

TP « Quadrilatères »

$ABCD$ sont 4 points quelconques. $A'B'C'D'$ sont 4 points tels que les triangles ABB' , BCC' , CDD' , DAA' sont équilatéraux et extérieurs au quadrilatère $ABCD$. $XYZW$ sont les centres de gravité des triangles respectifs ABB' , BCC' , CDD' , DAA' .

Partie « constructions et conjectures »

Représenter la situation avec un logiciel de géométrie.

En plaçant A, B, C et D de telle façon qu'ils forment successivement un parallélogramme, un rectangle, un losange, un carré, conjecturer des implications de la forme « si $ABCD$ est un... alors $XYZW$ est un... »

Partie « carré, sans repère »

$ABCD$ est un carré de côté 1 de centre O .

$A'B'C'D'$ sont 4 points tels que les triangles ABB' , BCC' , CDD' , DAA' sont équilatéraux et extérieurs au quadrilatère $ABCD$.

$XYZW$ sont les centres de gravité des triangles respectifs ABB' , BCC' , CDD' , DAA' .

0) Faire une figure.

1) Calculer OB' . Calculer $B'C'$. Démontrer que $A'B'C'D'$ est un carré

2) Déterminer k tel que $OB' = kOX$. Calculer XY . Démontrer que $XYZW$ est un carré.

Partie « carré avec les nombres complexes »

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

A, B, C et D sont 4 points d'affixes respectives $z_A = 1 + 3i$, $z_B = -3 + i$, $z_C = -1 - 3i$ et $z_D = 3 - i$.

0) Faire une figure

1) Démontrer que $ABCD$ est un carré.

Le point B' est le point d'affixe $z_{B'} = (-1 - \sqrt{3}) + i(2 + 2\sqrt{3})$.

2) Démontrer que le triangle ABB' est équilatéral.

Le point A' est le point d'affixe $z_{A'} = (2 + 2\sqrt{3}) + i(1 + \sqrt{3})$.

3) Démontrer que le triangle DAA' est équilatéral.

Soit C' le symétrique de A' par rapport à l'origine.

4) En utilisant la symétrie de centre O , démontrer que BCC' est équilatéral.

5) Recommencer de même avec $D' = s_O(B')$.

6) Déterminer l'affixe de X l'isobarycentre de ABB' et celle de W isobarycentre de DAA' .

7) En utilisant la symétrie de centre O , déterminer l'affixe de Y et Z isobarycentres de BCC' et CDD' .

8) Démontrer que $XYZW$ est un carré.

Partie « quadrilatère avec complexes »

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$.

A, B, C et D sont 4 points d'affixes respectives $z_A = 1 + 2i$, $z_B = -4$, $z_C = -1 - 2i$ et $z_D = 4$.

0) Faire une figure.

1) Déterminer la nature de $ABCD$?

Le point B' est le point d'affixe $z_{B'} = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(z_A - z_B) + z_B$.

Le point C' est le point d'affixe $z_{C'} = \left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)(z_B - z_C) + z_C$.

Soit C' le symétrique de A' par rapport à O , et D' le symétrique de B' par rapport à O .

$XYZW$ sont les centres de gravité des triangles respectifs ABB' , BCC' , CDD' , DAA' .

2) Déterminer les affixes de X, Y, Z et W .

3) Déterminer la nature de $XYZW$.

Fiche de commentaires sur le TP « Quadrilatères »

I – Public

- 1) Ce TP est destiné aux élèves de terminale
- 2) Mais les deux premières parties peuvent très bien être faites en première S, voire en seconde en aménageant

II - Objectifs du TP

- 1) Apprentissage d'un logiciel de géométrie dynamique
- 2) Construction de quadrilatères (parallélogramme, rectangle, losange, carré)
- 3) Apprendre à conjecturer et vérifier la conjecture
- 4) Révision des diverses caractérisations des quadrilatères
- 5) Utilisation des nombres complexes

III – Logiciels conseillés

- 1) Géogebra ou Géoplan-Géospace

IV – Déroulement du TP-DM

- 1) Une heure en TD sur ordinateur pour la première partie et l'une des parties suivantes
Une difficulté est la construction rigoureuse de quadrilatères particuliers.
- 2) A la maison, compte-rendu écrit du travail précédent et recherche des autres parties
- 3) Rédaction de l'une des parties II, III, IV, travail qui sera noté.