

PROPOSITION SOLUTION SUJET N°8

idée N°1 : écrire un nombre formé de multiples de 2014 écrits les uns à la suite des autres. Je commence par calculer les premiers multiples de 2014 et étudier leur somme. Grâce au tableur, je peux aller jusqu'à 99999128 mais je n'arrive à produire qu'un nombre de 245 chiffres. Cette étude me permet de constater que la somme des chiffres d'un multiple de 2014 d'au plus 8 chiffres est supérieure ou égale à 5.

Idée N°2 : Comme $2014 = 223 \times 9 + 7$, je sais que le multiple le plus petit aura au moins 224 chiffres. Je cherche alors des multiples de 2014 dont le rapport de la somme des chiffres sur le nombre de chiffres est le plus proche possible de 9. Problème : comment trouver des multiples de 2014 à plus fort rapport ?

Idée N°3 : en partant de puissances de 10, on peut fabriquer des multiples de 2014 à l'aide de la division euclidienne de cette puissance par 2014, en retranchant le reste.

Par exemple : $100000 = 49 \times 2014 + 1314$
donc $100000 - 1314 = 98686$ est un multiple de 2014.

L'avantage, c'est que ces multiples ont un très bon rapport $\frac{\text{somme des chiffres}}{\text{nombre de chiffres}} = \frac{S}{N}$.

Avec un tableur, je peux réaliser la division d'une puissance de 10 assez facilement. Je la réalise jusqu'à 10^{26} . Voici une partie des résultats obtenus :

Je commence par choisir le candidat avec le meilleur rapport possédant 205 chiffres, de somme 1841 :

99.....98978
201 chiffres 9

Pour continuer la fabrication du nombre, j'essaie d'optimiser un peu en cherchant un multiple dont la somme est proche de $2014 - 1841 = 173$ possédant moins de 20 chiffres.

Comme je n'en ai pas sous la main, j'en choisis un qui va me permettre de terminer la fabrication en utilisant les premiers multiples de 2014 trouvés au début.

Je prends le nombre de 15 chiffres de somme 130 (meilleur rapport) :
9999999999999688

Pour minimiser encore, je termine par le plus petit multiple de 2014 dont la somme des chiffres est $173 - 130 = 43$ trouvé au début :
 $799558 = 397 \times 2014$

Nombre de chiffres total	Nombre de 9 au début	4 derniers chiffres	somme des chiffres	rapport S/N
4	0	8056	19	4,75
5	1	8686	37	7,4
6	2	8944	43	7,166666667
7	3	9510	42	6
8	4	9128	56	7
9	5	9336	66	7,333333333
10	6	9402	69	6,9
11	7	8048	83	7,545454545
12	8	8606	92	7,666666667
13	9	8144	98	7,538461538
14	10	9566	116	8,285714285
15	11	9688	130	8,666666667
16	12	8894	137	8,5625
17	13	9010	127	7,470588235
18	14	8156	146	8,111111111
19	15	9686	164	8,631578947
20	16	8874	171	8,55

204	200	8488	1828	8,9607843137
205	201	8978	1841	8,9804878049
206	202	9850	1840	8,932038835
207	203	8500	1840	8,888888889
208	204	9098	1862	8,9519230769
209	205	9036	1863	8,9138755981
210	206	8416	1873	8,919047619
211	207	8258	1886	8,9383886256
212	208	8692	1897	8,9481132075
213	209	9004	1894	8,8920187793
214	210	8096	1913	8,9392523364
215	211	9086	1922	8,9395348837
216	212	8916	1932	8,9444444444
217	213	9230	1931	8,8986175115
218	214	8342	1943	8,9128440367
219	215	9532	1954	8,9223744292
220	216	9348	1968	8,9454545455
221	217	9522	1971	8,9185520362
222	218	9248	1985	8,9414414414
223	219	8522	1988	8,9147982063
224	220	9318	2001	8,9330357143
225	221	9222	2004	8,9066666667
226	222	8262	2016	8,9203539823

maximum du rapport 8,9804878049

Voici ma proposition finale : 7995589999999999999999968899.....98978 qui possède 226 chiffres.

Mais je sais que ce n'est pas le plus petit.....
201 chiffres 9

(fin)