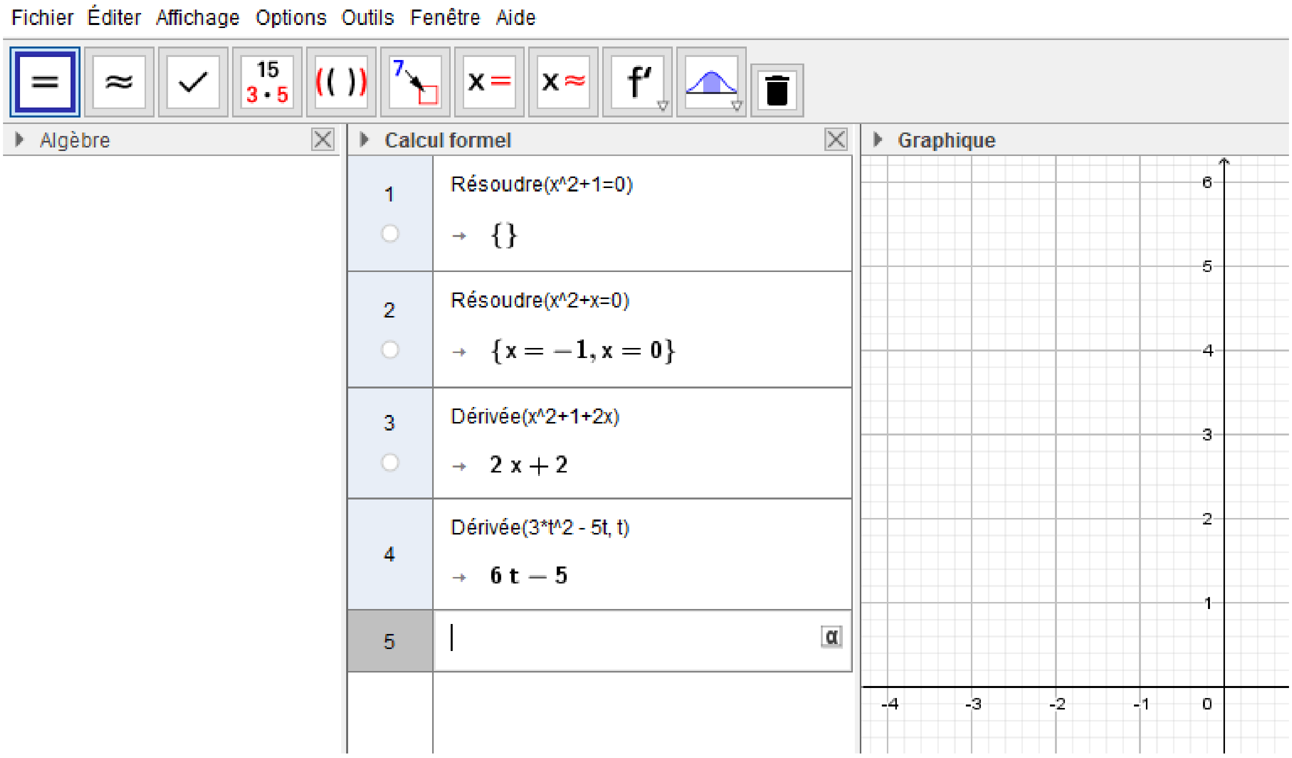
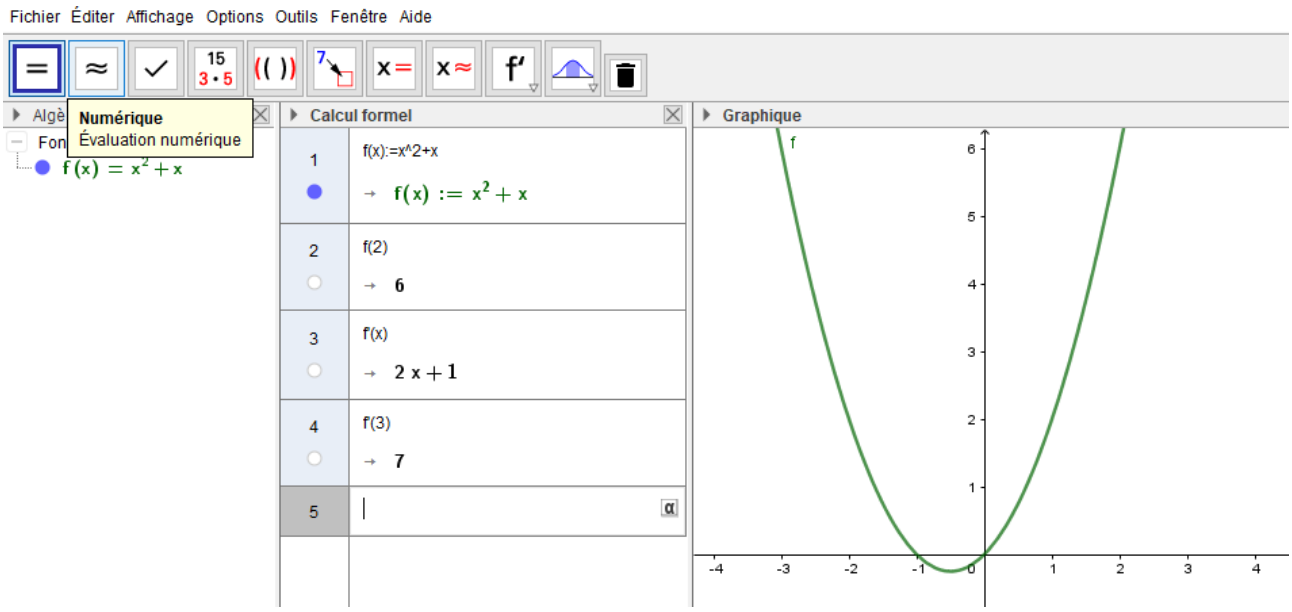
MATHEMATIQUES	CLASSE : Terminale S fonctions et utilisation du calcul formel de Geogebra

