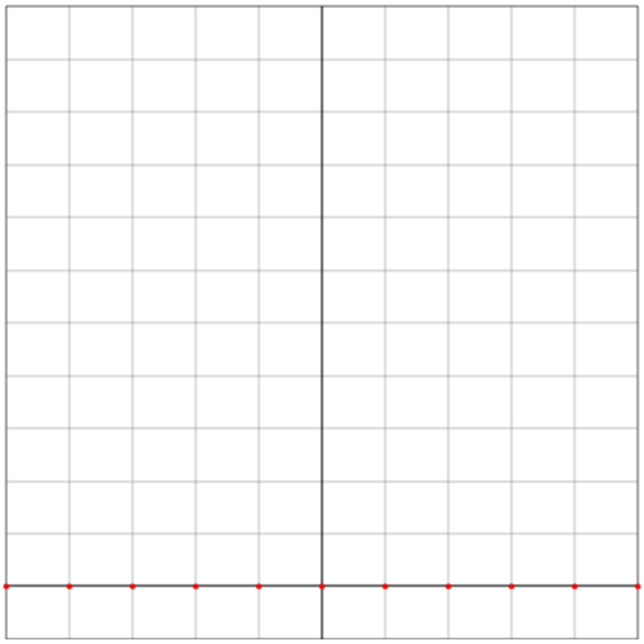
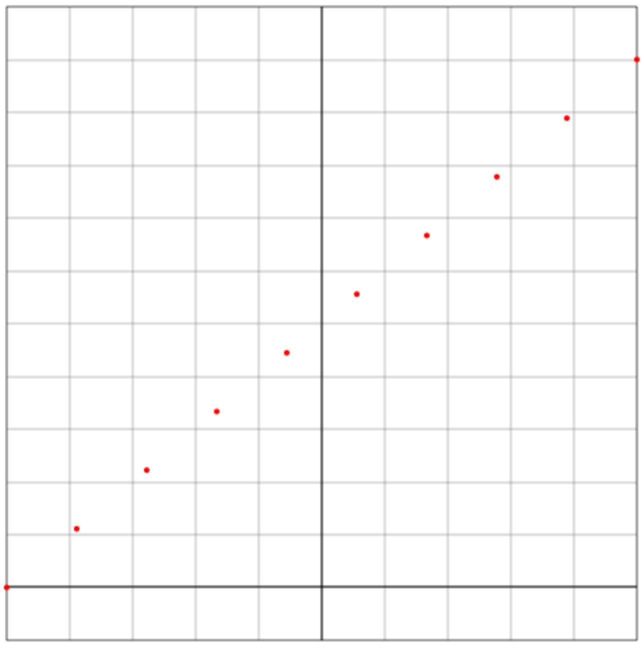
Quelques exemples de nuages obtenus, études des fonctions

- La **première fonction** (*NuagePointsEntiere.alg*) est définie par : $\boxed{f(x)=10x-E(10x)}$ où E désigne la fonction partie entière.

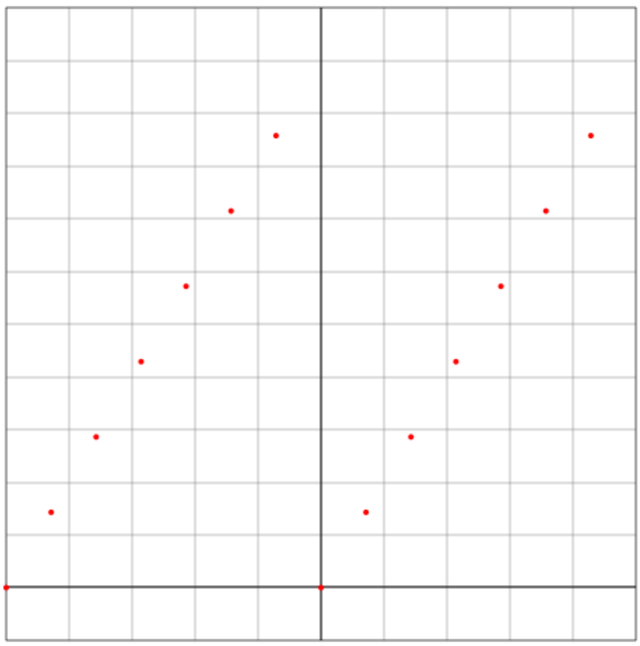
Voici quelques affichages dans Algobox :



