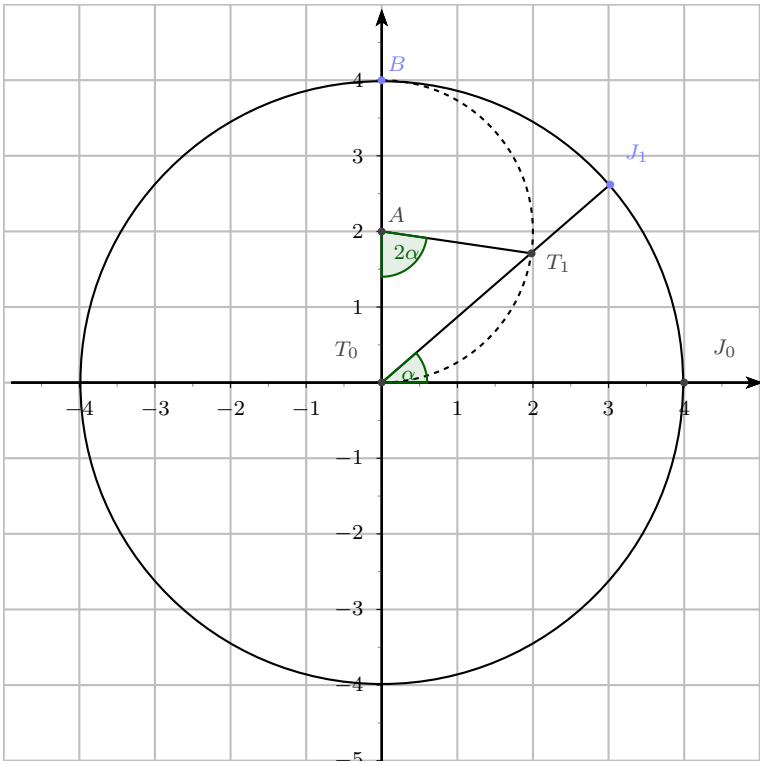
Corrigé du sujet n° 4

Soient $\mathcal{C}$ et $\mathcal{C}'$ deux cercles de centres respectifs T_0 et A et de rayons r et $r' = \dfrac{r}{2}$. Les positions initiales de Tom et Jerry sont respectivement les points T_0 et J_0. J'appelle les points T_1 et J_1 les positions de nos deux charmants animaux à l'instant t, avec T_1 le point d'intersection de $\mathcal{C}'$ et du segment $[T_0J_1]$, comme le montre la figure ci-dessous. Si j'arrive à montrer que la distance parcourue par les deux quadrupèdes est la même à l'instant t, j'aurai le cercle $\mathcal{C}'$ comme trajectoire possible pour Tom, et donc elle sera la seule d'après l'unicité évoquée dans l'énoncé. Le triangle AT_0T_1 est isocèle, donc $\widehat{AT_0T}1 = \widehat{T_0T_1A} = \dfrac{\pi}{2} - \alpha$, d'où $\widehat{T_0AT_1} = 2\alpha$. La longueur de l'arc J_0J_1 est $r\alpha$, et la longueur de l'arc T_0T_1 est $r' \times 2\alpha = \dfrac{r}{2} \times 2\alpha = r\alpha$. Comme Tom et Jerry courent à la même vitese, Ils se rencontrent au point B, c'est-à-dire après un quart de tour.