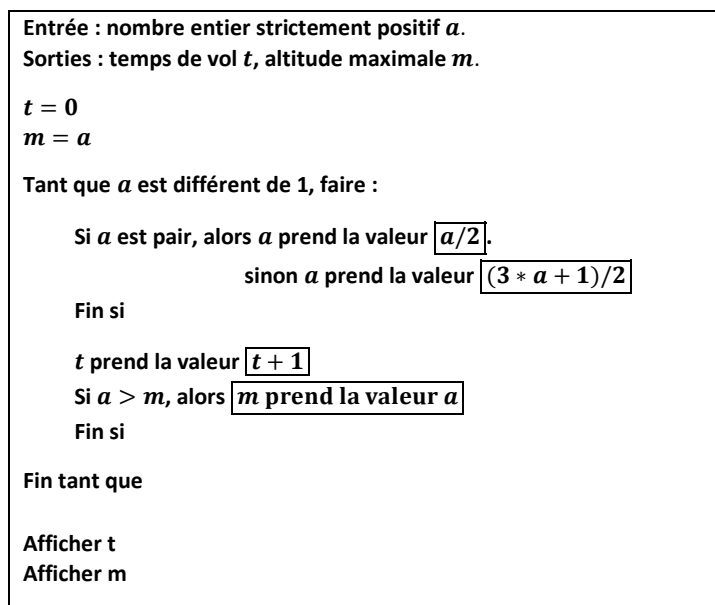


Correction de « cycles chez Collatz »
Exercice académique n°2 : autres séries que S

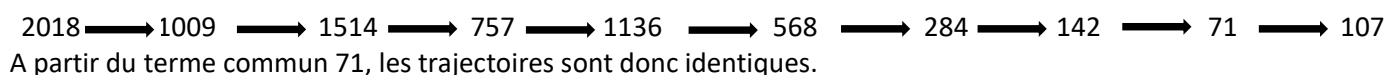
1) Voici la trajectoire de 13



2) On peut écrire :



3) Termes demandés



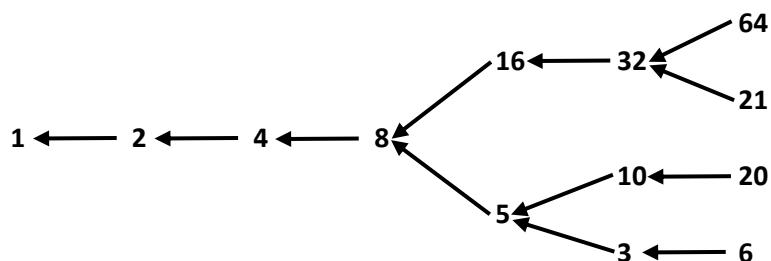
4) Puisque $t(27) = 71$ et que la trajectoire de 2018 compte 3 termes de plus que celle de 27, on a $t(2018) = 74$. De plus, $m(27) = 4616$ et les termes apparaissant uniquement dans la trajectoire de 2018 ne dépassant pas ce maximum, on a donc également, $m(2018) = 4616$.

5) Chaque nombre entier strictement positif x possède au moins un antécédent pair : son double. En effet $2x \rightarrow x$. De plus, chaque nombre entier strictement positif x possède un antécédent impair a si et seulement si l'équation d'inconnue a : $\frac{3a+1}{2} = x$ possède une solution entière $a = \frac{2x-1}{3}$ (qui est nécessairement positive et impaire).

Alors :

- 1 possède un unique antécédent, qui est 2.
- 2 possède deux antécédents, qui sont 4 et 1 qu'il faut exclure car le temps de vol serait de 1.
- 4 possède un unique antécédent, qui est 8.
- 8 possède deux antécédents, qui sont 16 et 5.
- 16 possède un unique antécédent, qui est 32.
- 5 possède deux antécédents, qui sont 10 et 3.
- 32 possède deux antécédents, qui sont 64 et 21.
- 10 possède un unique antécédent, qui est 20.
- 3 possède un unique antécédent, qui est 6

En « remontant ainsi la transformation de Collatz, on peut dresser l'arbre :



On compte donc exactement 4 trajectoires dont le temps de vol vaut 6 : celles de 64, 21, 20 et 6.