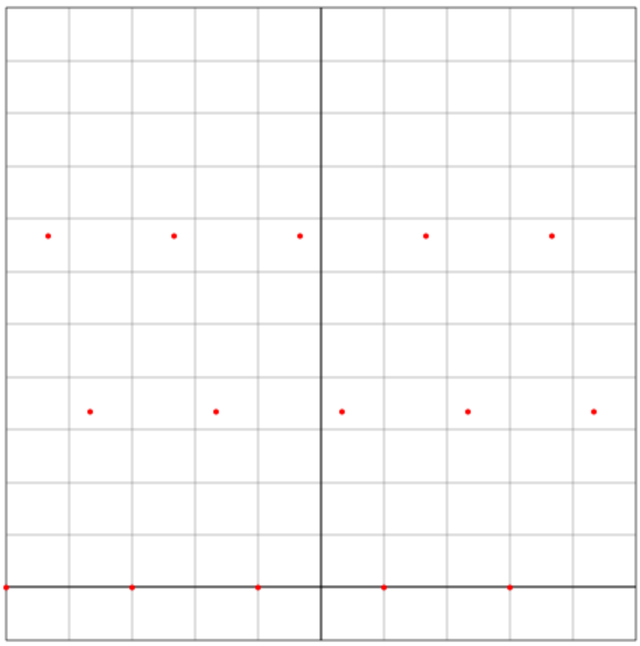
11 points



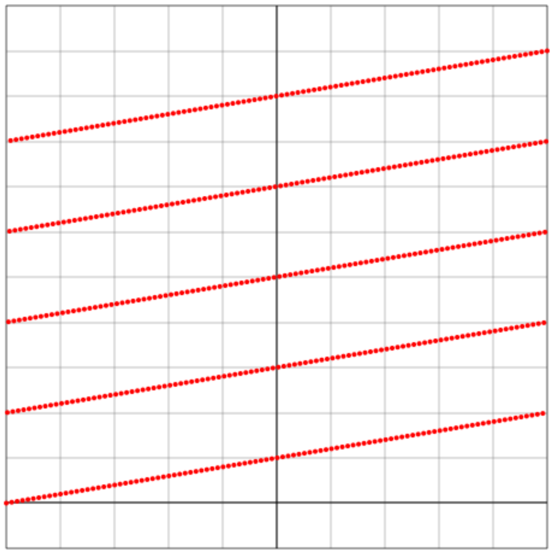
10 points



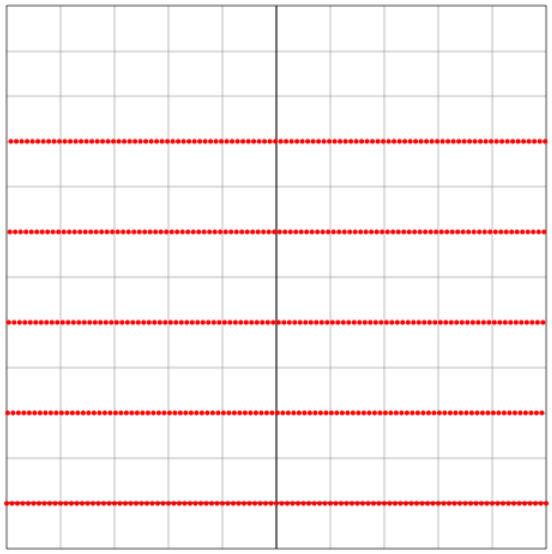
15 points



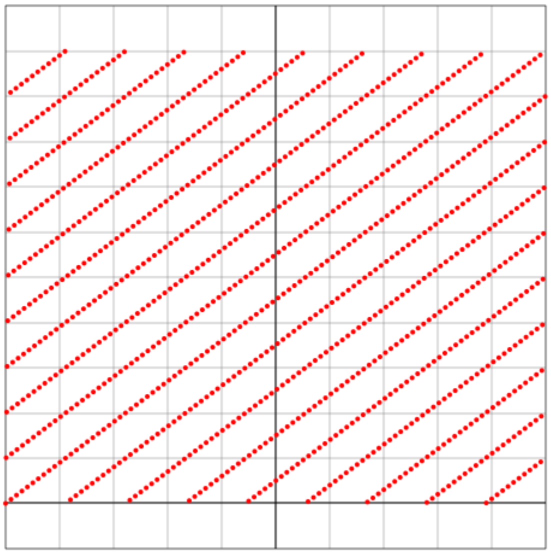
16 points



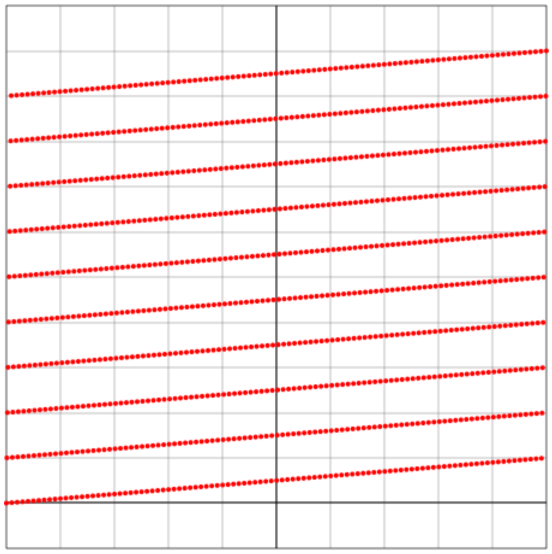
500 points



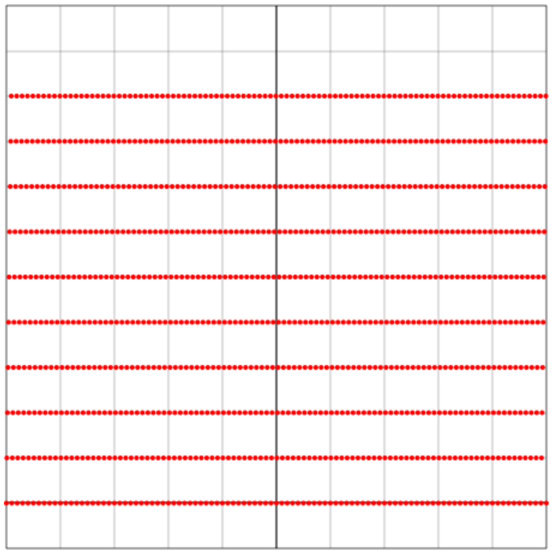
501 points



