Corrigé du sujet n° 1

Je considère les événements suivants :
l'événement F_0 : "Federer gagne le jeu blanc"
l'événement F_1 : "Federer gagne le jeu en perdant un point"
l'événement F_2 : "Federer gagne le jeu en perdant 2 points"
l'événement F_n : "Federer gagne le jeu après avoir fait n égalités pendant le jeu"
J'ai donc les probabilités suivantes :
$p(F_0) = p^4$, $p(F_1) = 4(1-p)p^4$ et $p(F_2) = \binom{5}{2}(1-p)^2 p^4$, avec $p = 0,72$
Pour tout $n > 0$, l'événement F_n s'interprète de la façon suivante :

1. Federer gagne trois des six premiers points et son adversaire gagne les trois autres, ce qui donne la probablité suivante : $\binom{6}{3}p^3(1-p)^3$.

2. De nouveau, Il y a $n-1$ égalités entre les deux joueurs, c'est-à-dire Federer gagne un point et il perd le suivant ou le contraire "$p(1-p)$ ou $(1-p)p$", ce qui donne la probabilité suivante : $(2p(1-p))^{n-1}$.

3. Federer gagne les deux derniers points pour emporter le jeu, d'où la probabilité p^2.

Ce qui me donne la probabilité suivante :
$p(F_n) = 20p^3(1-p)^3 \times (2p(1-p))^{n-1} \times p^2 = 10p^4(1-p)^2(2p(1-p))^n$.
Pour répondre à la question posée, il faut ajouter toutes les probabilités, car les événements étudiés sont indépendants :
$P = p^4 + 4(1-p)p^4 + 10p^4(1-p)^2 \sum_{n=0}^{+\infty}(2p(1-p))^n = p^4 + 4(1-p)p^4 + \dfrac{10p^4(1-p)^2}{1-2p(1-p)} = 0,9227603166$,
car $0 < 2p(1-p) < 1$
La probabilité pour que Federer gagne le jeu est $0,92$.