Solution proposée par Frédéric de Ligt au problème de la quinzaine n°2

On range les 9 longueurs des allers simples (que l'on peut supposer non nulles) dans l'ordre croissant : $0 < x_1 \leq x_2 \leq \ldots \leq x_9$.
On a d'après l'énoncé : $\sum_{i=1}^{9} x_i = 90$.
Si $x_9 = 10$ alors tous les x_i valent 10 et la somme de trois d'entre eux vaut toujours 30 mais alors les sauts ne sont pas de longueurs variables.
Si $x_9 > 10$
Soit $x_6 \leq 10$ et alors $x_9 + x_8 + x_7 = 30 + \sum_{i=1}^{6}(10 - x_i) > 30$. L'inégalité est stricte car si la somme, dont les 6 termes sont à priori positifs ou nuls, était nulle on aurait $x_1 = x_2 = \ldots = x_6 = 10$; mais alors $x_8 + x_7$ serait inférieur à 20 et donc $x_7 < 10 = x_6$. Contradiction.

Soit $x_6 > 10$ et alors $x_9 + x_8 + x_7 > 30$.
Si tous les sauts ne sont pas identiques on a l'inégalité : $x_9 + x_8 + x_7 > 30$.

Remarque. La restriction aux nombres entiers n'est pas nécessaire, les longueurs des sauts peuvent être des réels strictement positifs.