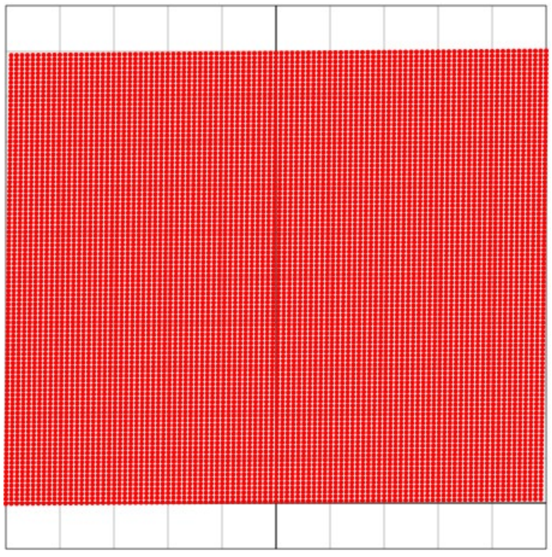
992 points



1 000 points



1 001 points



10 000 points

Après une rapide explication on peut faire calculer des images par des élèves de **seconde** :

$f(1)=10\times 1-E(10\times 1)=0$;
$f(0{,}1)=10\times 0{,}1-E(10\times 0{,}1)=0$;
$f(0{,}01)=10\times 0{,}01-E(10\times 0{,}01)=0{,}1-E(0{,}1)=0{,}1$;
...

