

On considère une feuille de papier ABCD rectangulaire de format 21 x 29,7 ([AB] est une largeur et [BC] une longueur).

On plie cette feuille pour amener le point A en un point A' de [BC]. La feuille est pliée suivant (PQ), P étant sur [AD] et Q sur [AB].

Le but du problème est de déterminer un pliage pour avoir soit :

- la distance PQ minimale.
- l'aire du triangle APQ minimale.

1. Réaliser l'expérience avec une feuille de papier et évaluer les extrémums cherchés.
2. Réaliser la figure avec un logiciel de géométrie dynamique.  
En faisant varier le point A' sur le côté [BC], déterminer les valeurs approchées des extrémums cherchés.
3. On pose  $AQ = x$  et  $AP = y$

(a) Justifier que x appartient nécessairement à l'intervalle  $I = ]10, 5; 21]$

(b) Calculer A'B en fonction de x.

(c) Calculer de deux façons l'aire du trapèze ABA'P :

- en utilisant la formule donnant l'aire du trapèze( produit de la demi-somme des bases par la hauteur)
- en décomposant le trapèze en trois triangles rectangles.

(d) En déduire que :  $y = x \frac{\sqrt{21}}{\sqrt{2x-21}}$

4. On veut déterminer la valeur de x rendant la longueur PQ minimale.

(a) Calculer PQ en fonction de x.

(b) En étudiant les variations de la fonction f définie sur I par :

$$f(x) = \frac{2x^3}{2x - 21}$$

déterminer la valeur de x pour laquelle la longueur du pli est minimale. Calculer la longueur du pli dans ce cas.

Controler les variations de la fonction f à l'aide de la calculatrice graphique.

5. On veut déterminer la valeur de x rendant l'aire du triangle APQ minimale.

(a) Calculer l'aire du triangle APQ en fonction de x.

(b) En étudiant les variations de la fonction g définie sur I par :

$$g(x) = \frac{x^4}{2x - 21}$$

déterminer la valeur de x pour laquelle l'aire du triangle APQ est minimale.

Calculer l'aire du triangle dans ce cas. Controler les variations de la fonction g à l'aide de la calculatrice graphique.

6. Comparer les résultats obtenus avec les différentes méthodes utilisées.