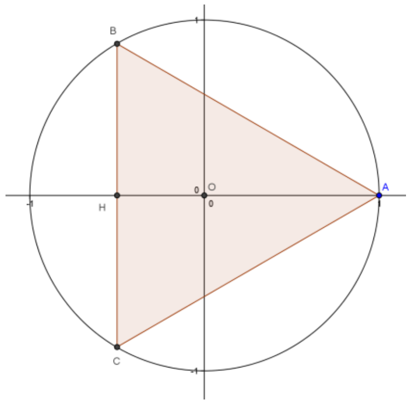
<u>Propriété d'un polygone régulier inscrit dans un cercle de rayon 1</u>

I – Le triangle équilatéral

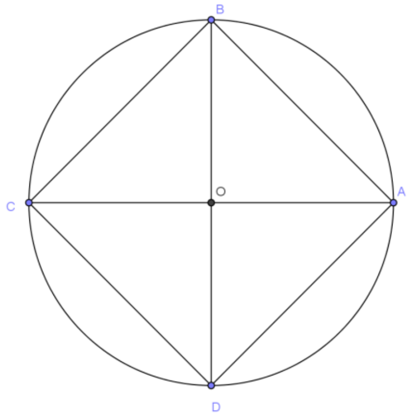


On considère le cercle Γ de centre O et de rayon 1.

ABC est un triangle équilatéral inscrit dans Γ.

1) Que représente O pour le triangle.
2) En déduire la longueur AH puis la longueur AB
3) Calculer le produit P = AB*AC

II – Le carré

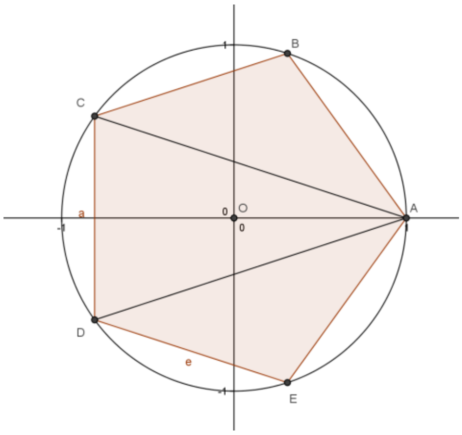


On considère le cercle Γ de centre O et de rayon 1.

ABCD est un carré inscrit dans le cercle

1) Calculer la longueur AB
2) Calculer le produit P =AB*AC*AD

III – Le pentagone



Avec GeoGebra, tracer un pentagone dans un cercle de centre O et de rayon 1.

Pour cela, on place les points A et B en utilisant leurs coordonnées polaires : A= (1 ; 0) et B = (1 ; $\frac{2\pi}{5}$)

Rappel : *dans GeoGebra, les coordonnées cartésiennes sont séparées par une virgule et les cooordonnées polaires par un point virgule*

Puis on utilise le menu polygone régulier

On trace les segments [AC], [AD]

Faire calculer le produit P = AB*AC*AD*AE

Que remarque-t-on dans les trois cas ?

Est-ce vrai pour tous les polygones réguliers ?

IV – Cas général

Appelons n le nombre de côtés du polygone régulier inscrit dans le cercle de centre O

Soit A le point de coordonnées polaires (0 ; 1)

Le sommet suivant B a pour coordonnées polaires $(1 ; \frac{2\pi}{n})$

Avec GeoGebra, tracer le cercle de centre O

Créer un curseur n dont les valeurs sont entières et comprises entre 3 et 10

Placer les points A et B

Placer le curseur sur 10 puis tracer le polygone régulier ayant n côtés. Un décagone est tracé.

Tracer les segments [AC], [AD], [AE]…..[AK]

Puis demander le produit P=AB*AC*AD*AE*AF*AG*AI*AJ

Placer le curseur sur 9, le point L disparait et un nonagone est tracé .

Redemandez le produit P = AB*AC*AD*AE*AF*AG*AI

Faire de même avec n= 8 puis n=7 et n=6

Quelle propriété peut-on conjecturer ?

Remarques

Au collège, à la place du pentagone, avec GeoGebra, on peut faire tracer un hexagone

Pour cela placer d'abord le point A puis les points B et E comme point d'intersection du cercle de centre O de rayon 1 et du cercle de centre A et de rayon 1.

Ensuite faire construire les autres points par symétrie.

Ensuite on peut demander le calcul du produit P

Le calcul à la main de la longueur AC est accessible à un élève de troisième en montrant d'abord que (OB) est la médiatrice de [AC] puis en utilisant le théorème de Pythagore .

Au lycée, on peut déboucher sur un DM avec la démonstration dans le cas du pentagone, qui utilisera des calculs d'angles, le théorème d'Al-Kashi