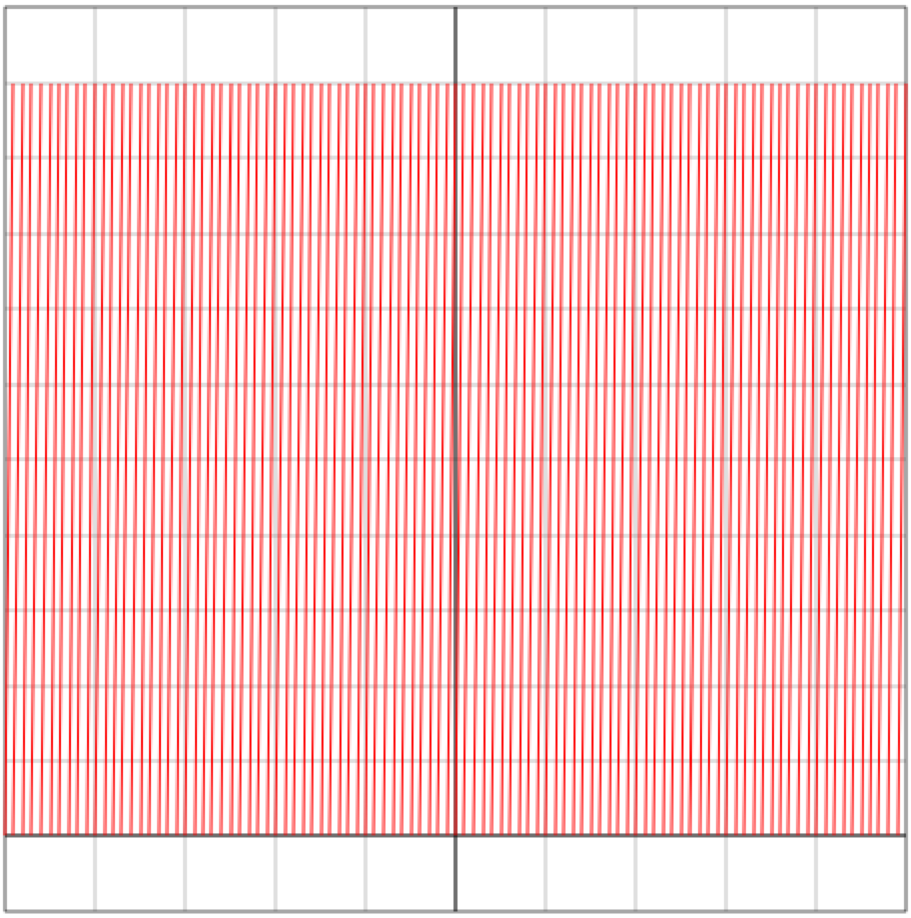
Plus généralement :
$\forall k\in\mathbb{Z}$, $\forall x\in\left[\frac{k}{10};\frac{k+1}{10}\right[$, $10x\in[k;k+1[$ donc $f(x)=10x-k$.

Conclusion : la fonction f est affine sur chacun des intervalles $\left[\frac{k}{10};\frac{k+1}{10}\right[$, avec une valeur 0 en $\frac{k}{10}$ et une limite à gauche égale à 1.

On obtient donc :

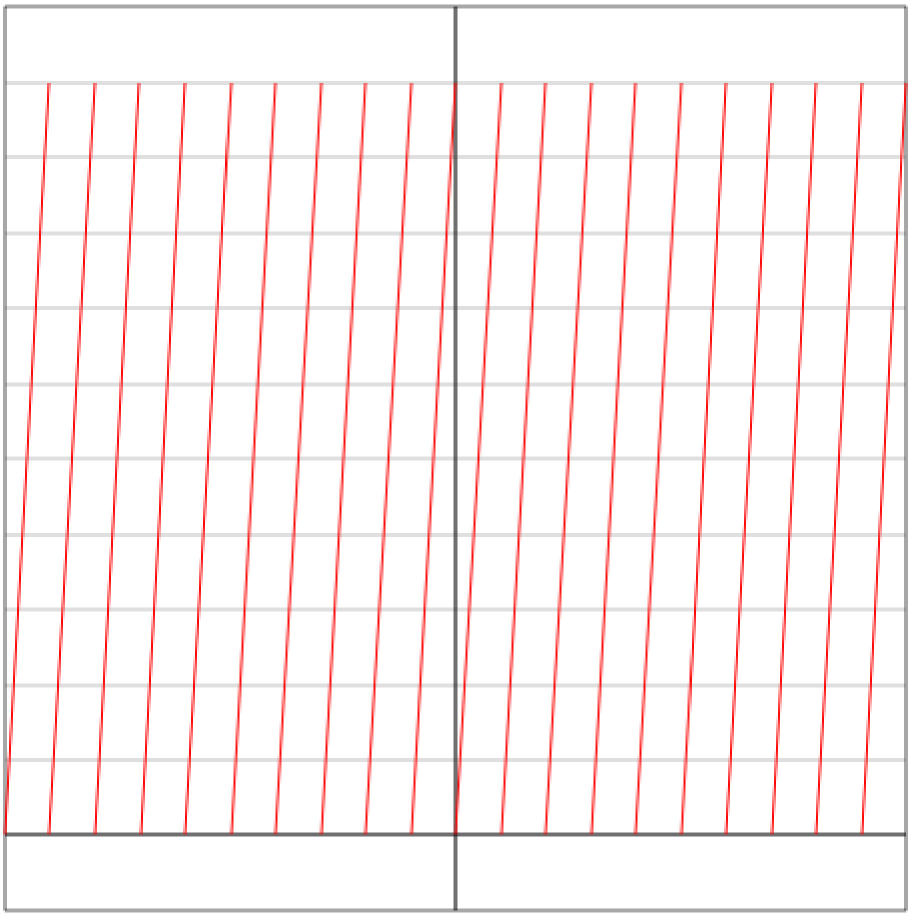
x	-5		$-4,9$		$-4,8$		...		$4,9$		5
		1		1		1		1		1	
$f(x)$	0	↗	0	↗	0	↗		↗	0	↗	0

