hypothèses :

1) les trois nombres x, y et z sont dans $\mathbb{R}_+^*$.

2) les trois nombres α, β et γ sont dans $\mathbb{N}^*$.

3) $x^{\alpha+1} + y^{\beta+1} + z^{\gamma+1} < x^\alpha + y^\beta + z^\gamma$.

question :A-t-on $x + y + z < 3$?

la réponse est oui.
On remarque d'abord que les nombres x, y et z jouent des rôles symétriques et qu'au moins l'un d'eux est $\leqslant 1$ car autrement l'hypothèse 3) ne serait pas vérifiée. on suppose alors $z \leqslant 1$.
1er cas : $x \geqslant 1$ et $y \geqslant 1$. On a alors :
$(x-1) + (y-1) \leqslant x^\alpha(x-1) + y^\beta(y-1) < z^\gamma(1-z) \leqslant (1-z)$ puis $x + y + z < 3$.
2ème cas : $x \geqslant 1$ et $y < 1$. On a alors :
$(x-1) \leqslant x^\alpha(x-1) < y^\beta(1-y) + z^\gamma(1-z) < (1-y) + (1-z)$ puis $x + y + z < 3$.
3ème cas : $x < 1$ et $y \leqslant 1$. On a alors :
$0 < x^\alpha(1-x) + y^\beta(1-y) + z^\gamma(1-z) < (1-x) + (1-y) + (1-z)$ puis $x + y + z < 3$.