Problème de la Quinzaine n°8

L'énoncé

Trouver un nombre qui soit divisible par 2014 et dont la somme des chiffres (en écriture décimale) vaille 2014.

Une proposition de solution

La décomposition en produit de facteurs premiers de 2014 est :

$$2014 = 2 \times 19 \times 53$$

Comme, par propriété, tout nombre divisible à la fois par 2, 19 et 53 est divisible par leur produit, soit 2014, il nous faut donc trouver un tel nombre dont la somme des chiffres est 2014.
Remarquons de plus que :

$$19 \times 53 = 1007$$

Considérons donc le nombre :

$$N = \underbrace{1007 \cdots 1007}_{250 fois} 20142014 = 20142014 + 1007 \times \sum_{k=2}^{251} 10^{4k}$$

D'après les remarques précédentes, il est clairement divisible par par 2, 19 et 53 donc par 2014 et la somme de ses chiffres vaut

$$(1+0+0+7) \times 250 + 2 + 0 + 1 + 4 + 2 + 0 + 1 + 4 = 8 \times 250 + 7 + 7 = 2000 + 14 = 2014$$

Ce nombre N convient donc...mais n'est surement pas le plus petit !!!