Après cette étude, avec le **nouvel algorithme** (*NuagePointsEntiereEtude.alg*) on obtient :



Xmin: -5 ; Xmax: 5 ; Ymin: -0.1 ; Ymax: 1.1 ; GradX: 1 ; GradY: 0.1

Ou encore en réduisant la fenêtre à l'intervalle $[-1;1]$:

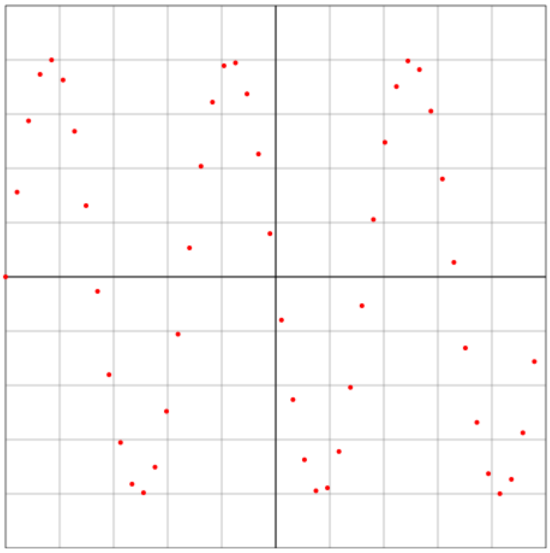


Xmin: -1 ; Xmax: 1 ; Ymin: -0.1 ; Ymax: 1.1 ; GradX: 1 ; GradY: 0.1

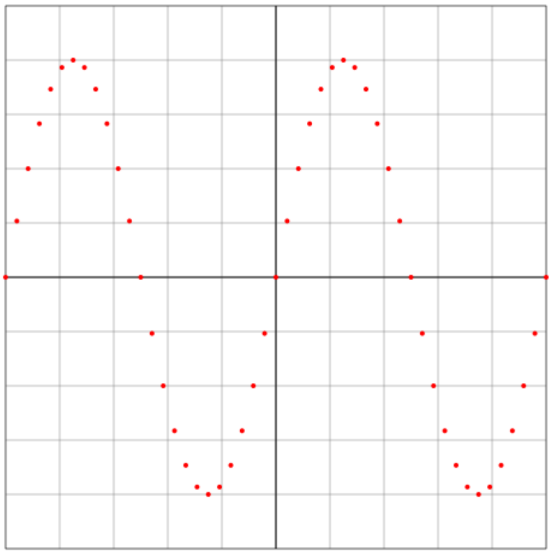
- La **deuxième fonction** (*NuagePointsSinus.alg*) est définie par $\boxed{g(x)=4\sin(10\pi x)}$.

Elle est périodique de période $\frac{1}{5}$ et admet -4 et 4 pour extrema. Son étude ne présente pas de difficulté mais elle ne peut pas être envisagée en seconde. Son intérêt est qu'elle présente des nuages esthétiques et qui ne permettent pas de deviner la courbe. C'était déjà le cas de la fonction précédente mais celle-ci ne présente pas de discontinuité, on montre ainsi la **nécessité des études de variations**.

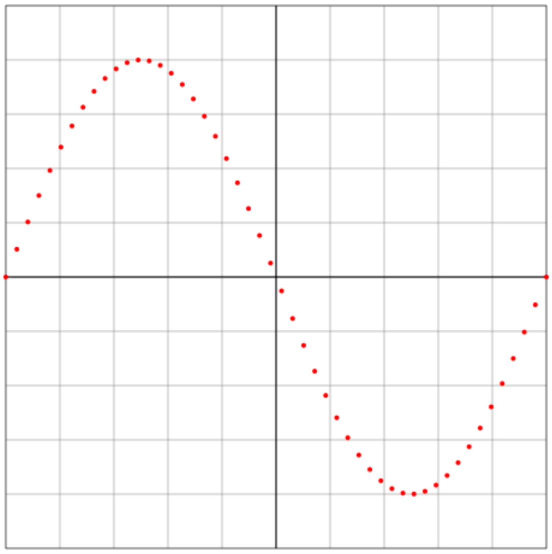
Les nuages obtenus sont assez "jolis" et semblent eux aussi ne pas se trouver sur la courbe représentative d'une fonction (l'occasion de rappeler les **conditions pour qu'une courbe puisse représenter une fonction**) :



