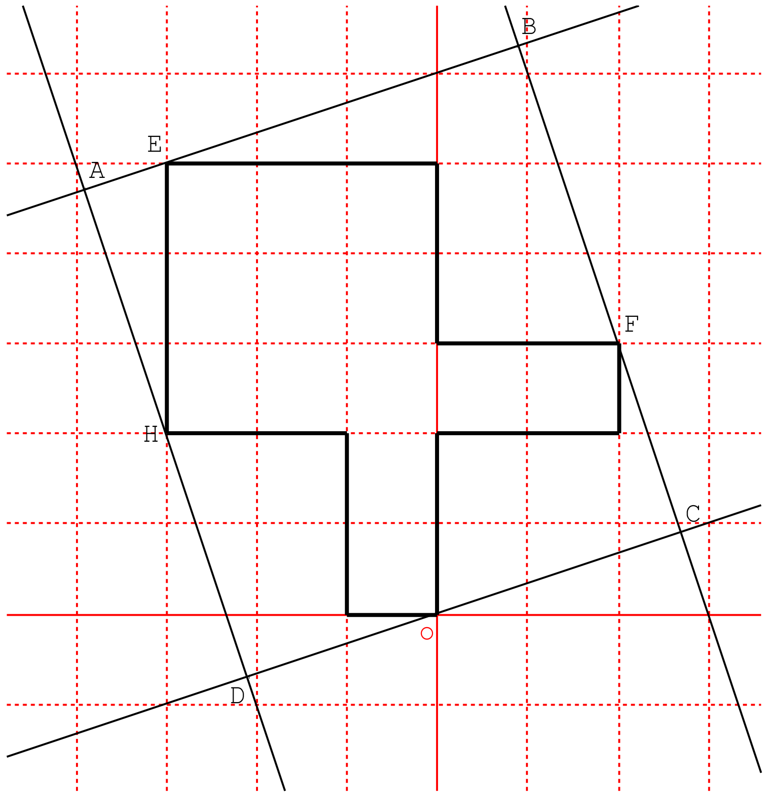
Solution proposée par Frédéric de Ligt au problème de la quinzaine numéro 13

On se place dans un repère orthonormé centré en o en orientant les axes suivant le quadrillage.
On obtient la figure ci-dessous.



Si on note c le côté d'un petit carré, les coordonnées des quatre points de contact de la figure avec son rectangle circonscrit sont E($-3c$; $5c$) , F($2c$; $3c$) , o(0 ; 0) et H($-3c$; $2c$).
On utilise ensuite la relation suivante :
Dans un repère orthonormé, la distance entre deux droites paralléles d'équations respectives $y = ax + b$ et $y = ax + b'$ est donnée par l'expression $\frac{|b - b'|}{\sqrt{a^2 + 1}}$.

La distance entre les droites (AB) et (DC) a donc pour expression $\frac{5c + 3ac}{\sqrt{a^2 + 1}}$ et vaut 36 d'après l'énoncé.

La distance entre les droites (AD) et (BC) a donc pour expression $\frac{5c + ac}{\sqrt{a^2 + 1}}$ et vaut 32 d'après l'énoncé.

Le rapport de ces distances permet d'obtenir l'équation $\frac{36}{32} = \frac{5c + 3ac}{5c + ac}$ dont la solution unique est $a = \frac{1}{3}$ (puisque c est non nul). On en déduit, en reprenant l'expression de la distance entre (AB) et (DC) avec cette valeur de a, la valeur de c qui est alors de $\sqrt{40}$. L'aire d'un petit carré est finalement de 40.