Corrigé du sujet n° 4

D'une part,la formule d'Al kashi appliquée dans le triangle ADB, donne
$a^2 = d^2 + DB^2 - 2d \times DB \cos\alpha$, ce qui montre que $\cos\alpha$ est rationnel. On raisonne de la même façon pour $\cos\beta$ et $\cos(\alpha+\beta)$ .Ce qui me permet de dire qu'il en est de même pour $\sin\alpha\sin\beta$.
Or $\sin^2\alpha = 1 - \cos^2\alpha$, donc $\sin^2\alpha$ est rationnel.
De plus $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta} \times \sin\alpha\sin\beta = \sin^2\alpha$, donc $\dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$ est rationnel.
D'autre part la formule des sinus nous donne $\dfrac{d}{\sin\delta} = \dfrac{j}{\sin\alpha} \Leftrightarrow \dfrac{d}{j} = \dfrac{\sin\delta}{\sin\alpha}$.
De même, on obtient $\dfrac{c}{k} = \dfrac{\sin\delta}{\sin\beta}$, donc $\dfrac{j}{k} = \dfrac{d}{c} \times \dfrac{\sin\alpha}{\sin\beta}$, d'où $\dfrac{j}{k}$ est rationnel. Or $\dfrac{AC}{k} = 1 + \dfrac{j}{k}$, ce qui prouve que j et k sont rationnels.
De la même façon, g et h sont rationnels. **CQFD**