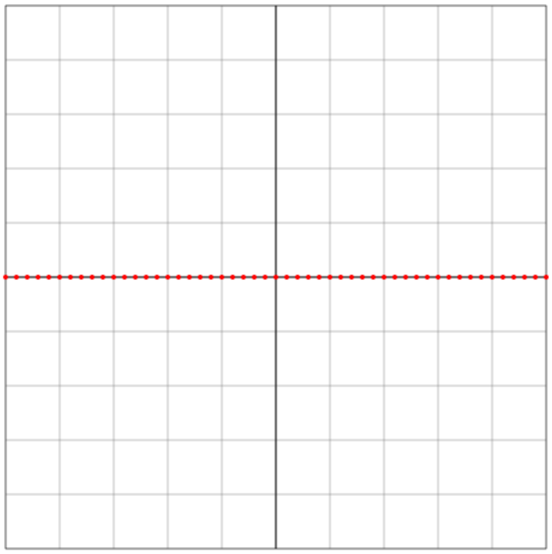
48 points



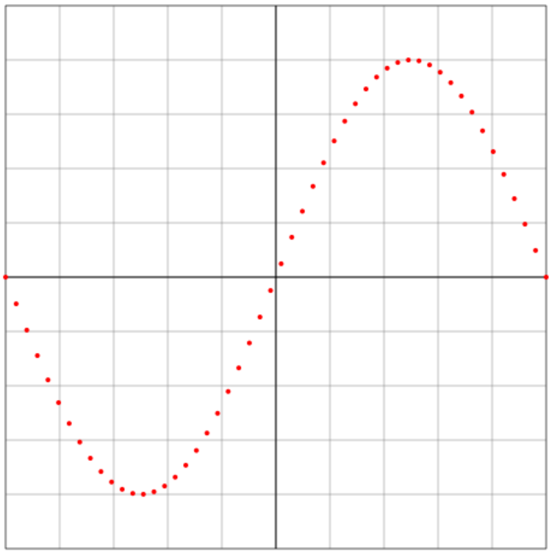
49 points

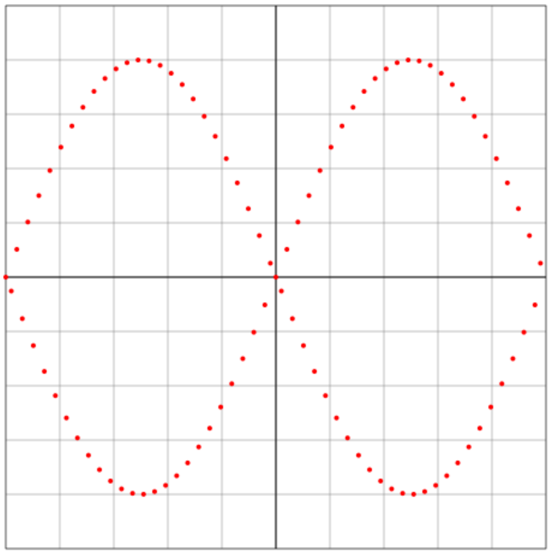


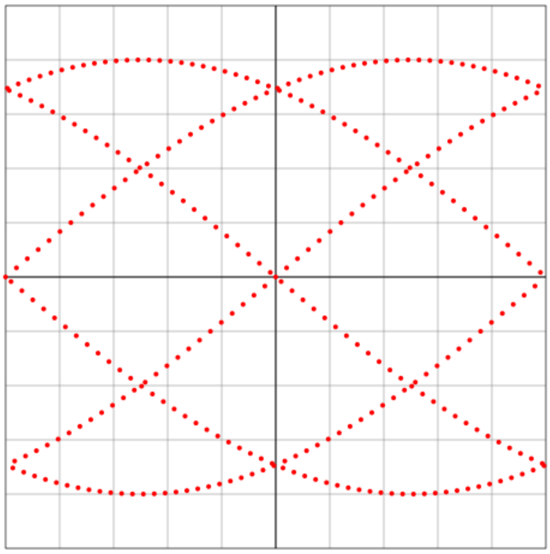
50 points

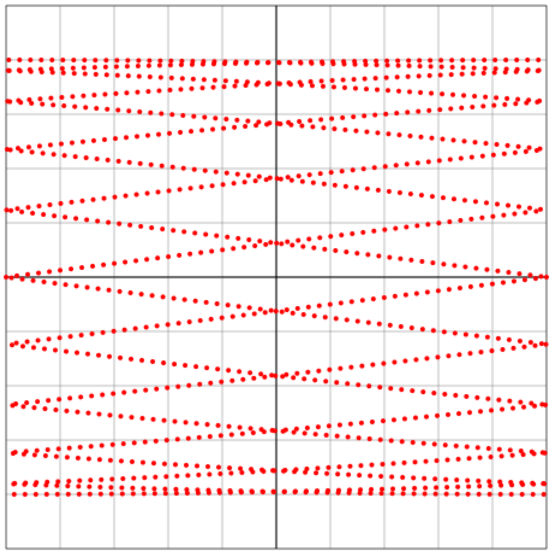


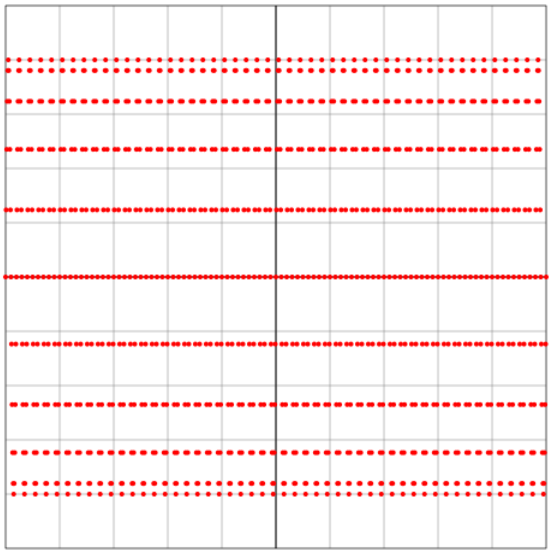
51 points

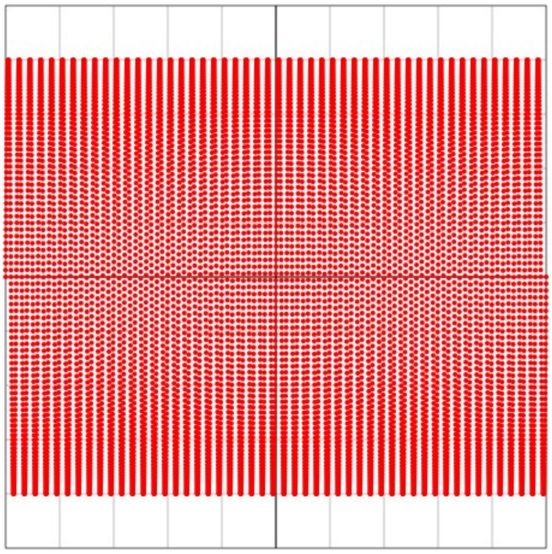

52 points


99 points


299 points

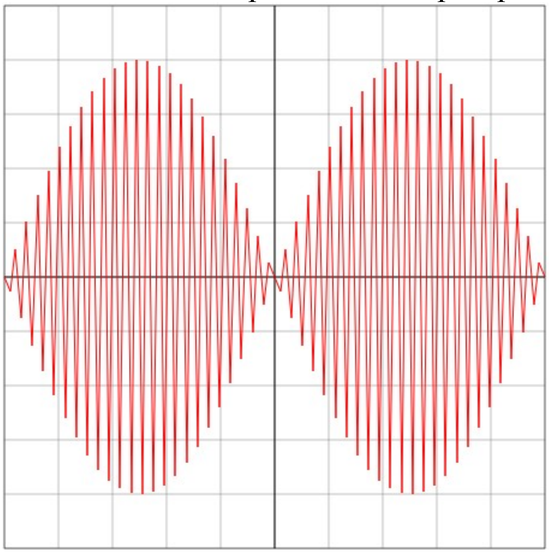

