Corrigé du sujet n^{o} 7

Soient p le nombre de cartes prélevées et $k+1$ la plus petite carte de mon tas. J'ai donc les équivalences suivantes :

$$\begin{aligned}(k+1)+(k+2)+(k+3)+\ \cdots\ +(k+p)=2013 &\Leftrightarrow 1+2+3+\cdots+(k+p)-(1+2+3+\cdots+k)=2013\\ &\Leftrightarrow \frac{(k+p)(k+p+1)}{2}-\frac{k(k+1)}{2}=2013\\ &\Leftrightarrow \frac{p(2k+p+1)}{2}=2013\end{aligned}$$

Je remarque que $2013 = 1 \times 2013 = 3 \times 671 = 11 \times 183 = 33 \times 61$, et $p < 2k+p+1$, ce qui me conduit à traiter plusieurs cas :

- Si $\dfrac{p}{2}=1$ et $2k+p+1=20013$, alors $k=1005$, d'où les numéros des cartes tirées sont :1006; et 1007.
- Si $\dfrac{p}{2}=3$, et $2k+p+1=671$, alors $k=332$, d'où les numéros des cartes tirées sont :333; 334; 335; 336; 337 et 338.
- Si $\dfrac{p}{2}=11$, et $2k+p+1=183$, alors $k=80$, d'où les numéros des cartes tirées sont :$81; 82; \ldots;$ et 102.
- Si $\dfrac{p}{2}=33$, et $2k+p+1=61$, ce qui est impossible.
- Si $\dfrac{2k+p+1}{2}=61$, et $p=33$, alors $k=44$, d'où les numéros des cartes tirées sont :$45; 46; \ldots;$ et 77.
- Si $\dfrac{2k+p+1}{2}=183$, et $p=11$, alors $k=177$, d'où les numéros des cartes tirées s sont :$178; 179; \ldots;$ et 188.
- Si $\dfrac{2k+p+1}{2}=33$, et $p=61$, alors $k=2$, d'où les numéros des cartes tirées sont :$3; 4; \ldots;$ et 63.
- Si $\dfrac{2k+p+1}{2}=671$, et $p=3$, alors $k=669$, d'où les numéros des cartes tirées sont :670; 671; et 672.

On a donc 7 possibilités (j'ai écarté le tirage de toutes les cartes), ce qui explique que ma grand-mère a eu de la chance de tomber sur la bonne réponse.
Pour conclure, je peux dire que ma grand-mère est une magicienne...chanceuse !!!