L’objet est de découvrir et de démontrer dans le cas général, à l’aide du calcul formel de Géogebra, une propriété des courbes représentatives d’une fonction polynôme du troisième degré, sous certaines conditions.

Démarrer le logiciel Geogebra et ouvrir la fenêtre algèbre

Voici des exemples d'utilisation, inspirer vous de cette présentation pour répondre aux questions qui suivront :





Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=x^3-2x^2-x+2$

Partie A. Etude de la fonction

A l'aide du logiciel,

a) Déterminer $f'(x)$.

b) Résoudre $f'(x)>0$

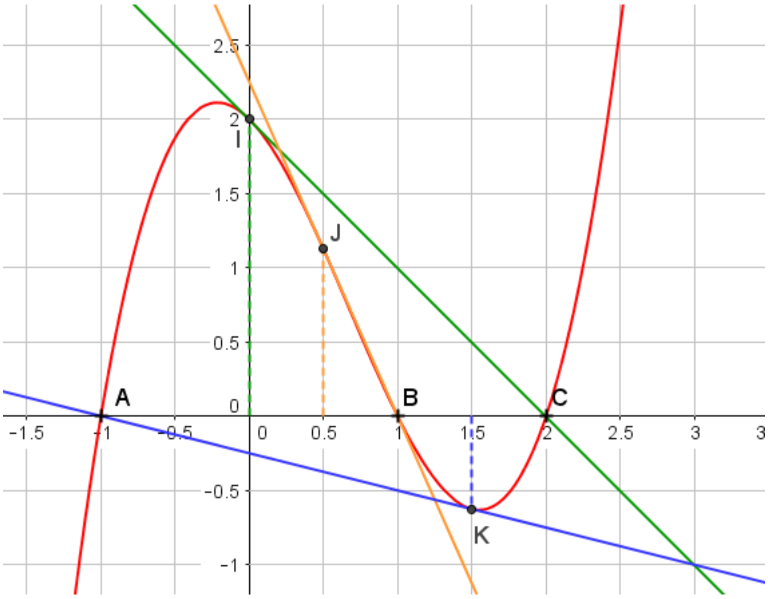
c) Dresser le tableau de variations avec les informations obtenues.

d) Déterminer sans justification le nombre de solution aux équations $f(x)=0$ et $f(x)=8$

Partie B. Étude d'un cas particulier

1. À l'aide du logiciel, résoudre l'équation $f(x)=8$
2. À l'aide du logiciel, résoudre l'équation $f(x)=0$
   On note a, b et c ses trois solutions, avec a < b < c.
   Construire la représentation graphique de la fonction f sur Géogebra.

On note $A(-1;0)$, $B(1;0)$ et $C(2;0)$. On note $I(0;0)$ le milieu de [AB], $J\left(\frac{1}{2};0\right)$ le milieu de [AC] et $K\left(\frac{3}{2};0\right)$ le milieu de [BC]. Sur le graphique ci-dessous, on a tracé les tangentes à la courbe C_f en I, J et K. Que constatez-vous ? Rédiger une conjecture.



Vérifier cette conjecture en faisant faire au calcul formel de Géogebra tous les calculs. Par exemple pour calculer l'équation de la tangente T_1 en I, on tape :

```
5    T1(x):=f'(0)*(x-0)+f(0)
```

et on vérifie que la tangente passe par C:

```
6    T1(2)
```

Cas général

Soit $f(x)=(x-a)(x-b)(x-c)$ où a, b et c sont trois réels quelconques distincts.

On note $A(a;0)$, $B(b;0)$ et $C(c;0)$ les points d'intersection de C_f avec l'axe des abscisses. On note I le milieu de [AB], J le milieu de [AC] et K le milieu de [BC]. Enfin, on note T_1 , T_2 et T_3 les tangentes à la courbe C_f en I, J et K. Ouvrez le fichier geogebra indiqué par votre professeur et qui modélise cette situation.

Que constatez-vous ? Quelle conjecture peut-on faire ?

Nous allons montrer ce résultat en utilisant le calcul formel de Géogebra pour faire les calculs : on commence par définir la fonction $f(x)$.

```
Calcul formel
1    f(x):=(x-a)*(x-b)*(x-c)
```

Pour calculer l'équation de la tangente T_1 en I, on tape :

```
2    T1(x):=f'((a+b)/2)*(x-(a+b)/2)+f((a+b)/2)
```

Pour vérifier que T_1 passe par C, on tape :

```
3    Simplifier(T1(c))
```

etc..