1 000 points


1 001 points

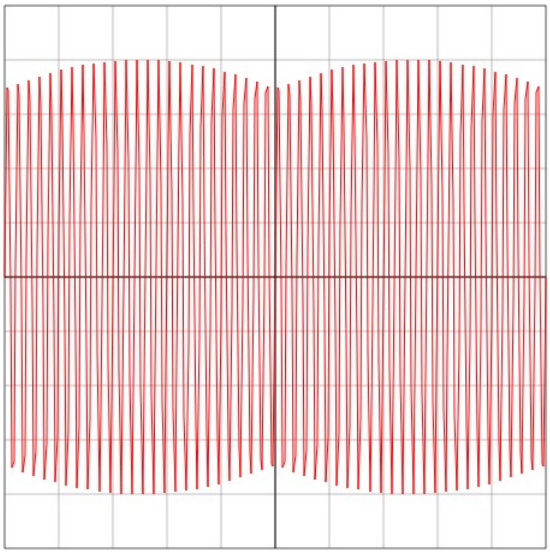

10 000 points

Après cette étude, la fonction n'étant pas affine par morceaux on ne finit pas avec un algorithme qui trace quelques segments comme pour la fonction précédente.
Le **nouvel algorithme** (*NuagePointsSinusEtude.alg*) permet de "relier les points" mais il reste à évaluer combien de points sont nécessaires :

