Adéquation à une loi équirépartie

Énoncé

On cherche à savoir si un dé est équilibré. On lance donc 120 fois ce dé, voici les résultats obtenus :

chiffre obtenu	1	2	3	4	5	6
nombre de fois	18	10	23	25	30	14

Question : au vu de ces résultats, peut-on rejeter l'hypothèse que le dé est équilibré, quel est le risque d'erreur ?

On va donc simuler avec un tableur 250 séries de 120 lancers d'un dé équilibré et comparer les résultats avec ceux de notre dé. Mais comment comparer ?

- Faites quelques propositions.
- Infos :** Une variable aléatoire X , pouvant prendre p valeurs $x_1, x_2, \dots, x_p$ suit une loi équirépartie si la probabilité de chaque valeur est $\frac{1}{p} \cdot f_1, \dots, f_p$, étant les

fréquences des valeurs $x_1, \dots, x_p$ dans une expérience, on pose $d^2 = \sum_{i=1}^p \left(f_i - \frac{1}{p} \right)^2$.

Si la loi est "bien" équirépartie, il y a de fortes chances que d^2 soit inférieure ou égale à une certaine valeur, notée $d^2_{\max}$. On peut proposer 95% de chances que...

Si, dans une expérience, d^2 est strictement supérieure à $d^2_{\max}$, on affirmera, avec un risque d'erreur inférieur à 5%, que la loi n'est pas équirépartie.

Ici l'expérience simulée est le lancer d'un dé à 6 faces ($p=6$)

Utilisation du tableur

A. Préparation de la feuille : la colonne A est réservée aux titres : entrer en A1 : "fréquence du 1", en A2 : "fréquence du 2", etc. jusqu'en A6 ; entrer en A7 : "rang de la série; entrer en A9 : " d^2 ". Les valeurs correspondantes apparaîtront dans les cellules voisines.

B. Simulation d'une série de 120 lancers, et calcul de

- Entrer en B11 la formule qui simule le résultat du lancer d'un dé parfait (à 6 faces)
- Recopier cette formule jusqu'en B130
- Entrer en B1 la formule qui donne la fréquence de la face 1, dans cette série de 120 lancers
- De même entrer en B2, ..., B6 les formules qui donnent les fréquences des faces 2, ..., 6.
- Entrer en B9 la formule nécessaire pour obtenir la valeur de d^2 .
- Insérer dans la feuille une représentation graphique des fréquences des six faces.

C. Simulation de 250 séries de 120 lancers, et détermination de $d^2_{\max}$

- Recopier la colonne B dans les colonnes C à IQ : on a ainsi 250 colonnes représentant chacune 120 lancers. En ligne 7, faire apparaître le rang de la série.
- Déterminer à l'aide de la fonction CENTILE du tableur la valeur de $d^2_{\max}$.

Notre dé est-il équilibré?

Remarque : On calcule parfois nd^2 pour faciliter la lecture (ici $n = 250$)

Adéquation à une loi équirépartie

I - Public

Ce TP est destiné aux élèves de terminale S ou ES, mais il est très possible de faire ce TP en seconde pour montrer la fluctuation d'échantillonnage et s'exercer à la simulation sans parler de d^2 .

II - Objectifs du TP

- 1) Apprentissages de la simulation d'une épreuve aléatoire.
- 2) Montrer le phénomène de fluctuation d'échantillonnage.
- 3) Elaborer un test d'équirépartition tout en expliquant l'enjeu.
- 4) Bien expliquer que le risque est de rejeter à tort un modèle équiréparti.

III Logiciels utilisés

Un tableur Excel ou Open office.

IV Déroulement et prolongements

Une heure en TD sur ordinateur.

Ce TP pourrait être l'occasion de l'apprentissage des fonctions essentielles d'un tableur.

Il est intéressant que les élèves réfléchissent sur les critères d'acceptation d'un modèle équiréparti et proposent des méthodes d'évaluation.

Certains proposeront peut-être d'étudier des moyennes ou la somme $\sum_{k=1}^6 \left| f_k - \frac{1}{6} \right|$; il peut être intéressant de comparer ces méthodes.

Ce TP devrait permettre de donner un sens au cours qui suivra sur l'équirépartition.

Suggestions ou remarques à : philippe.lefeuvre@ac-poitiers.fr