

**Solution proposée par Frédéric de Ligt au problème numéro 7 de la quinzaine.**

Soient  $k$  le rang de la première carte tirée et  $l$  le nombre de cartes tirées,  $k$  et  $l$  sont deux entiers non nuls. Le problème se traduit par l'équation :

$$k + (k + 1) + \dots + (k + l - 1) = 2013 = 3 \times 11 \times 61 \quad (1)$$

On sait que pour tout entier  $n$  non nul on a :  $1 + 2 + \dots + n = n(n + 1)/2$ .

L'équation (1) est alors équivalente à :

$$(k + l - 1)(k + l)/2 - (k - 1)k/2 = 2013$$

ou encore

$$(k + l - 1)(k + l) - (k - 1)k = 2 \times 3 \times 11 \times 61.$$

En développant, en réduisant et en factorisant le membre de gauche on obtient l'équation équivalente :

$$l(2k + l - 1) = 2 \times 3 \times 11 \times 61 = 4026 \quad (2).$$

Comme on a l'inégalité  $l < 2k + l - 1$ , 8 cas seulement sont possibles.

**Cas 1.**  $l = 1$  et  $2k + l - 1 = 4026$ , soit  $k = 2013$ .

**Cas 2.**  $l = 2$  et  $2k + l - 1 = 2013$ , soit  $k = 1006$ .

**Cas 3.**  $l = 3$  et  $2k + l - 1 = 1342$ , soit  $k = 670$ .

**Cas 4.**  $l = 6$  et  $2k + l - 1 = 671$ , soit  $k = 333$ .

**Cas 5.**  $l = 11$  et  $2k + l - 1 = 366$ , soit  $k = 178$ .

**Cas 6.**  $l = 22$  et  $2k + l - 1 = 183$ , soit  $k = 81$ .

**Cas 7.**  $l = 33$  et  $2k + l - 1 = 122$ , soit  $k = 45$ .

**Cas 8.**  $l = 61$  et  $2k + l - 1 = 66$ , soit  $k = 3$ .

Pour que la magicienne ne retienne qu'une solution, c'est qu'elle connaît le nombre  $n$  de cartes et que celui-ci est obligatoirement compris entre 63 et 76. Il n'y a alors que le cas 8 possible. Les cartes tirées portent donc les numéros de 3 à 63.