2014 à l'honneur ! - publié le 16/12/2013

Sujet n°8 (moyen)

La première question de cet exercice est proposée par Frédéric De Ligt ; j'ai ajouté une question ouverte c'est-à-dire dont on n'a pas la solution complète. A vos plumes et ordinateurs !!

Enoncé :

Trouver un nombre qui soit divisible par 2014 et dont la somme des chiffres (en écriture décimale) vaille 2014.
Peut-on déterminer le plus petit nombre vérifiant les conditions précédentes ?

Réponse:
Voici trois solutions: mais il y a peut-être mieux...
N= 20146042.......20146042
(on répète 106 fois cette série de 8 chiffres égale à 2014×1003 *)-->total* ***848 chiffres***
N'=9997496.......9997496
(on répète 38 fois cette série de 7chiffres égale à 2014×4964 *)--> total* ***266 chiffres***
N''= 8056 9977898797986.... 9977898797986
(on répète 19 fois cette série de 13 chiffres égale à 2014×4964199999 *à la suite de* $8056=2014\times4$ *)--> total* ***251 chiffres***

Explications
Je vais utiliser ce résultat**: "Lorsqu'on juxtapose des multiples de 2014, on obtient un multiple de 2014".**

Essai 1: on va juxtaposer des multiples de 2014 et s'arranger pour que la somme des chiffres égale 2014. (La décomposition $2014=2\times19\times53$ est pratique)

Je propose : **N= 20146042.......20146042**
(on répète 106 fois cette série de 8 chiffres égale à 2014×1003 *)*
C'est bien un multiple de 2014. Puisque N= $\sum_{n=0}^{n=105} 10^{8n}(2014\times1003)$
La somme des chiffres de N est égale à $106\times(2+0+1+4+6+0+4+2)=106\times19=2014$

Essai 2: Pour obtenir une autre solution plus petite, on juxtapose des multiples de 2014 comportant un maximum de 9, afin d'obtenir un nombre final avec un moins de chiffres (mais dont la somme des chiffres reste égale à 2014)

Je propose :**N'=9997496.......9997496**
(on répète 38 fois cette série de 7chiffres égale à 2014×4964 *)*
C'est bien un multiple de 2014, puisque N'= $\sum_{n=0}^{n=37} 10^{7n}(2014\times4964)$
La somme des chiffres de N' est égale à $38\times(9+9+9+7+4+9+6)=\ 38\times53=2014$

Essai 3:

Peut on faire encore mieux(c'est à dire avec moins de chiffres, ici j'ai $38\times 7=266$ chiffres)?

$2014=9\times 223+7$ donc on ne pourra pas descendre en dessous de 223 chiffres 9 et un 7 (et ce cas est impossible à cause de la parité de 2014)
Le meilleur cas serait 222 chiffres 9 et deux 8(dont un 8 en chiffres des unités).
Il est peu probable que l'un des 223 nombres ci dessus soit multiple de 2014 et je ne vois pas comment le vérifier pour le moment. (idée à creuser plus tard?)

Je vais déjà chercher d'autres multiple de 2014 qui comporte un maximum de 9 ou du moins une somme de chiffres plus importante...(je m'aide du tableur)

Avec $99978988=49642\times 2014$ (somme 67 série de 8 chiffres)
avec $999787866=496419\times 2014$ (somme 69 série de 9 chiffres)
avec $9997896786=4964199\times 2014$ (somme 78 série de 10 chiffres)
avec $99978985986=49641999\times 2014$ (somme 87 série de 11 chiffres)
avec $9977898797986=4964199999\times 2014$ (somme 105 série de 13 chiffres)
Je n'arrive pas à une somme de 106 (qui divise 2014) , mais je peux rattraper le coup ...

Je propose **N''= 8056 9977898797986.... 9977898797986**
(on répète 19 fois cette série de 13 chiffres égale à 2014×4964199999 *à la suite de* $8056=2014\times 4$ *)*

C'est un bien un multiple de 2014, puisque $N''=2014\times 4\times 10^{247}+\sum_{n=0}^{n=18} 10^{13n}(2014\times 4964199999)$

La somme des chiffres de N'' est égale à
$8+0+5+6+19\times(9+9+7+7+8+9+8+7+9+7+9+8+6)=19+19\times 105=2014$
J'obtiens cette fois un total de 251 chiffres.
Il est donc encore surement possible de faire mieux....mais c'est déjà pas mal.
Et l'apport du tableur finit par s'essoufler... (et moi aussi).

Donc je reste sur cette dernière proposition:
N''= 8056 9977898797986.... 9977898797986

Qui dit mieux?