Deux premiers exemples pour comparer aux nuages montrés précédemment :

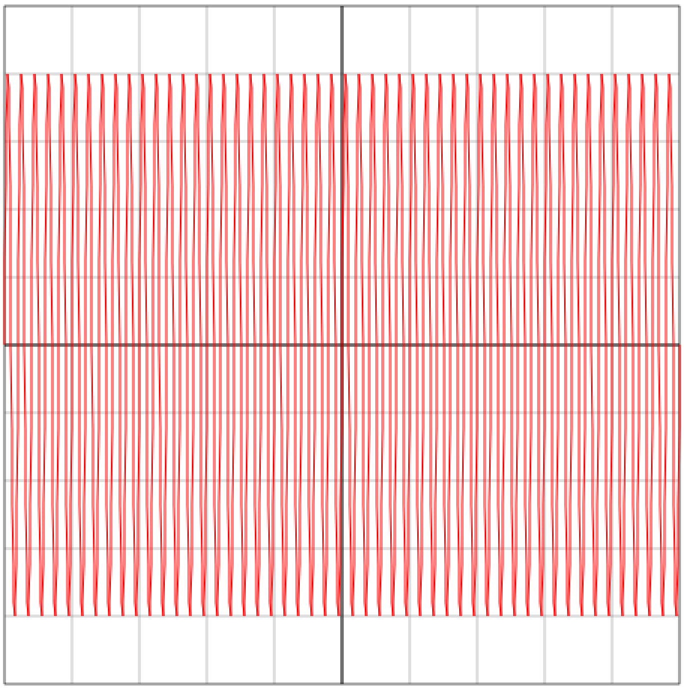


99 points

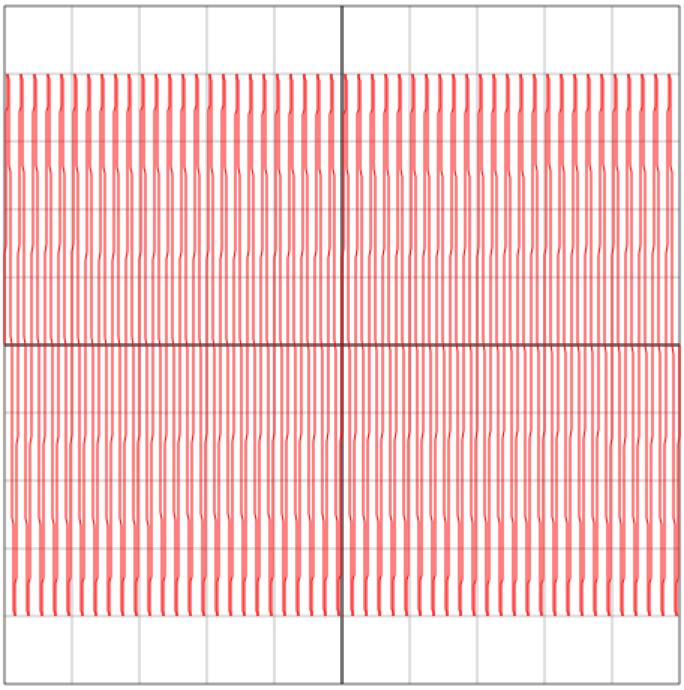


299 points

Deux courbes convenables ?



1 001 points



10 000 points

On constate que les courbes obtenues avec 1 001 et 10 000 points se ressemblent mais on peut surtout constater la **cohérence** avec les résultats de l'étude :

- la périodicité 0,2 (il y a bien 5 périodes par unité, on pourrait même réduire la fenêtre à $[-1;1]$ pour le vérifier comme dans l'exemple précédent) ;
- les extrema ;
- les variations de la fonction.

Remarquons enfin que, pour **1 001 points,** le pas est $1/1\,000=0{,}01$ et qu'il y a donc $0{,}2/0{,}01=20$ **points par période**. On peut par exemple tester pour 101 points et constater que les 2 points par période sont ceux où la fonction s'annule...